

www.20file.org

طراحی اجزاء (۱)

: References

۱. طراحی اجزای در مهندسی مکانیک
نویسنده: جوزف ادوارد شینگلی – (جلد قرمز رنگ)
ترجمه مهندس دیبایی نیا
۲. طراحی اجزای ماشین
نویسنده: آرلف (ORLOV) جلد ۵ به فارسی ترجمه شده است.
۳. طراحی اجزای ماشین
نویسنده: دکتر مهدی اخلاقی جلد ۲ آبی رنگ
۴. طراحی مکانیکی اجزای ماشین
نویسنده: رابرت ال. مارت (جلد ۲)
مترجم: دکتر حمید رضا قاسم زاده (دانشگاه تبریز)
این کتاب برای طراحی شافت ۱۳ تا ۱۶ مثال خوب دارد که توصیه می شود دانشجویان آنرا حل کنند.

۵. SCHAM'S SERIES OUT LINE FOR ASIAN STUDENT

این کتاب دارای جلد سبز است و حتماً باید برای دانشجویان آسیایی باشد.

۶. جداول و استاندارد های ماشین سازی در طراحی
ترجمه: (مهندس عبدا... ولی نژاد) استاندارد DIN را کاملاً شرح داده است.

۷. ۲۲۰R۲۵ REVISED EDITION MACHINERY HAND BOOK
(AUSI)

تقسیم بندی نمره درس طراحی اجزای (۱):

۱. half term : grade ۸
۲. final term : grade ۸
۳. project : grade ۴

Total grades : ۲۰۰

- توضیح برای پروژه درسی این است که مشخصات زیر داشته باشد:

۱. جلد داشته باشد.

۲. فهرست داشته باشد.

۳. نقشه داشته باشد.

۴. لازم است که فردی که می خواهد طراحی کند حداقل با یکی از نرم افزار های زیر آشنایی داشته باشد:

۱. ANSYS: بر نامه ای برای آنالیز تنش ، کرنش تغییر طول

۲. MAPLE: برنامه ای است ریاضی که میتوان برنامه مربوط به طراحی پروژه را به آن داد.

۳. MATLAB: همانند میپل است.

۴. AUTOCAD: برنامه ای برای رسم فنی و نقشه کشی.

۵. INVENTOR: برای طراحی پیچ ، جوش ، شافت ، بلبرینگ و چرخ دنده.

۶. SOLID WORKS: نرم افزاری قدرتمند برای نقشه کشی دو بعدی و سه بعدی و مونتاژ قطعاتی که

به طور جداگانه رسم شده است.

۷. COSMOS WORKS: این نرم افزار جانبی SOLID WORKS برای آنالیز تنش و کرنش است.

۸. WORKING MODEL: برای حرکت دادن اجزأ و آنالیز نیرویی

۹. VISUAL NASTARAN: همانند بالا.

در این درس ما ۳ پروژه برای دانشجویان عزیز در نظر گرفتیم:

۱. طراحی جرثقیل و یا طراحی لیفتراک liftruck

۲. طراحی شافت برای یک گیربکس

۳. طراحی پیچ و جوش

Syllabus:

۱. آنالیز تنش و رفتار مواد

۲. طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی.

۳. طراحی بر مبنای استحکام خستگی.

۴. طراحی شافت (اساسی ترین بخش درس طراحی (۱)).

۵. پیچ ها (پیچ جزء قطعات استاندارد است).

۶. طراحی جوش.

۷. طراحی فنر.

مقدمه (Introduction) :

تعریف طراحی :

اگر ایده ای را از حالت بالقوه به حالت بالفعل در آوریم ، در صورتیکه نیاز ما را برطرف سازد می گوئیم طراحی انجام داده ایم.

فاکتورهای اصلی در طراحی اجزاً :

۱. استحکام (strength): استحکام جزء خواص ذاتی یک ماده است.

شاید در درس مقاومت مصالح حد نهایی تنش تعریف کرده باشیم اما در اینجا خاطر نشان می کنیم استحکام یک خاصیت ذاتی است و ربطی به تنش ندارد.

$$S_t \begin{cases} S_{ut} = 370 \text{ Mpa} \\ S_y = 295 \text{ Mpa} \end{cases}$$

۲. قابلیت اعتماد (Reliability) (R) :

سنجش آماری عدم گسیختگی یک قطعه مکانیکی حین کار قابلیت اعتماد آن قطعه نامیده می شود. قابلیت اعتماد را با R نمایش می دهیم و محدوده آن به صورت ذیل می باشد:

$$0 < R < 1$$

۳. برای مثال اگر می گوئیم $R = 0.90$ می باشد یعنی ۹۰٪ قطعات در مقابل تنش یاد شده ایمن می باشند.

۴. مسائل حرارتی پیش بینی شده و پیش بینی نشده.

۵. سایش (wear) ۱۰. عملیات حرارتی

۶. خوردگی ۱۱. ایمنی

۷. وزن (weigh) ۱۲. سروصدا

۸. شکل ظاهری ۱۳. تعمیر و نگهداری.

۹. هزینه

۱۰. پرداخت سطح

ضریب ایمنی (safety):

واژه ضریب ایمنی به ضریبی گفته می شود که میزان ایمنی یک عضو را ارزیابی می نماید.

$$n = \frac{F_u}{F}$$

حد نهایی بار F_u

مقدار بار گذاری شده F

ضریب ایمنی به سه شکل اعمال می شود:

۱. قطعه ای را در نظر بگیرید که تحت تأثیر نیروی F ، Torque ، یا Moment باشد آنقدر نیروی F را بالا می بریم که هر گونه افزایش کوچک نیروی F سبب آسیب رساندن دائمی به توانایی عملکرد صحیح آن عضو شود اگر این مقدار F را با F_u نمایش دهیم در آن صورت ضریب ایمنی به صورت زیر تعریف می شود:

$$n = \frac{F_u}{F}$$

اگر $F_u = F$ در آن صورت $n=1$

- ضریب ایمنی وقتی یک شود دال بر این نکته است که کوچکترین تغییر جزئی باعث از بین رفتن قطعه می شود.

- ضریب ایمنی را تا آنجا که امکان دارد باید پایین بیاوریم.

سوال: چرا از ضریب ایمنی استفاده می کنیم :

۱. اطلاعات کافی در دست نیست.

۲. موادی که روز به روز می آید سبکتر و مقاومتر است.

۳. نحوه استفاده مصرف کننده

۲. اعمال ضریب ایمنی بر روی استحکام تسلیم مواد مورد استفاده می شود.

با استفاده از فرمول های زیر می توان تنش نرمال و برشی مجاز را تعریف نمود:

$$\sigma = \frac{s}{n} \quad (\text{Normal stress allowed})$$

$$\tau = \frac{s_s}{n} \quad (\text{Shear stress allowed})$$

۳. روش سوم برای تعیین ضریب ایمنی این است که ضریب ایمنی را می توان به صورت چند مؤلفه تقسیم کنیم و هر

کدام از مؤلفه ها را در بارگذاری مربوط به خودش اعمال نمائیم.

$$n = n_s, n_1, n_2, n_3$$

n_s = استحکام را کاهش می دهیم

n_1 = Moment

n_2 = Torque

n_3 = Force

۴. تعیین ضریب ایمنی قطعات به روش پاگزلی:

در مسائل طرح شده در کلاس یا کتاب معمولاً ضریب ایمنی داده شده یا جواب مسئله به گونه ایست که ضریب ایمنی عدد مشخصی است که باید محاسبه شود. ولی در طراحی واقعی ضریب ایمنی برای کاربرد مشخص باید انتخاب شود. انتخاب آن بستگی به تجربه و آگاهی طراح دارد پاگزلی^۱ روشی برای تعیین ضریب ایمنی به طور سیستماتیک معرفی کرده است که به شرح ذیل می باشد:

$$n = XY$$

ضریب X: تأثیر محیط عملکرد و تولید و ساخت قطعه در بر دارد^۲.

برای تعیین ضریب X موارد زیر را به صورت خیلی خوب (v_g)، خوب (g)، متوسط (f)، یا ضعیف (P) ارزیابی کنید.

(A) کیفیت مواد، تبحر کارکنان تعمیر و سرویس، و بازیابی (کنترل کیفیت)

(B) کنترل بر بارگذاری روی قطعه

(C) دقت تحلیل و محاسبات تنش، اطلاعات تجربی و تجربه با چنین طرح هایی

		B=			
A=	C=	V_g	g	f	p
V_g	V_g	۱,۱	۱,۳	۱,۵	۱,۷
	g				
	f	۱,۲	۱,۴۵	۱,۷	۱,۹۵
	P	۱,۳	۱,۶	۱,۹	۲,۲
		۱,۴	۱,۷۵	۲,۱	۲,۴۵
g	V_g	۱,۳	۱,۵۵	۱,۸	۲,۰۵
	g				
	f	۱,۴۵	۱,۷۵	۲,۰۵	۲,۳۵
	P	۱,۶	۱,۹۵	۲,۳	۲,۶۵
		۱,۷۵	۲,۱۵	۲,۵۵	۲,۹۵

^۱ . Pugsley

^۲ Environment & Manufacturing Factor

f	V _g	۱,۵	۱,۸	۲,۱	۲,۴
	g				
	f	۱,۷	۲,۰۵	۲,۴	۲,۷۵
	P	۱,۹	۲,۳	۳,۷	۳,۱
		۲,۱	۲,۵۵	۳,۰	۳,۴۵
p	V _g	۱,۷	۲,۱۵	۲,۴	۲,۷۵
	g				
	f	۱,۹۵	۲,۳۵	۲,۷۵	۳,۱۵
	P	۲,۲	۲,۶۵	۳,۱	۳,۵۵
		۲,۴۵	۲,۹۵	۳,۴۵	۳,۹۵

ضریب Y: بازتاب اقتصادی و اجتماعی قطعه را در بر دارد.^۳

برای تعیین ضریب Y موارد زیر را به صورت خیلی جدی (v_s)، جدی (s) و معمولی (n_s) ارزیابی

کنید.

	D=		
E=	n _s	s	v _s
n _s	۱,۰	۱,۲	۱,۴
S	۱,۰	۱,۳	۱,۵
v _s	۱,۲	۱,۴	۱,۶

(D) خطر برای پرسنل یا استفاده کنندگان

(E) بازتاب اقتصادی

بنابراین با توجه به مطالب گفته شده برای تعیین ضریب ایمنی قطعات ضریب ایمنی را برای تک تک اجزاء محاسبه

می کنیم. و این ضرایب را در طراحی اثر می دهیم.

• نتیجه کلی:

^۳ . Social & Economic impact factor

با ضریب ایمنی یا باید استحکام را کاهش دهیم ، یا باید بار گذاری را از بار گذاری واقعی بالاتر ببریم . بنابراین اگر ابعاد یک قطعه را بزرگ می کنیم یعنی داریم ضریب ایمنی را بالا می بریم.

- آنالیز تنش :
- تانسور تنش

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \text{Sym} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ & & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

۱. تانسور تنش یک ماتریس متقارن (Symmetric) است یعنی $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ و $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ و $\tau_{yz} = \tau_{zy}$.

۲. تانسور تنش دارای ۹ مؤلفه است که ۶ مؤلفه آن اصلی و سه مؤلفه آن وابسته است.

مؤلفه های اصلی $\rightarrow \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}\}$

مؤلفه های وابسته $\rightarrow \{\tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{zx}\}$

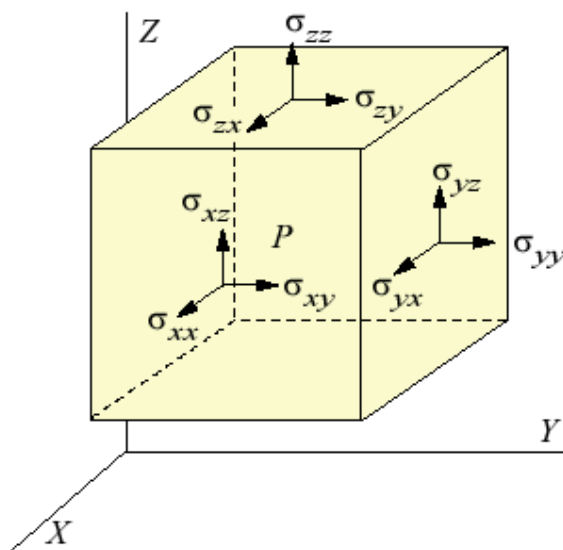
۳. تنش نرمال وقتی مثبت است که بار مثبت می باشد.

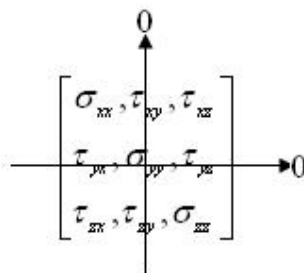
۴. تنش برشی وقتی مثبت است که هر دو جهت مثبت محور باشد. (قرار داد تیموشینکو)

۵. در حالت کلی ما اصلاً تنش برشی منفی نداریم.

۶. τ_{xy} یعنی عمود بر محور X و در جهت محور Y.

۷. اگر در تانسور تنش یک سطر و یک ستون هم شماره داری عناصر صفر باشد مسأله تنش صفحه ای یا دو بعدی می باشد.





سؤال :

چرا $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ است؟

جواب: چون چرخش نداریم و تنها از سه معادله تعادل نیرو یعنی $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$

استفاده می کنیم لذا چون از معادلات گشتاور استفاده نمی کنیم و ما در تانسور تنش ۹ مؤلفه تعادل (equilibrium) داریم که ۳ تای آنها ممان هستند که قبلاً استفاده شده اند و ما دیگر حق بکار گیری آنها را نداریم.

سؤال: چگونه یک مسأله طراحی را حل کنیم؟

جواب) روند کلی حل یک مسئله طراحی بدین صورت است که ابتدا در سازه مورد نظر نقطه یا نقاط بحرانی (critical points) را که در آنها ماکزیمم تنشها را داریم بیابیم سپس مقادیر تنش را در این نقاط محاسبه و با مقاومت ماده مقایسه می کنیم.

اگر مقدار تنش ماکزیمم مساوی یا بزرگتر از مقاومت قابل تحمل ماده بود در قطعه شکست (Failure) روی می دهد. پس در تمامی مسائل طراحی اجزا با یک رابطه کلی سروکار داریم که عبارت است از:

$$\text{مقاومت ماده قطعه} < \text{ماکزیمم تنش نرمال}$$

در مرحله یافتن نقاط یا المان بحرانی فاکتورهای مختلفی مؤثر هستند از جمله هندسه قطعه، نحوه بار گذاری، تمرکز تنش. از لحاظ هندسی نقاط با مقاطع کوچکتر تنش بیشتری را تحمل می کنند. در مسائل عملی هیچگاه نمی توان به صورت صد در صد نقطه بحرانی را پیدا کرد آنچه در این مرحله به طراح کمک می کند تجربه و داشتن حس مهندسی می باشد. معمولاً یک سری نقاط را به عنوان نقاط بحرانی حدس زده و پس محاسبه تنش ها در این نقاط نقطه با تنش ماکزیمم نقطه بحرانی است. یکی از راهکارها یافتن نقاط بحرانی رسم دیاگرام های نیرو و گشتاور است که هر کجا از این نمودارها حداکثر نیرو و گشتاور را داشتیم آنجا نقطه بحرانی است. به عنوان مثال در یک شافت نقطه بحرانی مربوط به جای خار یا پله های شافت است که محل تمرکز تنش می باشد.

پس به طور کلی روند زیر را در طراحی باید طی کنیم:

۱. رسم دیاگرامهای P, V, T, M

۲. مقطع بحرانی را از روی دیاگرامها تشکیل می دهیم ، مثلاً در استاتیک جایی که ممان ماکزیمم است نقطه بحرانی می باشد.

۳. المان بحرانی

۴. تانسور تنش در المان بحرانی

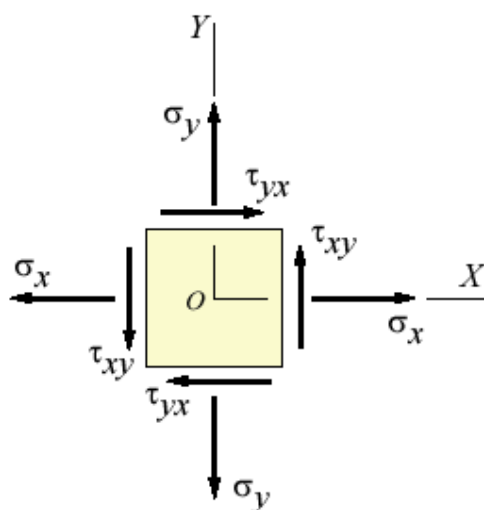
۵. با استفاده از یک معیار تسلیم مناسب تشخیص دهیم که آیا عضو یا مکانیزم مورد نظر تحت این بارگذاری ایمن است یا نه ، در واقع ضریب ایمنی را محاسبه می کنیم و مسئله را تا جایی تکرار (چک طرح) می کنیم که ضریب ایمنی داده شده در صورت مسأله ارضا شود.

دسته بندی مسائل در درس طراحی اجزأ:

۱. طراحی (design): در طراحی دانشجو با سعی و خطا به جواب مورد نظر می رسد لذا مشکل تر تا چک طرح است. دانشجو باید به این نکته توجه کند که در درس طراحی اجزأ ما می خواهیم طراحی انجام دهیم نه چک طرح.
۲. چک طرح (Check design): در چک طرح مستقیم به جواب می رسیم.

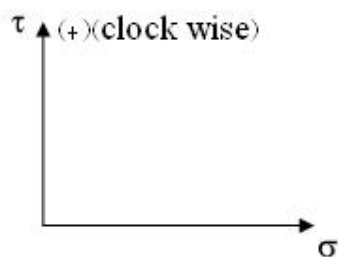
• دایره مور (Mohr's circle): روش ترسیمی:

۱. تنش نرمال کششی را مثبت و تنش نرمال فشاری منفی در نظر می گیریم.



۲. τ_{xy} اگر المان را در جهت عقربه های ساعت بچرخاند (clock wise) (+) است و در غیر اینصورت (counter clock wise) (-) می باشد.

۳. دستگاه کارترینی انتخاب می کنیم که محور قائم آن τ و محور افقی آن σ باشد.



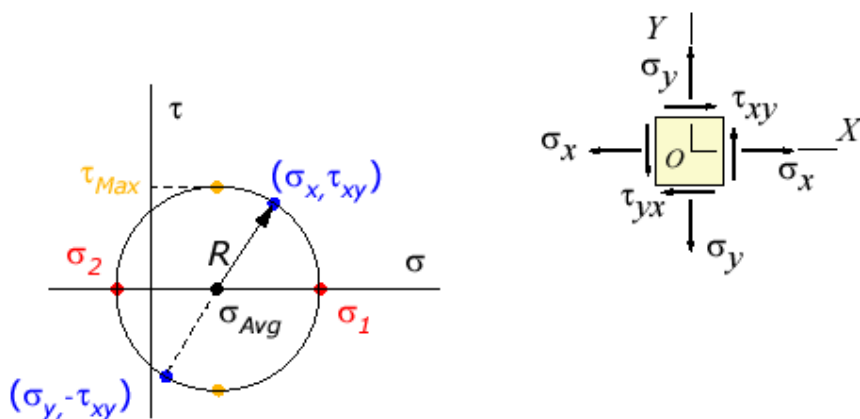
۴. وجوه المانی را که بر روی آن تنش ها قرار دارند را نام گذاری می کنیم یکی را سطح X و یکی را سطح Y می نامیم:

$$\text{اکنون } \begin{matrix} X & \left| \begin{matrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \end{matrix} \right. \\ Y & \left| \begin{matrix} \sigma_y \\ \tau_{yx} \end{matrix} \right. \end{matrix} \text{ مشخص می گردند.}$$

۵. نقاط X, Y را روی دستگاه کارترین نشان می دهیم، مسلماً یکی از این نقاط بالای محور و دیگری پایین محور می افتند.

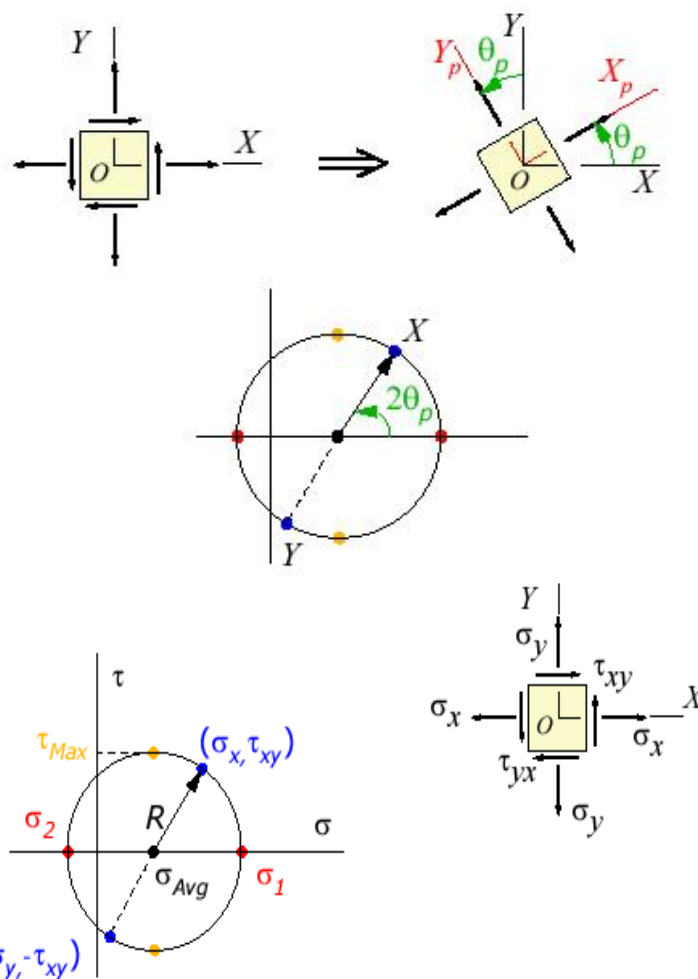
۶. دو نقطه را با یک خط به یکدیگر وصل می کنیم. محلی را که خط XY محور افقی را قطع می کند با C نمایش می دهیم و مرکز دایره مور می نامیم، اکنون به مرکز C و شعاع C_x یا C_y دایره می زنیم و دایره مور مشخص می شود.

۷. از آنجائیکه نقاط X, Y را با خط مستقیم به یکدیگر وصل نمودیم بین دو نقطه در دایره مور 180° درجه اختلاف فاز است، حال آنکه بر روی المان به اندازه 90° درجه اختلاف فاز می باشد.



• تذکر مهم:

از آنجائیکه بر روی المان زاویه بین X, Y 90° درجه است لذا هر چه قدر بر روی دایره مور بچرخیم بر روی المان بایستی نصف آنرا بچرخیم.



نتیجه:

مرکز دایره موهر به مختصات $\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ و شعاع $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ می باشد. این دایره

حالات مختلف تنش را در یک المان هنگامیکه المان دچار چرخش می شود نشان می دهد و بدین صورت رسم می شود که با بدست آوردن σ_{avg} مرکز آن مشخص می شود و با محاسبه R شعاع دایره نیز مشخص می گردد.

طبق این دایره ماکزیمم و مینیمم تنش نرمال زمانی روی می دهد که تنش برشی صفر باشد، این تنش ها را تنش های اصلی می نامیم.

$$\tau_{\max} = |\tau_{\min}| = R$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_c + R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_c - R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R$$

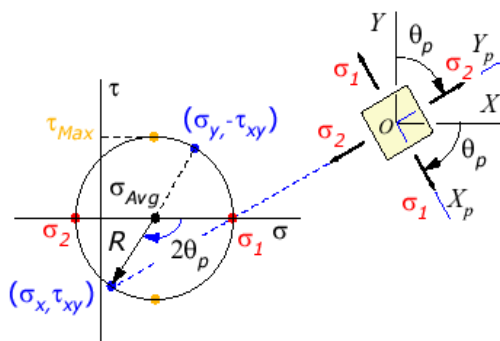
$$\sigma_x - \sigma_c = \sigma_x - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

$$R = \sqrt{\left(\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right)} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

• تذکر مهم:

اگر از نقطه X به اندازه $2\theta_p$ روی دایره حرکت کنیم به $\sigma_{\max}$ می رسم در حالیکه روی المان به اندازه θ_p حرکت کنیم به $\sigma_{\max}$ می رسم.



• تذکر مهم:

$\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ از لحاظ مقداری برابر اما مختلف علامه می باشند در عمل ما τ مثبت و منفی نداریم و برای راحتی کار + و - تعریف می کنیم.

• کاربرد دایره موهر در تحلیل سه بعدی تنش:

دایره موری که ترسیم نمودیم در حقیقت مربوط به المان تنش صفحه ای است یعنی: $(\sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz} = 0)$

اما در حقیقت سه دایره مور وجود دارد و بایستی برای $\tau_{\max}$ شعاع دایره بزرگترین را در نظر بگیریم.

در یک المان سه بعدی اگر $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ به عنوان تنش های اصلی باشند، می توان سه دایره موهر برای المان رسم کرد. در این حالت اگر المان حول هر کدام از محورهای اصلی (مثلاً σ_1) بچرخد مسیر تنش بر روی محیط یکی از سه دایره خواهد بود.

در حالت تنش سه بعدی اگر همیشه تنشها را به صورت $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ مرتب کنیم آنگاه تنش برشی ماکزیمم برابر است با:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

قابل ذکر است که تنش دو بعدی حالت خاصی از تنش سه بعدی است؛ لذا داریم:

۱. در صورتیکه تنش های σ_1, σ_2 or $(\sigma_{\min}, \sigma_{\max})$ هر دو مثبت (هم علامت $(\sigma_1 > \sigma_2 > 0)$) باشند.

باید بین حداکثر تنش برشی در صفحه و حداکثر تنش برشی تفاوت قائل شد، که حداکثر تنش برشی در

صفحه برابر با $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ خواهد بود اما حداکثر تنش برشی یک مساله تنش سه بعدی است که

$\sigma_3 = 0$ است که در آن صورت حداکثر تنش برشی برابر

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_2 \text{ و } \sigma_1 > \sigma_2, \sigma_3 = 0$$

در واقع اگر $\sigma_{\min}$ و $\sigma_{\max}$ هم علامت باشند تنش سوم را برابر صفر فرض می کنیم.

و سه دایره مور رسم می کنیم، یکی بین $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ (که در همین درس یاد گرفتیم).

یکی بین $\sigma_{\min}$ و صفر و یکی بین $\sigma_{\max}$ و صفر و در این حالت شعاع دایره بزرگتر مقدار $\tau_{\max}$ را نمایش می دهد.

$$\sigma_{\max} = \sigma_c + R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R \rightarrow \sigma_{\max} = 40 + 64 = 104 \text{ Mpa} \quad \text{توجه: تنش برشی به صورت فضایی}$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_c - R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R \rightarrow \sigma_{\min} = 40 - 64 = -24 \text{ Mpa} \quad \text{کنترل می شود اما تنش نرمال در اینجا}$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{صفحه ای است چون}$$

است.

۲. اگر σ_1, σ_2 غیر هم علامت باشند.

دایره موری که رسم می کنیم شعاعش نشانگر ماکزیمم مقدار تنش برشی نیز است.

• مثال (۱):

برای تنش های داده شده دایره موهر را رسم نمایید و جهات اصلی را مشخص کنید.

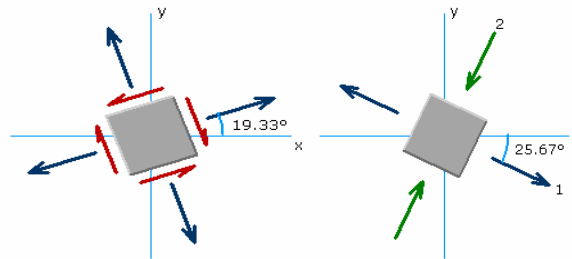
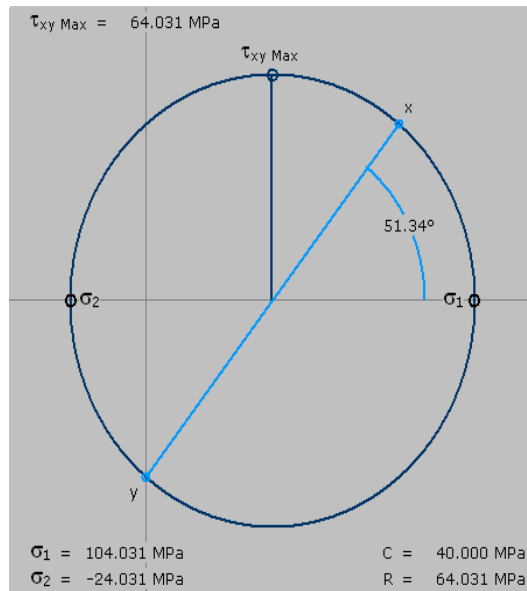
$$\begin{cases} \sigma_x = 80 \text{ Mpa} \\ \tau_{xy} = 50 \text{ Mpa} \end{cases}$$

$$R = \sqrt{\left(\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right)} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \rightarrow R = 64 \text{ Mpa}$$

$$\tan 2\theta_{p1} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \rightarrow 2\theta_{p1} = 53.3^\circ$$

$$2\theta_s = \frac{\pi}{2} - 2\theta_{p1}$$

بنابراین برای رسم دایره موهر خواهیم داشت:



• تبدیلات تنش:

۱. روش محاسباتی

۲. روش دایره مور

$$\sigma'_x, \tau'_{xy}, \sigma'_y$$

$$۱) \sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$۲) \tau'_{xy} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta$$

$$\sigma'_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\frac{d\sigma'_x}{d\theta} = 0 \rightarrow -(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta + 2\tau_{xy} \cos 2\theta = 0$$

$$3) \tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \rightarrow 2\theta_{p1}, 2\theta_{p2} \rightarrow \sigma'_x \Big|_{\theta = \theta_{p1}} = \sigma_{\max} \text{ or } \sigma_{\min}$$

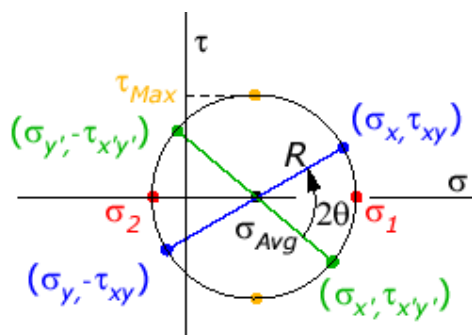
$$\tau'_{xy} = \begin{cases} \theta = \theta_{p1} \\ \theta = \theta_{p2} \end{cases} \rightarrow ?$$

$$4) 2\tau_{xy} \cos 2\theta = (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{2\tau_{xy} \cos 2\theta}{2} - \tau_{xy} \cos 2\theta = 0$$

$$\frac{d\tau_{x'y'}}{d\theta} = 0 \rightarrow \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}} \rightarrow 2\theta_{s1}, 2\theta_{s2} \rightarrow \tau_{\max}, \tau_{\min}$$

$$\sigma_{x'} \Big|_{\theta=\theta_{s'}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left(\frac{-2\tau_{xy} \sin 2\theta}{2} \right) + \tau_{xy} \sin 2\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$



نکته: تنش در سه بعد

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz} \\ \tau_{yx}, \sigma_{yy}, \tau_{yz} \\ \tau_{zx}, \tau_{zy}, \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

برای بدست آوردن تنش های اصلی کافیت دترمینان زیر را حساب کنید و مساوی صفر قرار دهیم:

$$\begin{vmatrix} (\sigma_{xx} - \sigma) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_{yy} - \sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_{zz} - \sigma) \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \text{ تنش های اصلی}$$

این حالت برای دوبعدی هم جواب می دهد به عنوان مثال داریم.

$$\partial ij = \begin{bmatrix} 80 & 50 \\ 50 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 80 - \sigma & 50 \\ 50 & 0 - \sigma \end{bmatrix} \rightarrow -80\sigma - \sigma^2 - 2500 = 0 \rightarrow 104, -24$$

(تست های کنکوری)

• تست کنکور مهندسی مکانیک ۶۹

تنش های اصلی برای تانسور تنش داده شده عبارت است از:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0, b, b \\ b, 0, b \\ b, b, 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} 1. 0, 2b, -b \\ 2. b, b, b \\ 3. 2b, -b, -b \\ 4. b, b, -b \end{cases}$$

• تست کنکور مهندسی مکانیک ۷۷

در لبه آزاد جسمی که از ماده تراکم ناپذیر ساخته شده و در حالت کرنش صفحه ای قرار دارد ، تانسور تنش به صورت زیر است . کدام مقدار مبین یکی از تنشهای اصلی است؟

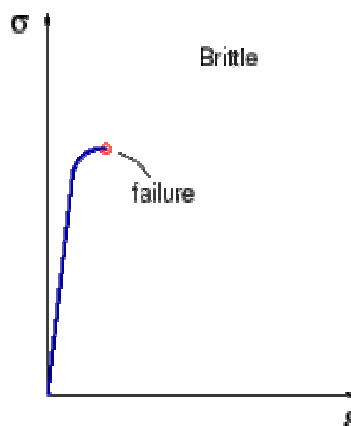
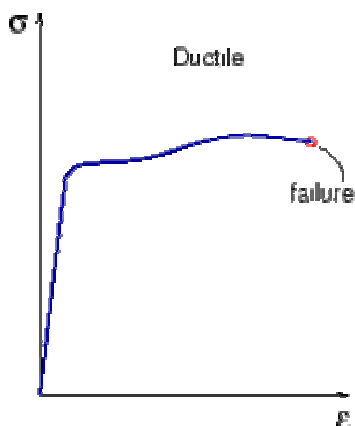
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}, \tau_{xy}, 0 \\ \tau_{yx}, \sigma_{yy}, 0 \\ 0, 0, 200 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} 1. -400 \\ 2. 100 \\ 3. 400 \\ 4. 600 \end{cases}$$

فصل ششم

طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی

طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی:

۱. مواد نرم (Ductile): موادی که قابلیت تغییر فرم پلاستیک را دارند.
۲. مواد ترد (Brittle): وارد منطقه پلاستیک نمی شوند. ترد یا نرم بودن ماده نیز به ساختار بلوری ماده بر می گردد که در علم مواد مفصلاً شرح داده شده است.



Important

• نکات مهم :

- استحکام مواد نرم در کشش و فشار رفتار یکسانی دارند یا به عبارت دیگر
$$\begin{cases} S_{ut} = S_{uc} \\ S_{yt} = S_{yc} \end{cases}$$
- در مواد ترد $S_{ut} \neq S_{uc}$ می باشد، استحکام فشاری نهایی S_{uc} بسیار بیشتر از استحکام کششی نهایی S_{ut} است.
- برای مثال بتن فشار را خوب تحمل می کند اما کشش را تحمل نمی کند بخاطر همین است که در بتن میلگرد کار می گذارند که کشش را هم تحمل کند.
- این نکته را باید رعایت کرد که مواد ترد شکسته می شوند اما مواد نرم گسیخته می شوند.
- مواد نرم در نقطه Full plastic گسیخته می شوند.

انواع بار گذاری :

۱. بار گذاری استاتیکی (Static loading)
 ۲. بار گذاری خستگی (Fatigue loading)
- سوال : مشخصات یک بردار Vector چیست؟
۱. اندازه
 ۲. راستا
 ۳. جهت
 ۴. نقطه اثر
- سوال : بردار نیرو در استاتیک و مقاومت مصالح و طراحی اجزا چگونه برداری است؟
۱. در استاتیک : بردار لغزنده است ، چون نقطه اثر در استاتیک در نظر می گرفتیم.
 ۲. در مقاومت مصالح و طراحی نیرو یک بردار ثابت خواهد بود چون در طراحی و مقاومت ما تغییرات کشسان و مومسان داریم.

حال اگر چهار مولفه یک بردار را برای نیرو با هم در نظر بگیریم این بار گذاری استاتیکی است. اما اگر چهار مولفه بالا یکی از آنها تغییر کند این بار گذاری دینامیکی است. تذکر: اگر تغییرات آنقدر کوچک باشد که بتوان از اثر آن صرف نظر کرد می توان بار گذاری دینامیکی را به استاتیکی تبدیل کرد. (مثلاً تحلیل یک جرثقیل در نرم افزار working model در شتاب جاذبه صفر و یا شتاب نزدیک صفر با طولانی کردن حرکت اجزاء) همانگونه که خاطر نشان شد مواد به دو دسته عمومی نرم و ترد قابل تقسیم هستند لذا برای شکست این مواد معیارهای وجود دارد که در زیر به بررسی آنها می پردازیم.

معیارهای گسیختگی مواد نرم:

اگر توجه کنید در اینجا لفظ گسیختگی را بکار بردیم و لفظ شکست را به کار نبردیم زیرا مواد نرم شکسته نمی شوند بلکه گسیخته می شوند. از آنجائیکه طراحی مواد نرم باید به گونه ای باشد که همواره در فاز الاستیک باقی بماند بهترین معیاری که استفاده می شود استفاده از تنش یا استحکام تسلیم (S_y) می باشد. اما مواد ترد از آنجائیکه نقطه تسلیم مشخصی ندارند استفاده از S_y چندان معقول به نظر نمی رسد. و بهتر است از تنش نهایی S_{ut} یا S_{uc} استفاده کنیم.

$u \rightarrow ultimate$

$y \rightarrow yield$

$t \rightarrow tension$

$c \rightarrow compression$

۱. معیار ماکزیمم تنش نرمال (Criterion maximum normal stress)

۲. معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی (Criterion Tersca)

۳. معیار ون میزز (Criterion von mises)

۱. معیار ماکزیمم تنش نرمال:

این نظریه به علت قدمتش بیان می شود، پیش بینی های آن با آزمایش وفق ندارد و اصولاً نتایج نا امنی می دهد این تئوری می گوید:

تسلیم یا شکست موقعی در قطعه مکانیکی رخ می دهد که بزرگترین تنش اصلی آن با استحکام (در مواد نرم با S_y و در مواد ترد با S_{ut}) برابر شود.

فرض کنید سه تنش اصلی را برای هر حالت تنش به شکل زیر مرتب کنیم:

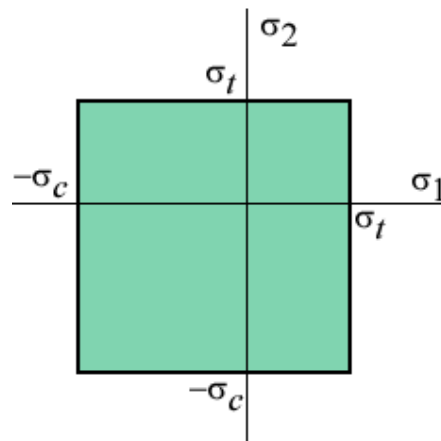
$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

این نظریه می گوید گسیختگی در مواد نرم زمانی روی می دهد که:

$$\sigma_1 = S_{yt}, \sigma_3 = -S_{yc}$$

و در مواد ترد زمانی رخ می دهد که:

$$\sigma_1 = S_{ut}, \sigma_3 = -S_{uc}$$



۱. نکات مهم:

۱. این تئوری هم برای مواد نرم و هم برای مواد ترد کار برد دارد.
۲. اگر نقطه بار گذاری load point داخل مربع بود حتماً گسیختگی نداریم چون در ناحیه ایمن واقع شده است. اما اگر خارج این مربع بود گسیختگی داریم (توجه اینکه نقطه بار گذاری از محاسبه σ_1, σ_2 بدست می آید).

یعنی برای هر نقطه ضریب ایمنی یک است و در آستانه گسیختگی می باشد.

$$n = \frac{OB}{OA} \rightarrow$$

۳. ماکزیمم تنش نرمال در ربع اول و سوم جواب های قابل قبول می دهد چون در محدوده بیضی ون مایز نیز قرار می گیرد و در این حالت است که با ماکزیمم تنش برشی شباهت دارد اما این معیار در ربع های دو و چهار خارج از بیضی ون مایز قرار می گیرد و این نشان دهنده آن است که معیار ماکزیمم تنش نرمال در ربع اول و سوم امن تر اما در دو ربع دیگر نمی تواند از ایمنی خاصی بر خوردار باشد و استفاده از این معیار را خطر ناک می کند و بهتر است طراح فقط برای زمانی که می خواهد به جواب تخمینی سریعی برسد و اندازه برای آن مهم نیست از آن استفاده کند. در غیر این صورت در ربع های دو و چهار معیار ون میز امن تر است.
- بنابراین اگر ضریب ایمنی قطعه را با معیار ماکزیمم تنش نرمال n_1 و با ماکزیمم تنش برشی n_2 و با ون مایز n_3 بگیریم در این صورت خواهیم داشت:

$$n_2 \leq n_1, n_2 \leq n_3$$

۴. اگر المانی تحت پیچش باشد معیار ماکزیمم تنش نرمال نمی تواند پیش بینی صحیحی در مورد گسیختگی انجام دهد.

اثبات:

$$\tau = R \rightarrow \sigma_{\max} = R = \tau_{\max} = S_y$$

$$\tau = R \rightarrow \sigma_{\min} = -R = -\tau_{\max} = S_y$$

اگر $\tau_{\max} = 0.577 S_y$ از این مقدار بیشتر شود ما صد در صد تسلیم یا گسیختگی داریم اما اینجا

$\tau_{\max} = S_y$ و در حالیکه آزمایش نشان می دهد که قطعه های بار گذاری در پیچش بیشینه در حدود ۶۰٪

استحکام تسلیم باشد یا S_y از ۵۷۷٪ آن بزرگتر است و این یکی از دلایلی است که این نظریه نامناسب است.

۲. تئوری ماکزیمم تنش برشی یا معیار ترسکا:

۱. این تئوری به خاطر سادگی و پیش بینی صحیح آن کاربرد فراوان دارد و فقط برای مواد نرم به کار می رود.

۲. این تئوری می گوید یک عنصر مکانیکی زمانی به تسلیم می رسد که تنش برشی ایجاد شده در آن عضو با تنش برشی $\max$ همان قطعه وقتی تحت آزمایش کشش ساده به تسلیم می رسد برابر باشد.

برای آزمایش کشش ساده داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{S_y}{2} = \frac{\sigma_1}{2}$$

برای پیچش خالص با فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ هم داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{S_y}{2}$$

این نظریه می گوید که استحکام تسلیم در برش از معادله $S_{sy} = 0.5 S_y$ بدست می آید.

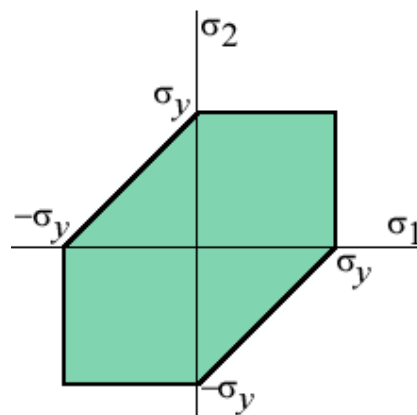
اگر ضریب ایمنی را در نظر بگیریم داریم:

$$n \tau_{\max} = n \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0.5 S_y \rightarrow n = \frac{0.5 S_y}{\tau_{\max}}$$

۳. معیار ترسکا ابعاد قطعه را بزرگتر تا ماکزیمم تنش نرمال می دهد.

۴. از مقایسه این شکل با شکل مربوط به معیار ماکزیمم تنش نرمال در می یابیم که این دو معیار در ربع

اول و دوم مشابه همدیگرند



۳. نظریه انرژی واپیچش (فون مایز (میزز)):

۵. این نظریه همانند معیار ترسکا فقط برای تعریف لحظه شروع تسلیم به کار می رود.

۶. فقط برای مواد نرم کار برد دارد اما کار کردن با آن به سادگی ترسکا نیست.

۷. نظریه وان میز به خاطر آن به وجود آمد که استحکام تسلیم مشاهده شده در مواد نرمی که به گونه هیدرواستاتیکی تنش گذاری شده اند به مراتب بیشتر از مقادیر حاصل از آزمون کشش ساده بود بنابراین مسلم شد که تسلیم صرفاً کششی یا فشاری نیست بلکه تا اندازه ای برش بین اجزا (تغییر زاویه) نیز بستگی دارد.

۸. تنش های هیدرواستاتیکی برای ما ایجاد مزاحمت نمی کنند بلکه آنچه ایجاد مزاحمت می کند تنش های انحرافی هستند.

۹. تئوری قدیمی می گوید تسلیم هنگامی آغاز می شود که انرژی ذخیره شده در جزء تحت تنش با انرژی کرنشی ذخیره شده در جزئی از نمونه آزمون کشش ساده در نقطه تسلیم برابر باشد که،
نظریه انرژی کرنشی ماکزیمم نام دارد این نظریه دیگر استفاده نمی شود اما اساس نظریه انرژی واپیچش یا همان فون مایسس (ون مایز) است.

نکته مهم: حداکثر انرژی جنبشی یک ضربه ایمنی بزرگتر از نظریه واپیچش می دهد.

تست فوق لیسانس:

فرق نظریه انرژی واپیچش با حداکثر انرژی کرنشی در چیست؟

ج: فرق آن این است که انرژی حداکثر کرنشی یک واحد حجم را تحت عنوان (تنش های هیدرواستاتیکی) بیشتر دارد تا واپیچش.

کل انرژی کرنشی از رابطه $u = \frac{1}{2} \epsilon_x \sigma_x$ محاسبه می شود که بسط آن با رابطه زیر می باشد:

$$\frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$u = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]$$

$$u_v = \frac{1}{2E}[3\sigma_{average}^2 - 2\nu(3\sigma_{average}^2)] = \frac{3\sigma_{av}^2}{2E}[1 - 2\nu]$$

$$u_d = u - u_v = \frac{1+\nu}{3E}\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}\right]$$

نکته (۱): اگر انرژی کرنشی حداکثر دارید باید با u مقایسه کنید و اگر انرژی واپیچش دارید باید آنرا با u_d مقایسه کنید.

نکته (۲): در رابطه مربوط به u_d که انرژی تغییر شکل را نشان می دهد تنش هیدرواستاتیک $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ قرار داده شود u_d برابر صفر خواهد بود.

در رابطه u_d در صورتیکه فرایند کشش ساده باشد u_d به صورت زیر محاسبه خواهد شد: برای کشش ساده داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = S_y \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow u_d = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2$$

$$\frac{1+\nu}{3E} S_y^2 = \frac{1+\nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2} \right]$$

$$S_y^2 = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2} \right]$$

$$\text{if } \rightarrow \sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{\frac{1}{2}}$$

آنگاه سه حالت پیش می آید:

زمانیکه $S_y > \sigma'$ قطعه دیگر تسلیم شده است و مرگ حتمی برای قطعه را داریم.

زمانیکه $S_y = \sigma'$ شد قطعه تسلیم می شود و فاتحه قطعه خوانده شده است.

زمانیکه $S_y < \sigma'$ شد قطعه امید برای ماندن را دارد و این مسئله خوب است.

• حالت خاص دو بعدی است:

$$\sigma_3 = 0 \rightarrow \sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2]^{\frac{1}{2}}$$

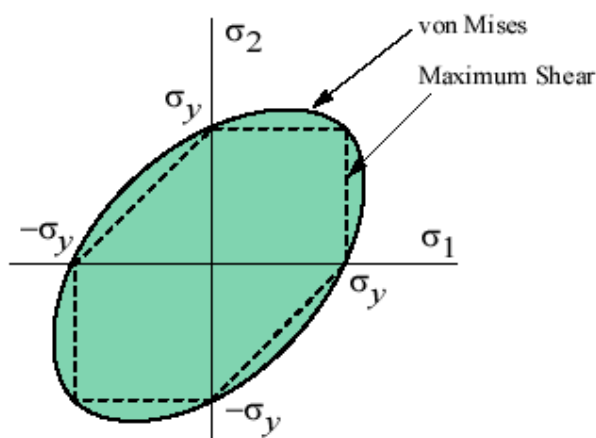
اگر به معادله σ' در بالا توجه کنید یک معادله بیضی به صورت زیر است:

$$X^2 + Y^2 - XY = A$$

در این معادله بیضی اقطار آن موازی محورهای X و Y نیست چون:

$$\frac{(x-a)^2}{A^2} + \frac{(y-b)^2}{B^2} = C^2$$

بنابراین داریم: $S_y = [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2]^{1/2}$



• نکات مهم:

۱. اگر یک مسئله **پیچش خالص** را مورد بررسی قرار می دهیم:

$$\sigma' = [3\tau_{\max}^2]^{1/2} = S_y \Rightarrow \sqrt{3}\tau_{\max} = \sigma' = S_y \Rightarrow \tau_{\max} = 0.577S_y$$

۲. معیار میز دقیق ترین معیاری است که برای مواد نرم به کار می رود اما ایمنی آن کمتر از ترسکا است، یعنی

ضریب ایمنی میز از ترسکا کمتر است. به عبارت دیگر جواب های میز و ترسکا ۱۵٪ اختلاف دارند.

۳. در صورتیکه از معیار میز استفاده نماییم و قطعه مورد بحث تحت ترکیبی از خمش و پیچش باشد در اینصورت

از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

در این رابطه σ_x نمایه ای برای خمش و τ_{xy} برای پیچش است که برای پیچش داریم $\tau = \frac{Tr}{j}$.

۵. فرمول معیار میز در حالت کلی که این معیار را تئوری تنش هشت وجهی هم می گویند به فرم زیر است:

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)]^{1/2}$$

در این فرمول به σ_1 تنش موثر یا تنش ون مایزی می گویند.

۶. فرمول معیار میز در حالت سه بعدی:

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{1/2}$$

۷. فرمول معیار میزز در حالت دو بعدی:

$$\sigma_3 = 0 \rightarrow \sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1 \sigma_2]^{\frac{1}{2}}$$

• استحکام مواد ترد تحت بارگذاری استاتیکی:

از جمله خواص مواد ترد می توان به زیر اشاره کرد که تست های فوق لیسانس هم بوده است:

۱. نمودار تنش و کرنش تا نقطه شکست خط پیوسته همواری می باشد.
۲. گسیختگی در اثر شکست اتفاق می افتد بنابراین این مواد نقطه تسلیم مشخصی را ندارند.
۳. استحکام فشاری این مواد معمولاً چندین برابر استحکام کششی آنها است.

$$S_{ut} \neq S_{uc}$$

یعنی

۴. استحکام پیچشی نهایی S_{su} که مدول گسیختگی است تقریباً با استحکام کششی آنها برابر

$$S_{su} = S_{ut}$$

است. یعنی

در حقیقت از سه تئوری ماکزیمم تنش نرمال، کلون-مور، کلون-مور اصلاح شده می توان برای پیشگیری شکست مواد ترد استفاده نمود پس معیار هایی که برای مواد ترد به کار می رود مطابق زیر است.

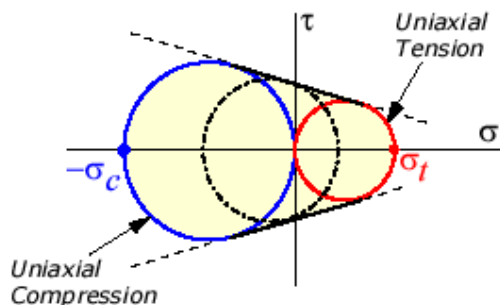
• معیار های شکست مواد ترد:

۱. تئوری ماکزیمم تنش نرمال:

این تئوری مطابق با آنچه که برای مواد نرم به کار می رفت برای مواد ترد هم به کار می رود.

اگر σ_1, σ_2 را محاسبه کنیم و load point با مختصات $A = \begin{vmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{vmatrix}$ را بدست آوریم و در ناحیه ایمن واقع شد شکست نداریم در غیر اینصورت شکست داریم.

۲. تئوری کلون-مور:

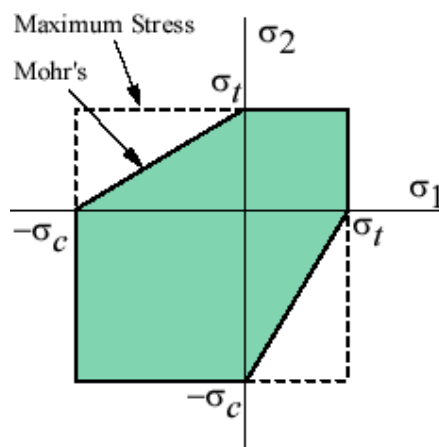


این تئوری که به آن نقطه اصطکاک داخلی هم می گویند بر اساس آزمونهای ساده کشش و فشار استوار می باشد. دو دایره مطابق شکل بالا رسم می کنیم، مماس مشترک این دو دایره را رسم کرده اکنون برای هر وضعیت بار

گذاری یک دایره مور قابل ترسیم است در صورتیکه این دایره داخل ناحیه هاشور خورده قرار گیرد بارگذاری ایمن در غیر اینصورت شکست خواهیم داشت.

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = \frac{1}{n}$$

در این معادله حتماً S_{uc} منفی خواهد بود.



۳. تئوری کلون - مور اصلاح شده :

می دانیم که معادله خط کلون - مور اصلاح شده در صفحه قبل به شرح زیر است:

$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}}$$

• نکات مهم فرمول فوق:

۱. طرف چپ رابطه فوق حتماً بایستی به صورت جمع باشد حال چه جمع منفی یا چه جمع مثبت.

۲. S_{uc} در رابطه بالا بایستی حتماً منفی باشد.

۳. از فرمول بالا زمانیکه خط بارگذاری (خط ۴۵ درجه) را قطع می کند استفاده میکنیم.

۴. در فرمول فوق برای σ_1, σ_2 داریم:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

۵. S_{uc}, S_{ut} را از جدول آخر کتاب شیگلی برای مواد مختلف خوانده می شود و n هم ضریب ایمنی است.

۶. معیار کلون - مور جانب احتیاط را دارد چون همگی نقاط داده شده در خارج می افتند.

اما معیار کلون مور اصلاح شده به محطاطی کلون مور نیست ولی پیش بینی شکست را بهتر انجام می دهد.

۷. سه معیار یاد شده در حل یک مسئله طراحی برای n (ضریب ایمنی) جواب های نزدیک به هم می دهند اما معیار

همیشه ماکزیمم تنش نرمال جواب های بزرگتر از کلون مور و کلون مور اصلاح شده می دهد.

۸. در استفاده از S_{ut}, S_{uc}, S_y توجه کنید که $1Mpa = \frac{N}{mm^2}$ بنابراین اگر واحد متری داشتید بهتر است به

mm تبدیل کنید.

• مثال (۱)

پینی به قطر ۶ mm از چدن $\begin{cases} S_{ut} = 293 \text{ Mpa} \\ S_{uc} = 965 \text{ Mpa} \end{cases}$ ساخته شده است، پین جوری طراحی شده است که بار محوری فشاری ۳۵KN همراه با بار پیچشی ۹.۸KN.m تحمل می نماید. مطلوبست مقدار ضریب ایمنی با استفاده از سه نظریه شکست مواد ترد.

حل: اولین کار برای حل این مسئله این است که مؤلفه های تنش اصلی را محاسبه کنیم:

نیروی محوری فشاری تولید کننده تنش نرمال مطابق زیر است:

$$\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{-3.5 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times (6^2)} = -124 \text{ Mpa}$$

و تَرک تولید کننده تنش برشی به صورت زیر است:

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 9.8 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times (6^3)} = 231 \text{ Mpa}$$

For principal stress have as following:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \Rightarrow \sigma_1 = 177 \text{ Mpa}, \sigma_2 = -301 \text{ Mpa}$$

• **Criterion maximum normal stress**

$$n = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{293}{177} = 1.65$$

• **Criterion CLOM-MOHR**

$$\left(\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}} \right) = \frac{1}{n} \Rightarrow \left(\frac{177}{293} + \frac{-301}{-965} \right) = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 1.09$$

• **Criterion optimized CLOM-MOHR**

$$\left(\frac{n\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} \right) = \left(\frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}} \right) = n \left(\frac{\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{\sigma_1}{S_{ut}} \right) = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}}$$

$$\Rightarrow n \left(\frac{-301}{293 - 965} + \frac{177}{293} \right) = \left(\frac{-965}{293 - 965} \right) \Rightarrow n = 1.36$$

مثال (۲): پینی با ضریب ایمنی ۲,۵ طراحی کرده ایم اگر جنس پین $A_{STM} NO40$ باشد

$$\begin{cases} S_{ut} = 293 \text{ Mpa} \\ S_{uc} = 965 \text{ Mpa} \end{cases}$$

باشد و بار محوری فشاری در آن ۳۵KN همرا با بار پیچشی ۹,۸KN.m باشد مطلوب است قطر پین با استفاده از بهترین معیار شکست برای مواد ترد.

با توجه به نیروی محوری فشاری برای تنش نرمال داریم:

$$1) \sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{-3.5 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times d^2}$$

$$2) \sigma_y = 0$$

$$3) \tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 9.8 \times 10^3}{\pi d^3}$$

$$4) \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$5) n \left(\frac{\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{\sigma_1}{S_{ut}} \right) = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}}$$

$$2) \sigma_y = 0$$

$$3) \tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 9.8 \times 10^3}{\pi d^3}$$

$$4) \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$5) n \left(\frac{\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{\sigma_1}{S_{ut}} \right) = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}}$$

با جایگذاری ۱ و ۲ در ۴ و با جایگذاری ۴ در ۵ خواهیم داشت:

$$\frac{2.5 \left(\frac{-3.5 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times d^2} \right) + \left(\frac{(-3.5 \times 10^3)^2}{\left(\frac{\pi}{4} \times d^2 \right)^2} + \left(\frac{16 \times 9.8 \times 10^3}{\pi d^3} \right)^2 \right)^{1/2}}{293} = \frac{-965}{293 - 965} \rightarrow d =$$

نتیجه: این سوال یک سوال طراحی بود که در حل پروژه جرثقیل و یا لیفتراک liftruck می تواند کمک کننده باشد.

- مثال (۳): آزمایش نشان داده است خواص چدنی عبارت است از

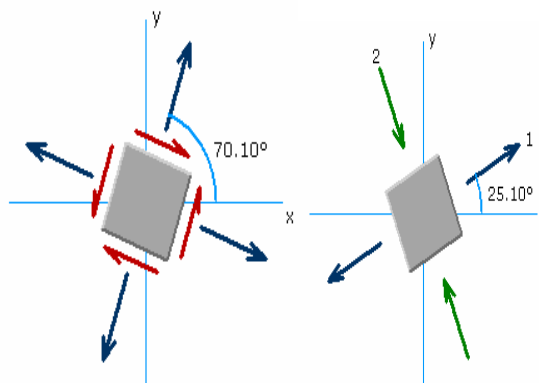
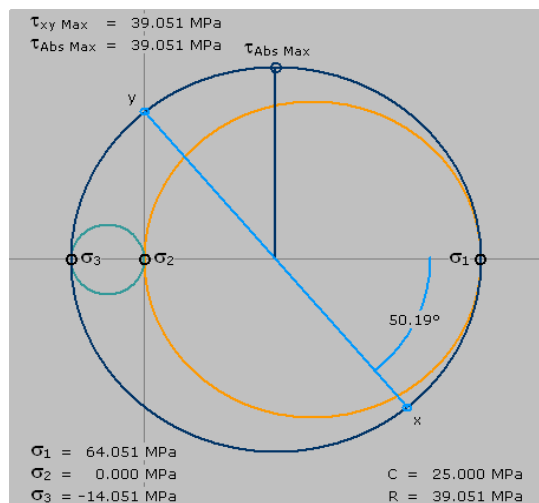
$$\begin{cases} S_{ut} = 150 \text{ Mpa} \\ S_{uc} = 600 \text{ Mpa} \end{cases}$$
 ضریب ایمنی را برای هر یک از سه نظریه شکست مواد تردد در حالت های تنش زیر بدست آورید.

الف) $\sigma_x = 50 \text{ Mpa}, \tau_{xy} = 30 \text{ Mpa}$

حل :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{50}{2} \pm \left[\left(\frac{50}{2} \right)^2 + 30^2 \right]^{1/2} = 64.1, -14.1$$

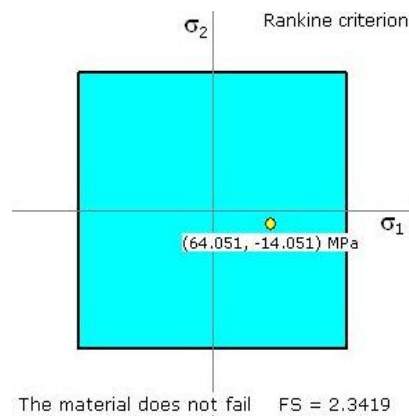


توجه داریم که $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$ بنابراین جهت بدست آوردن نقطه load point بر روی نمودار

$$\begin{cases} \sigma_1 = 64.051 \\ \sigma_2 = -14.051 \end{cases} \text{ داریم}$$

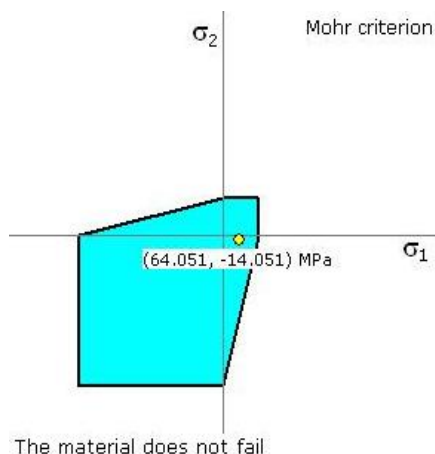
ماکزیمم تنش نرمال:

$$n_1 = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{150}{64.1} = 2.34$$



$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \rightarrow n_2 = \frac{1}{\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}}} = \frac{1}{\frac{64.1}{150} + \frac{-14.1}{-600}} = 2.22$$

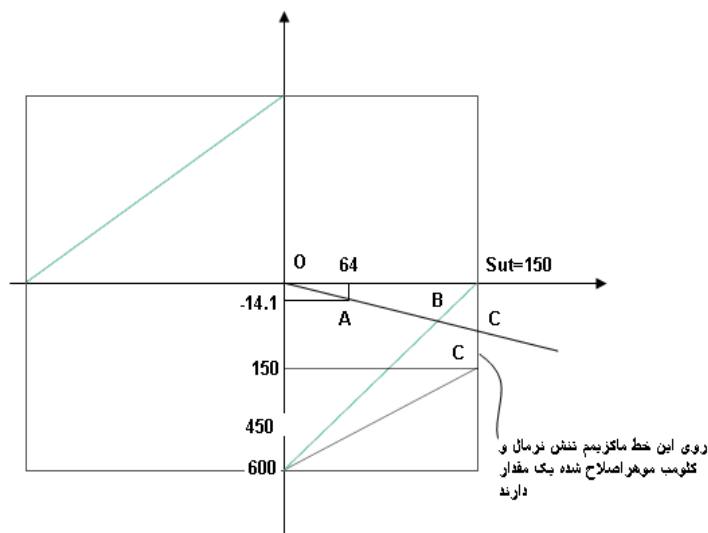
کلومب موهر:



$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}} \rightarrow n_3 = 2.9$$

کلومب موهر اصلاح شده:

با توجه به اینکه n_1 برابر ۲,۳۴ مقدار n_3 غیر قابل قبول خواهد بود زیرا معمولاً معیار ماکزیمم تنش نرمال جواب بیشتری را از کلون موهر اصلاح شده می دهد این مطلب از روی نمودار معیار ها هم به صورت زیر واضح است.



اگر به نقطه C توجه کنید می بینید که خط گذرنده از load point را قطع نمی کند بنابراین جواب ۲,۹ برای n_3 کلومب موهر اصلاح شده غ ق ق است. از طرفی می دانیم روی خط (ماکزیمم تنش نرمال و کلومب موهر اصلاح شده یک مقدار دارند

اصلاح شده) یک مقدار دارند پس عدد قابل قبول همان عدد بدست آمده برای n_1 یعنی $n_1 = n_2 = 2.34$ می باشد.

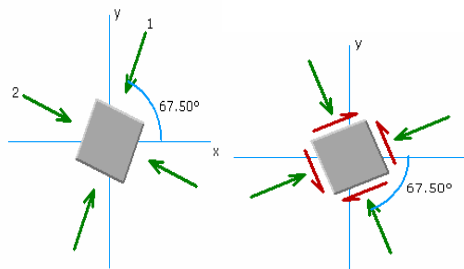
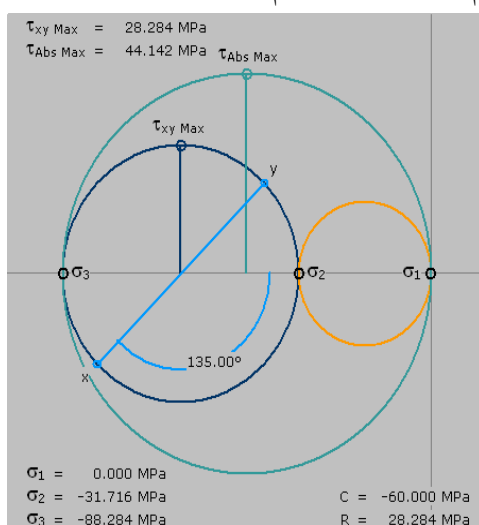
• ب) $\sigma_x = -80 \text{ Mpa}, \sigma_y = -40 \text{ Mpa}, \tau_{xy} = 20 \text{ Mpa}$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

حل :

$$\sigma_{1,2} = \frac{-80 - 40}{2} \pm \left[\left(\frac{-80 + 40}{2} \right)^2 + 20^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = -31.71 \text{ MPa}, \sigma_2 = -88.28 \text{ MPa}$$

با توجه به اینکه σ_1, σ_2 هم علامت می باشند برای رسم دایره موهر خواهیم داشت:



توجه داریم که $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$ بنابراین جهت بدست آوردن نقطه load point بر روی نمودار

$$\begin{cases} \sigma_1 = 0 \\ \sigma_2 = -88.284 \end{cases} \text{ داریم}$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:

$$n_1 = \frac{S_{uc}}{\sigma_2} = \frac{-600}{-88.28} = 6.79$$

$$\frac{\sigma_2}{S_{ut}} + \frac{\sigma_1}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \rightarrow n_2 = \frac{1}{\frac{\sigma_2}{S_{ut}} + \frac{\sigma_1}{S_{uc}}} = \frac{1}{\frac{-88.28}{0} + \frac{-600}{-600}} = 6.79$$

معیار کلومب موهر:

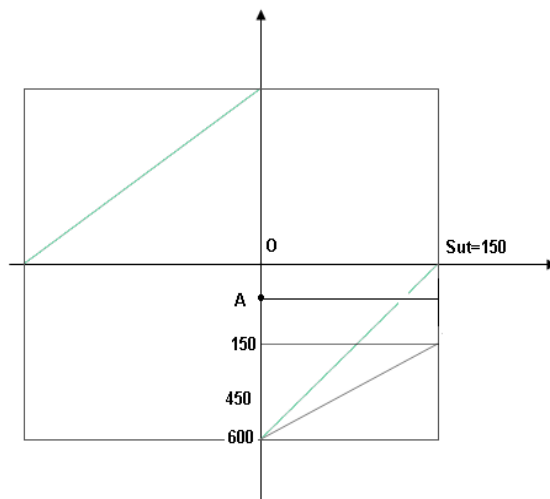
معیار کلومب موهر اصلاح شده:

$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}} \rightarrow n_3 \left(\frac{-88.28}{150 - 600} + \frac{0}{-600} \right) = \frac{-600}{150 - 600}$$

$$\rightarrow n_3(0.196) = 1.33 \rightarrow n_3 = \frac{1.33}{0.196} = 6.79$$

نتیجه:

هرگاه load point روی یکی از محورهای دیاگرام افتاد نتیجه می گیریم که $n_1 = n_2 = n_3$ است.



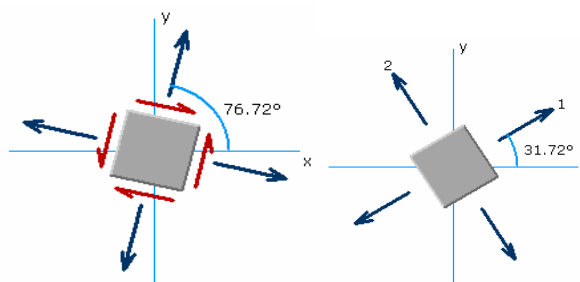
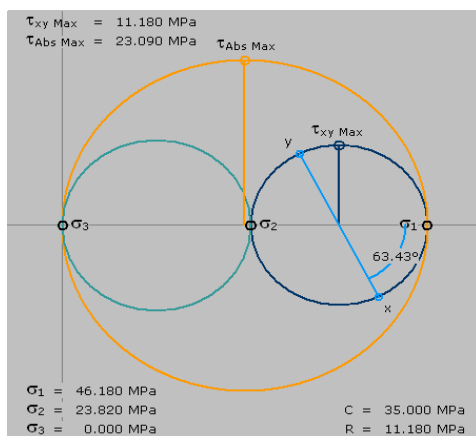
• ج $\sigma_x = 40 \text{ Mpa}, \sigma_y = 30 \text{ Mpa}, \tau_{xy} = 10 \text{ Mpa}$

حل:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{40 + 30}{2} \pm \left[\left(\frac{40 - 30}{2} \right)^2 + 10^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 46.180 \text{ Mpa}, \sigma_2 = 23.81 \text{ Mpa}$$

با توجه به اینکه σ_1, σ_2 هم علامت می باشند داریم:



$$\begin{cases} \sigma_1 = 46.180 \\ \sigma_2 = 0 \end{cases}$$

بنابراین جهت بدست آوردن نقطه load point بر روی نمودار داریم:

هر گاه load point روی یکی از محور های دیاگرام افتاد یا به عبارت دیگر σ_1 یا σ_2 صفر شود نتیجه می گیریم که $n_1 = n_2 = n_3$ (برای هر سه معیار مقدار مساوی برای ضریب ایمنی داریم) است.

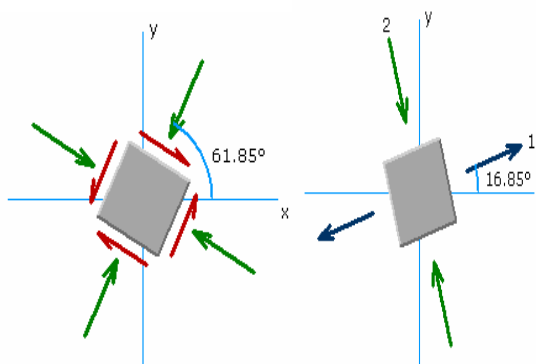
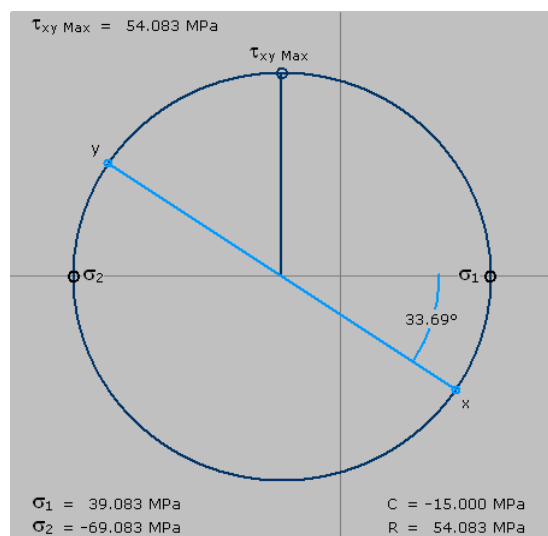
$$n_1 = n_2 = n_3 = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{150}{46.18} = 3.25$$

$$\sigma_x = 30 \text{ Mpa}, \sigma_y = -60 \text{ Mpa}, \tau_{xy} = 30 \text{ Mpa} \quad (د)$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{30 - 60}{2} \pm \left[\left(\frac{30 + 60}{2} \right)^2 + 30^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 39.1 \text{ Mpa}, \sigma_2 = -69.1 \text{ Mpa}$$

همانطور که مشاهده می کنید تنش های اصلی مختلف علامه می باشند.



برای پیدا کردن load point بر روی نمودار با توجه به دایره موهر فوق داریم:

$$\begin{cases} \sigma_1 = 39.1 \text{ Mpa} \\ \sigma_2 = -69.1 \text{ Mpa} \end{cases}$$

$$n_1 = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{150}{39.1} = 3.84$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \rightarrow n_2 = \frac{1}{\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}}} = \frac{1}{\frac{39.1}{150} + \frac{-69.1}{-600}} = 2.67$$

معیار کلومب موهر:

معیار کلومب موهر اصلاح شده:

$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}} \rightarrow n_3 \left(\frac{-69.1}{150 - 600} + \frac{39.1}{150} \right) = \frac{-600}{150 - 600}$$

$$\rightarrow n_3 (0.154 + 0.260) = 1.33 \rightarrow n_3 = \frac{1.33}{0.414} = 3.22$$

از مقایسه این مساله با مساله قبلی در می یابیم که این مسئله راحت تر بوده است چرا که این مساله یک مسئله چک

طرح است و تنش ها را داریم حال آنکه مسئله قبلی یک مسئله تقریباً طراحی بود.

- مثال (۴): در صورت استفاده از میلهء برنجی C_{2700} ضرایب ایمنی را در مورد هر یک از سه نظریه گسیختگی استاتیکی در حالت های تنشی زیر را بیابید:

الف) $\sigma_y = 30 \text{ Mpa}$ و $\sigma_x = 70 \text{ Mpa}$

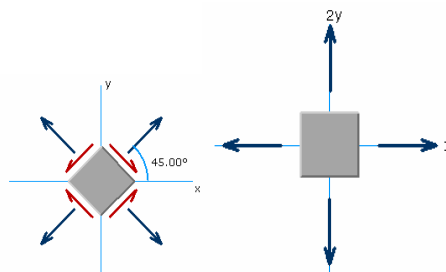
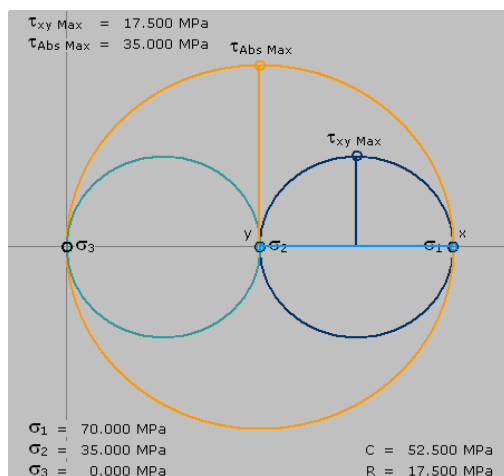
حل:

$$\begin{cases} S_y = 310 \text{ Mpa} \\ S_{Sy} = 0.5 S_y = 155 \text{ Mpa} \end{cases}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

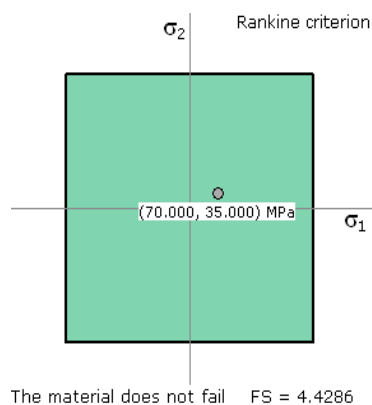
$$\sigma_{1,2} = \frac{30 + 70}{2} \pm \left[\left(\frac{30 - 70}{2} \right)^2 + 0 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 70 \text{ Mpa}, \sigma_2 = 30 \text{ Mpa}$$

با توجه به اینکه σ_1, σ_2 هم علامت می باشند داریم:



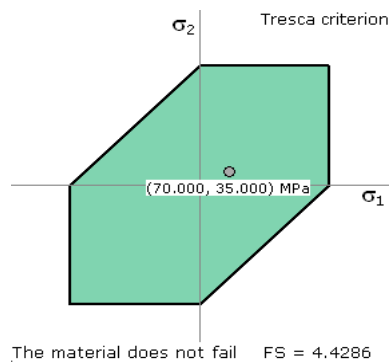
$$n_1 = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{310}{70} = 4.43$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال :



$$n_2 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{155}{35} = 4.43$$

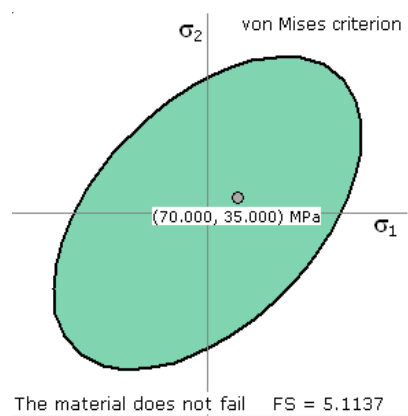
معیار ماکزیمم تنش برشی:



از اینکه دو معیار ماکزیمم تنش برشی و ماکزیمم تنش نرمال یک جواب را به ما دادند می توان به این نتیجه هم رسید که load point در ربع اول یا سوم واقع شده است.
معیار ون مایرز:

$$\sigma' = \sqrt{(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2)^2} \rightarrow \sigma' = 60.8 \text{ MPa}$$

$$n_3 = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{310}{60.80} = 5.1$$



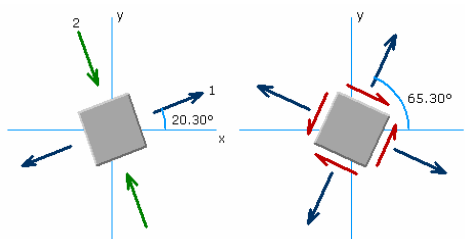
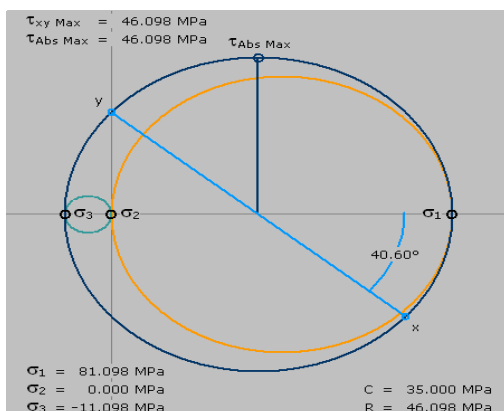
ب) $\sigma_x = 70 \text{ MPa}$ و $\tau_{xy} = 30 \text{ MPa}$ حل:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{70}{2} \pm \left[\left(\frac{-70}{2} \right)^2 + 30^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 81.1 \text{ MPa}, \sigma_2 = -11.1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{70}{2} \right)^2 + 30^2} = 46.1 \text{ MPa}$$

با عنایت به اینکه دو تنش اصلی مختلف علامه هستند داریم:



با توجه به تنش اصلی بدست آمده داریم:

$$\sigma' = \sqrt{((\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2))} \rightarrow \sigma' = 87.2 \text{ MPa}$$

$$n_1 = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{310}{81.1} = 3.82$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:

$$n_2 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{155}{46.1} = 3.36$$

معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی:

$$n_3 = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{310}{87.2} = 3.55$$

معیار ون مایز:

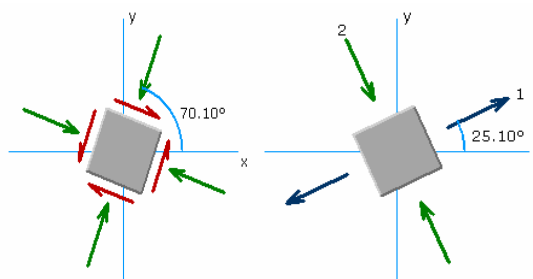
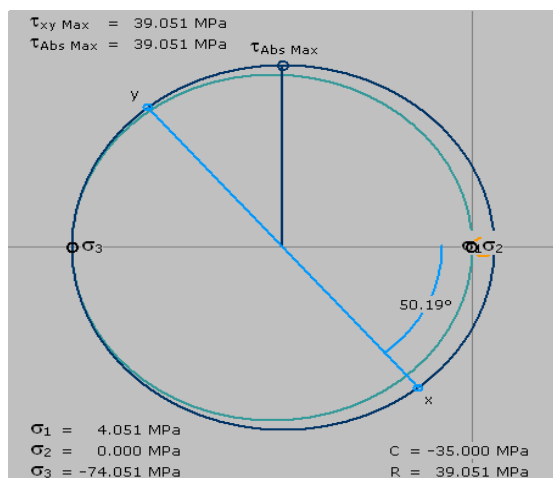
$$\sigma_x = -10 \text{ Mpa}, \sigma_y = -60 \text{ Mpa}, \tau_{xy} = 30 \text{ Mpa} \quad \text{ج}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\text{حل} : \sigma_{1,2} = \frac{-10 - 60}{2} \pm \left[\left(\frac{-10 + 60}{2} \right)^2 + 30^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = -74.1 \text{ MPa}, \sigma_2 = 4.1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{-10 + 60}{2} \right)^2 + (30)^2} = 39.1 \text{ MPa}$$

با استفاده از دایره موهر هم داریم:



با توجه به تنش های اصلی بدست آمده داریم:

$$\sigma' = \sqrt{((\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2))} \rightarrow \sigma' = \sqrt{(5491.81 + 16.81 + 303.81)}$$

$$\sigma' = 76.24 \text{ MPa}$$

$$n_1 = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{310}{74.1} = 4.18$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:

$$n_2 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{155}{39.1} = 3.96$$

معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی:

$$n_3 = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{310}{76.24} = 4.07$$

معیار ون مایز یا واپیچش:

$$\sigma_x = 50 \text{ MPa}, \sigma_y = 20 \text{ MPa}, \tau_{xy} = 40 \text{ MPa} \quad \text{د}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{50 + 20}{2} \pm \left[\left(\frac{50 - 20}{2} \right)^2 + 40^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 77.7 \text{ MPa}, \sigma_2 = -7.7 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{50 - 20}{2} \right)^2 + (40)^2} = 42.7 \text{ MPa}$$

با توجه به تنش های اصلی بدست آمده داریم:

$$\sigma' = \sqrt{((\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2))} \rightarrow \sigma' = \sqrt{(6037.29 + 59.29 + 598.29)}$$

$$\sigma' = 81.82 \text{ MPa}$$

$$n_1 = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{310}{77.7} = 3.99$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:

$$n_2 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{155}{42.7} = 3.23$$

معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی:

$$n_3 = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{310}{81.82} = 3.79$$

معیار ون مایز یا واپیچش:

تمرکز تنش:

عواملی که باعث تمرکز تنش می گردند مربوط به جنس و هندسه قطعات می باشد.

در روابطی که در درس مقاومت (۱) بدست آوردیم:

$$\tau_0 = \frac{V.Q}{I.t}, \sigma_0 = \frac{P}{A}, T_0 = \frac{T.r}{j}, \sigma_0 = \frac{M.c}{I}$$

فرض نمودیم که قطعات دارای هیچ غیر یکنواختی نیستند، اکنون در در طراحی (۱) تمرکز تنش هایی را مورد بررسی قرار می دهیم که فقط به علت تغییر هندسه به وجود می آید.

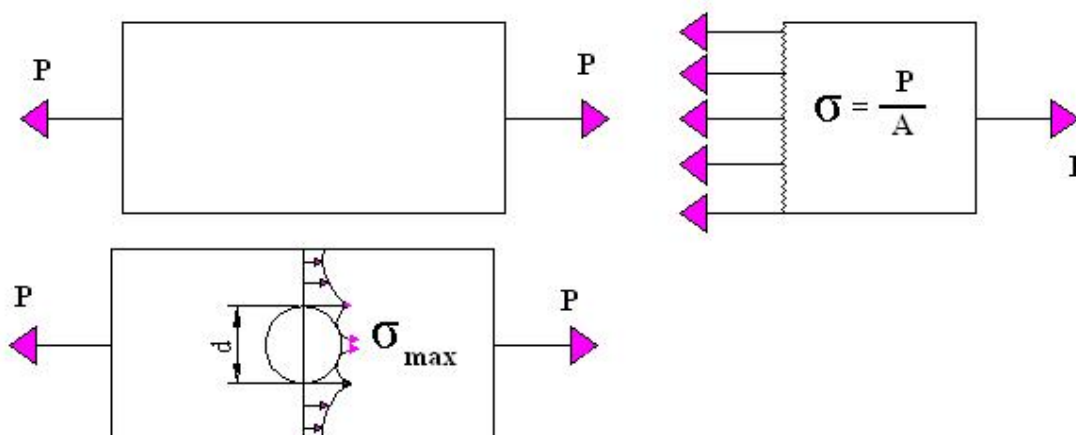
k_T : ضریب تمرکز تنش هندسی برای تنش های نرمال می باشد و با رابطه $k_T = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_0}$ معرفی می شود.

k_{TS} : ضریب تمرکز تنش هندسی برای تنش های برشی است و به این صورت تعریف می شود

$$k_{TS} = \frac{\tau_{MAX}}{\tau_0}$$

برای محاسبه K_{ts} ، K_t به پیوست ۲۳ مراجعه می نمایم و K_{ts} ، K_t را تعیین می کنیم.

σ_0 ، τ_0 با استفاده از مقاومت مصالح (۱) قابل محاسبه است لذا σ_{max} ، τ_{max} قابل محاسبه است.



مواد به دودسته نرم و ترد تقسیم می شوند لذا برای این دو دسته از لحاظ تمرکز تنش داریم:

تمرکز تنش باید بررسی شود → استاتیکی → ماده ترد

تمرکز تنش باید بررسی شود → خستگی → ماده ترد

(*) تمرکز تنش **نباید** بررسی شود → استاتیکی → ماده نرم

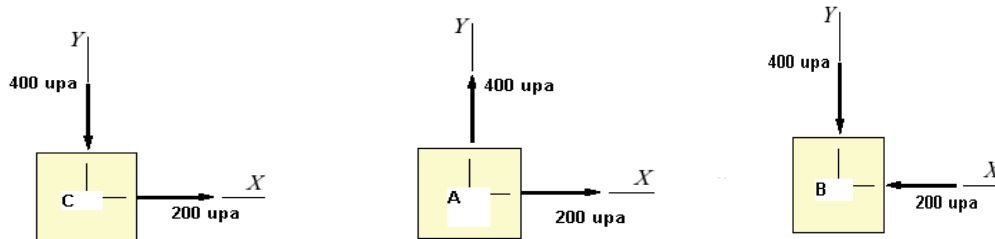
تمرکز تنش باید بررسی شود → خستگی → ماده نرم

بنابراین موادی که نرم هستند و تحلیل استاتیکی روی آنها انجام می شود دیگر نباید صحبتی از تمرکز تنش در مورد آنها کرد.

در پروژه طراحی جراثیل، لینک ها از مواد نرم هستند بنابر این تمرکز تنش ندارند.

تست های کنکور از این فصل:

۱. قطعه ای از ماده با ازدیاد طول لحظه شکست حدود سه درصد ساخته شده است. تنش در نقاط A, B, C در این قطعه مطابق شکل نشان داده شده می باشد. با توجه به شکل و بر اساس دقیق ترین نظریه واماندگی $S_{ut} = 500 \text{ Mpa}$ کدام عبارت صحیح است. (مهندسی مکانیک ۸۱)



- ۱) نقطه C بحرانی تر از B و B بحرانی تر از A است.
- ۲) نقطه A بحرانی تر از C و C بحرانی تر از B است.
- ۳) نقطه A بحرانی تر از B و B بحرانی تر از C است.
- ۴) نقطه A و B و C دارای شرایط یکسان هستند.

جواب:

۱. این ماده یک ماده نرم است چون ازدیاد طول نسبتاً زیادی دارد.
۲. نظریه ون مایز دقیق ترین نظریه برای حل مواد نرم است.
۳. چون τ_{xy} را نداریم بنابراین تنش های نشان داده شده روی هر المان تنش های اصلی هستند.
۴. فرمول معیار ون مایز به صورت زیر است:

$$S_y = [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2]^{\frac{1}{2}}$$

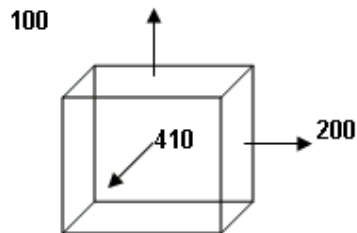
$$\sigma_A = \sqrt{(200)^2 + (400)^2 - (200)(400)} = 346.4 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_B = \sqrt{(-200)^2 + (-400)^2 - (-200)(-400)} = 346.4 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_C = \sqrt{(200)^2 + (-400)^2 - (200)(-400)} = 5298.2 \text{ Mpa}$$

بدون حل هم می توان سریع به این نتیجه رسید که در زیر رادیکال آنچه مهم است ترم $\sigma_1 \sigma_2$ در هر المانی که این مقدار منفی شود آن المان بحرانی ترین المان است. چون منفی حاصلضرب این دو عدد در منفی فرمول یک عبارت مثبت می شود و زمانیکه با دو ترم دیگر جمع می شود تبدیل به یک عبارت بزرگتر می شود لذا تست های این چنینی را بدون حل باید زد.

۲. المانی تحت بار گذاری زیر قرار دارد. در صورتیکه ماده قطعه دارای استحکام های زیر باشد، کدامیک از اتفاقات پیش بینی شده برای قطعه خواهد افتاد ($S_{ut} = 420 \text{ Mpa}$ و $S_y = 300 \text{ Mpa}$). (مهندس مکانیک ۷۹).



۱) قطعه بر اساس معیار حداکثر تنش نرمال بار گذاری را تحمل خواهد کرد.

۲) قطعه بر اساس معیار ترسکا تسلیم خواهد شد.

۳) قطعه بر اساس معیار ون مایز بار گذاری را تحمل خواهد کرد.

۴) قطعه در صفحه Y-Z تسلیم می شود.

حل :

۱. معیار ماکزیمم تنش نرمال اگر ماده را نرم در نظر بگیریم :

$$n = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{300}{410} < 1 \quad \text{پس گزینه ۱ غلط است.}$$

۲. معیار ماکزیمم تنش نرمال :

$$n = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{300}{410 - 100} < 1 \quad \text{طبق این معیار قطعه تسلیم می شود پس گزینه ۲ صحیح است.}$$

۳. معیار ون مایز :

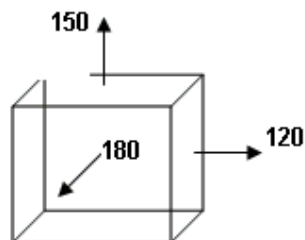
$$n = \frac{S_y}{\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}}} = \frac{300}{274} > 1$$

گزینه سه هم صحیح است .

پس این تست بیش از یک جواب صحیح داشته است.

۴. ماده ای چکش خوار دارای استحکام تسلیم $S_y = 100 \text{ Mpa}$ و استحکام نهایی

$(S_{ut} = 150 \text{ Mpa})$ می باشد. در صورتیکه المانی از ماده تحت بار گذاری زیر باشد (مهندس مکانیک ۶۹).



۱) حتماً تسلیم می شود ولی نمی شکند.

۲) حتماً خواهد شکست.

۳) تسلیم نخواهد شد و نخواهد شکست.

۴) بدون آنکه تسلیم شود، خواهد شکست.

حل: $S_{ut} = 150 < \sigma_{max} = 180$ ← پس شکست رخ می دهد. بنابراین دو گزینه ۱ و ۳ غلط است.

طبق مطمئن ترین تئوری سیلان یا تسلیم یعنی ماکزیمم تنش برشی داریم:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{180 - 120}{2} = 30$$

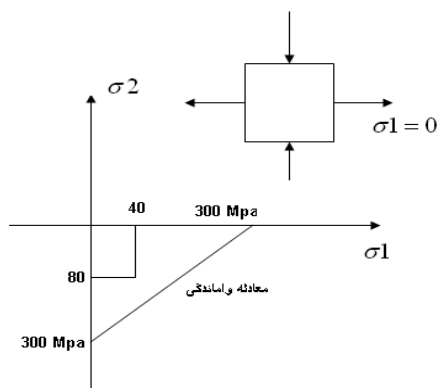
$$S_{sy} = 0.5 S_y \rightarrow S_{sy} = 50$$

$S_{sy} > \tau_{max}$ ← تسلیم اتفاق نمی افتد. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۵. تنش های اصلی در بحرانی ترین نقطه جسمی به صورت زیر است. اگر معادله واماندگی استاتیکی (Static

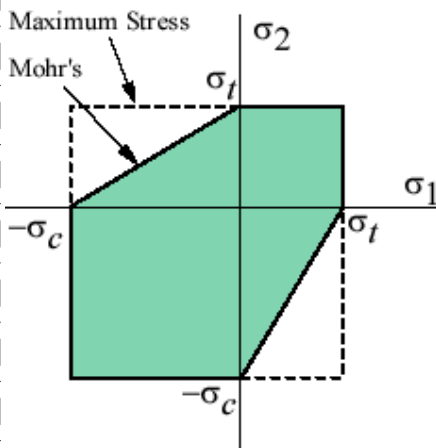
Failure) به صورت خطی مطابق شکل زیر فرض شود، مطلوبست مقدار ضریب اطمینان (n) کدام است؟

۲(۱) ۲,۵(۲) ۳(۳) ۳,۵(۴)



حل:

راه اول: استفاده از فرمول های معیار کلون مور



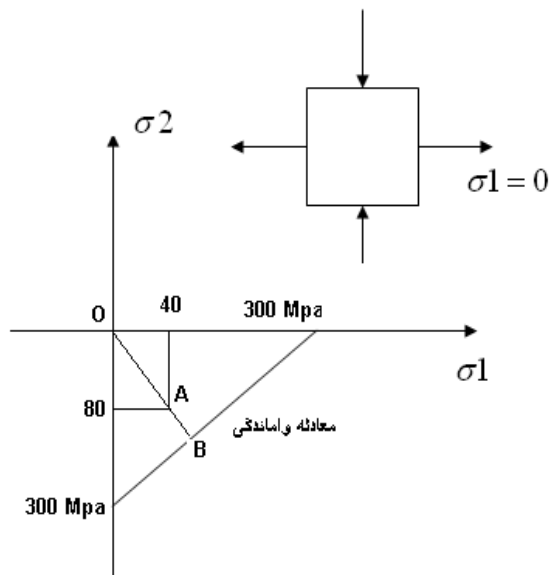
$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{-80}{300} + \frac{40}{-300} \rightarrow \frac{120}{300} = \frac{1}{n} \rightarrow n = 2.5$$

راه حل دوم: استفاده از نقطه load point روی شکل مربوط به معیار کلون مور:

$$n = \frac{OB}{OA} \rightarrow n = 2.5$$

$$OA = \sqrt{(40^2) + (80^2)} = 89.443$$

بنا بر این گزینه ۲ صحیح است.

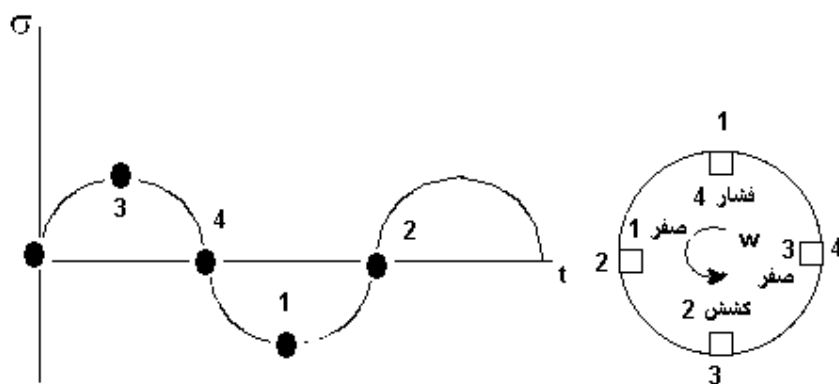


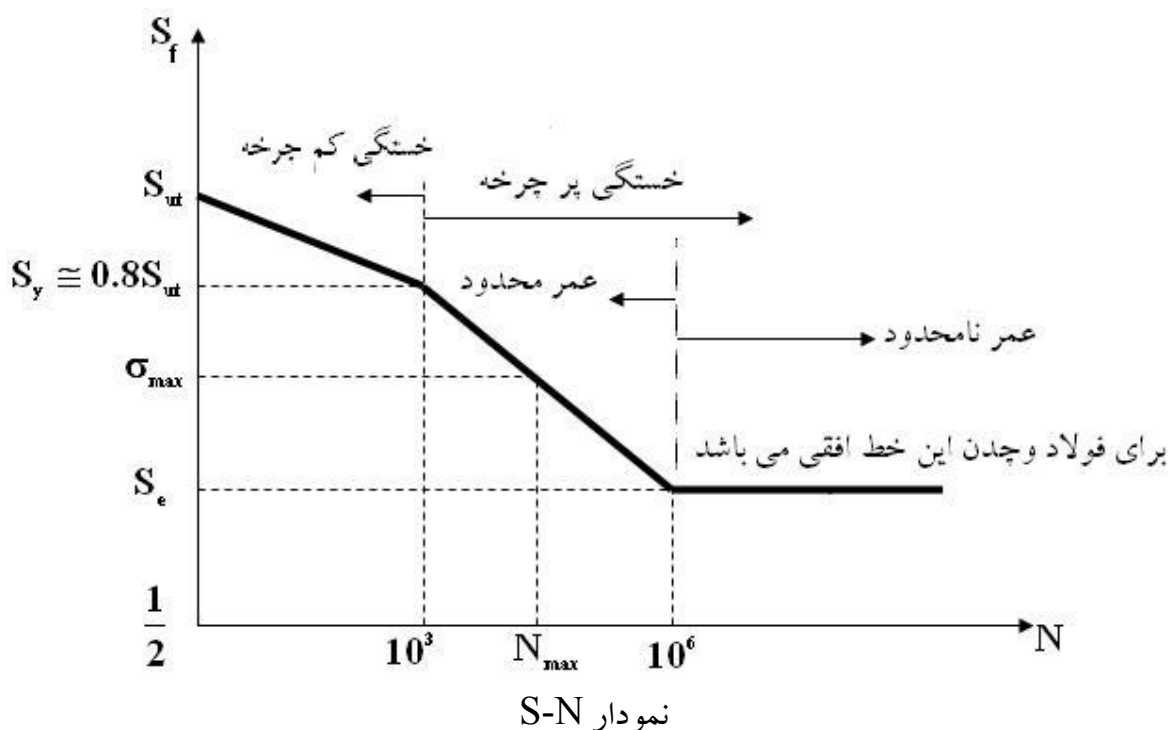
فصل هفتم

طراحی برای استحکام در برابر خستگی

خستگی در قطعات ماشین که در اثر تنش های نوسانی یا مکرر می شکنند دیده می شود که بیشترین تنش های عملی، کمتر از مقاومت نهایی ماده و حتی در بعضی موارد کمتر از مقاومت تسلیم ماده می باشد. شاخصترین ویژگی این شکست ها آن است که تنش ها به دفعات بسیار زیاد تکرار می شده اند. از این رو است که شکست را شکست خستگی یا (Fatigue Failure) می نامند. شکست خستگی، با یک ترک کوچک آغاز می شود که با اشعه X قابل شناسایی است. ترک از نقطه ای از ناپوستگی قطعه (مانند تغییر مقطع، جای خار، یا یک سوراخ) در ماده گسترش می یابد. با پیدایش ترک اثر تمرکز تنش بیشتر شده و ترک تندتر پیشرفت می کند و باعث کاهش سطح مقطع می شود تا این که در یک سطح مقطع باقیمانده قطعه به صورت ناگهانی می شکند. بنابراین مقطع یک شکست خستگی با دو ناحیه مشخص تمیز داده می شود. ناحیه نخست به علت پیشرفت تدریجی ترک و ناحیه دوم به علت شکست ناگهانی است.

تسلیم و گسیختگی در بارگذاری خستگی نداریم و شکست داریم. شکست خستگی به مراتب مهم تر از شکست استاتیکی است که در فصل قبل مورد بحث قرار گرفت. چرا که در این شکست تنش های کمتری صورت گرفته و همچنین شکستی ناگهانی بوده و خبر نمی دهد. اگر یک شافت گردان را تحت یک تنش سینوسی کاملاً برگشتی (بین مثبت و منفی یک مقدار) قرار گیرد (مطابق شکل) و مقدار دورهای لازم برای شکست میله را برای تنش های اعمالی مختلف بدست آورده و سپس روی یک نمودار که محور افقی آن لگاریتم تعداد دور و محور قائم آن مقاومت خستگی قطعه است رسم کنیم نموداری شبیه شکل زیر خواهیم داشت که به نمودار S-N معروف است.





• نکات مهم و کنکوری این نمودار:

۱. S_f : استحکام خستگی می باشد.
۲. S_e : حد دوام خستگی می باشد.
۳. اگر $\frac{1}{2} < N < 10^3 \leftarrow$ **خستگی کم چرخه** گویند. (تعداد چرخه تنش (N) که بیشتر مصارف نظامی دارد و همانگونه که از دیاگرام S-N مشخص است از همان ابتدا تنش به گونه ای است که جسم از فاز الاستیک خارج است.
۴. اگر $10^3 < N < 10^6 \leftarrow$ **خستگی پر چرخه با عمر محدود** گویند.
۵. اگر $10^6 < N \leftarrow$ **خستگی پر چرخه با عمر نامحدود** گویند.
۶. اگر $10^6 < N \leftarrow$ مقاومت خستگی S_e خواهد بود.
۷. اگر σ_{max} در نمودار S-N زیر S_e بیافتد عمر قطعه بی نهایت می شود. به عبارت دیگر اگر تنش ما از S_e کمتر باشد از نظر تئوری قطعه می تواند بی نهایت دور بزند.
۸. اگر بتوانیم برای فولاد ها وچدن ها S_e محاسبه کنیم کار آسان می شود و اگر بخواهیم ضریب ایمنی را بدست آوریم داریم:

$$n = \frac{S_e}{\sigma_{max}}$$

$$\text{if } n > 1 \rightarrow \text{life} = \infty$$

$$\text{if } n < 1 \rightarrow \text{life} = \text{limited}$$

۹. مرز بین ناحیه عمر محدود و عمر نامحدود بجز برای فولادها که بین 10^6 تا 10^7 چرخه تنش می باشد در مورد بقیه مواد مقدار مشخصی ندارد.

۱۰. در صورتیکه دیاگرام S-N بر روی یک کاغذ لگاریتمی رسم شود نمودار بر ناحیه $10^3 < N < 10^6$ دقیقاً به صورت یک خط خواهد بود لذا معادله این خط بر روی کاغذ لگاریتمی به صورت یک معادله لگاریتمی خواهد شد که به صورت زیر است:

$$S_f = 10^c N^b \quad \text{یا} \quad \log S_f = b \log N + c$$

که برای b , c هم داریم:

$$b = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{0.8 S_{ut}}{S_e} \right) \quad \text{و} \quad c = \log \frac{(0.8 S_{ut})^2}{S_e}$$

خاطر نشان می شود که در صورتیکه واحدهای متفاوت تنش مورد استفاده قرار گیرد هر واحدی که استفاده کنیم b ثابت می ماند و c تغییر می کند.

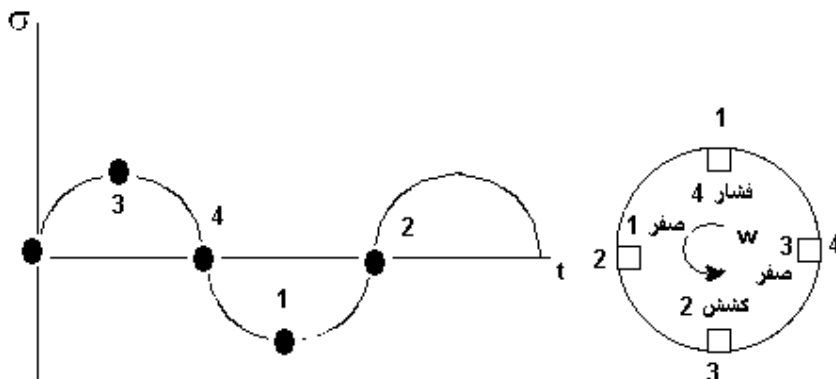
۱۱. در صورتیکه N معلوم باشد می توانیم S_f را از رابطه $10^c N^b$ محاسبه نماییم و در صورتیکه S_f مشخص باشد N را از رابطه $N = 10^{-c/b} S_f^{1/b}$ بدست آوریم.

۱۲. محدوده S_f و N به صورت روبرو است:

$$\begin{cases} S_e < S_f < 0.8 S_{ut} \\ 10^3 < N < 10^6 \end{cases}$$

۱۳. نمودار فوق هیچگاه برای فلزها و آلیاژهای غیر آهنی افقی نمی شود به عبارت دیگر این مواد حد دوام ندارند.

۱۴. هر المان روی شافت هر دور که می زند یک چرخه تنش طی می شود.
(مثلاً در امتحان می گویند شافت نیم دور از یک طرف می زند و ۳/۴ دور از طرف دیگر)



۱۴. نمودار S-N رسم شده و رابطه بدست آمده از آن برای محاسبه S_f برای حالتی است که تنش وارده

سینوسی و برگشتی باشد. اما در عمل نحوه بار گذاری می تواند حالات متفاوتی داشته باشد.

مثال (۱):

حد دوام یک عضو فولادی 120Mpa و استحكام کششی آن 400Mpa می باشد ، استحكام خستگی مربوط به چرخه تنش مربوط به چرخه تنش $N = 90 \times 10^3$ چقدر است؟

حل:

$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{0.8S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3} \log \frac{0.8 \times 400}{120} = -0.142$$

$$c = \log \frac{(0.8S_{ut})^2}{S_e} = 2.931$$

$$S_f = 10^{2.931 \times (90 \times 10^{-3})^{-0.142}} = 168.84\text{MPa}$$

$$S_e < S_f < 0.8S_{ut} \rightarrow 120 < 168.84 < 320$$

حد دوام خستگی که تا کنون در مورد آن صحبت کردیم مربوط به نمونه آزمایشگاهی می باشد و معمولاً برای

تعیین حد دوام نمونه آزمایشگاهی از روش های آماری استفاده می کنند بدین صورت که چندین نمونه

آزمایشگاهی را تحت آزمایش قرار داده و نهایتاً حد دوام خستگی را برای فولاد و یا چدن خاصی تعیین می نمایند

اما ما بدنال محاسبهء حد دوام خستگی برای نمونه های واقعی که در عمل به کار برده می شود هستیم لذا :

S_e : حد دوام نمونه واقعی

$\overline{S'_e}$: حد دوام نمونه آزمایشگاهی

S_e : حد دوام نمونه آزمایشگاهی که با استفاده از روش آماری محاسبه می شود

• نکته:

آزمایش نشان می دهد:

$$\text{برای مواد نرم} \begin{cases} S'_e = 0.5S_{ut} & S_{ut} \leq 1400\text{Mpa} \\ S'_e = 700\text{Mpa} & S_{ut} > 1400\text{Mpa} \end{cases}$$

$$\text{برای مواد ترد} \begin{cases} S'_e = 0.45S_{ut} & S_{ut} \leq 600\text{Mpa} \\ S'_e = 275\text{Mpa} & S_{ut} > 600\text{Mpa} \end{cases}$$

مقادیر S'_e بدست آمده برای نمونه آزمایشگاهی است و برای یک قطعه عملی بایستی با یک سری ضرایب صحیح

شود.

ضرایب اصلاحی مارین:

یکی از روش هایی که می توان توسط آن به حد دوام نمونه واقعی رسید ضرایب مارین است البته این روش در کتاب درسی به آن اشاره گردیده است و روش های متفاوتی برای رسیدن از S'_e به S_e وجود دارد.

ضرایب اصلاحی مارین ۶ ضریب است که به صورت زیر معرفی می گردد:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

k_a : ضریب اصلاح سطح

k_b : ضریب اصلاح اندازه

k_c : ضریب قابلیت اعتماد که بستگی به R ($0 < R < 1$) (Reliability)

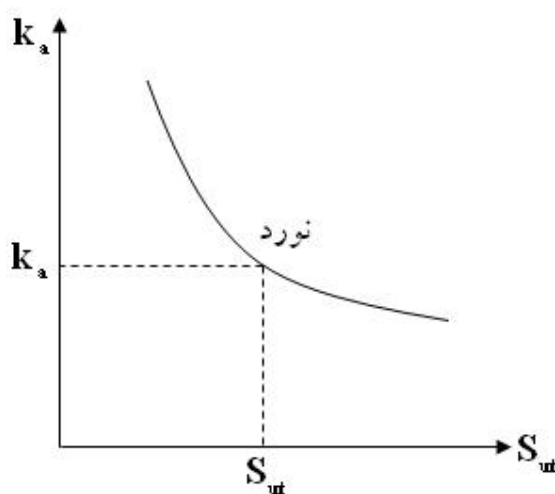
k_d : ضریب اصلاح دما (کتاب متالوژی مکانیکی نویسنده: هیتز مترجم دکتر شهره شریفی)

k_e : ضریب اصلاح تمرکز تنش

k_f : ضریب اصلاح اثر های دیگر: هر اثر دیگری که در ۵ فاکتور اصلی اوّل در نظر نگرفته شد باشد بایستی در این ضریب مدّ نظر گرفته شود.

• k_a : ضریب اصلاح سطح:

برای بدست آوردن این ضریب می توانید از شکل ۷-۸ کتاب شیگلی صفحه ۲۶۷ استفاده نمایید.



• k_b : ضریب اصلاح اندازه:

به دو دلیل از ضریب اندازه استفاده می کنیم:

۱) هر مقطع گردی قطرش به اندازه نمونه آزمایشگاهی نیست

۲) هر مقطعی گرد نیست تا با نمونه آزمایشگاهی که گرد است مقایسه شود.

نظریه کوگوئل (تست کنکور از این قسمت زیاد است):

خمش و پیچش:

نظریه کوگوئل بر مبنای این عقیده پیشنهاد شده است که گسیختگی به احتمال بر هم کنش تنش زیاد با ترک موئی بحرانی در حجم معین بستگی دارد.

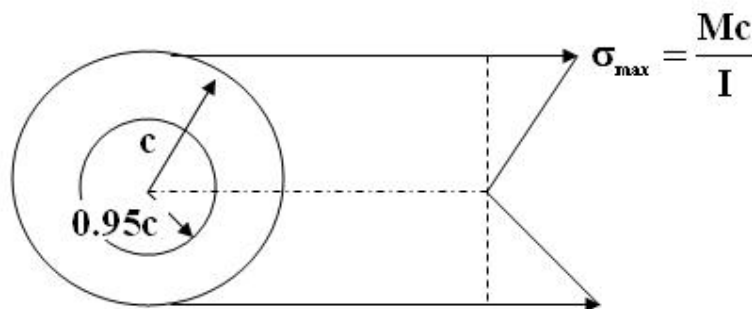
کوگوئل از حجمی از ماده استفاده می کند که تحت تنشی به اندازه ۹۵ درصد تنش ماکزیمم یا بیشتر از آن قرار دارد و آنرا با حجم تیر چرخان معادل مقایسه می کند تا ضریب اندازه بدست آید.

تذکر مهم: نظریه کوگوئل را فقط برای خمش و پیچش می توان استفاده کرد و برای بارهای محوری راه دیگری پیشنهاد خواهیم کرد.

$$k_b \begin{cases} 1 & d \leq 8mm \\ 1.189d_{eq}^{-0.097} & 8mm \leq d \leq 250mm \end{cases} \quad \text{بر طبق نظریه کوگوئل خواهیم داشت:}$$

برای یک مقطع گرد چرخان، ۹۵٪ مساحت تحت تنش مساحت حلقه ای است که قطر بیرونی آن d و شعاع درونی آن $0.95d$ است بنابراین:

الف) تیر با مقطع گرد توپر و توخالی چرخان:



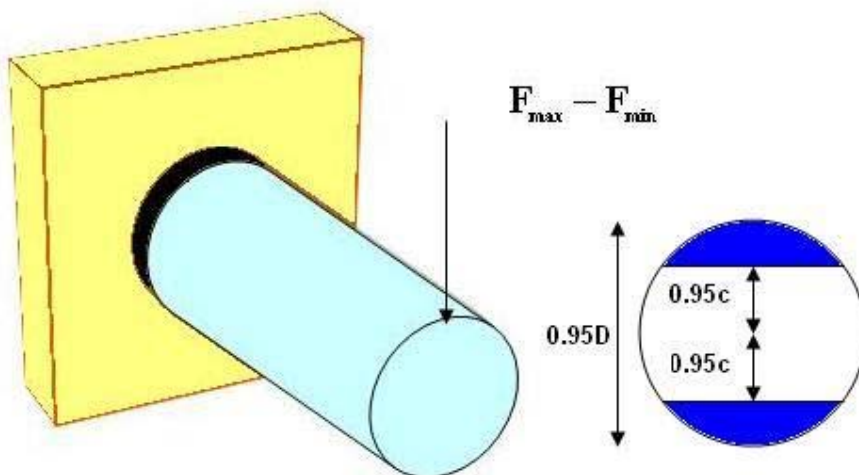
$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

$$0.95\sigma_{\max} = 0.95\left(\frac{Mc}{I}\right) = \frac{M(0.95c)}{I}$$

$$0.95A = \frac{\pi}{4}(d^2 - (0.95d)^2) = 0.0766d_{eq}^2$$

$$A = \pi(c^2 - (0.95c)^2) = 0.0766d_{eq}^2$$

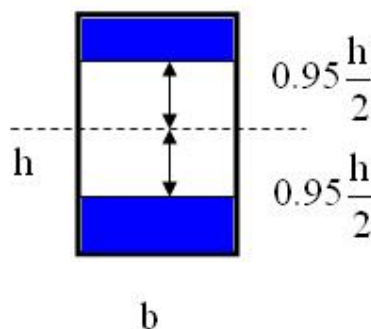
ب) تیر با مقطع گرد بدون چرخش (ساکن):



$$A = 0.0105D^2 = 0.0766d_{eq}^2 \rightarrow d_{eq}^2 = 0.37D^2$$

مساحت قطاع از آخر کتاب استاتیک

ج) مقاطع مستطیلی غیر دوار:

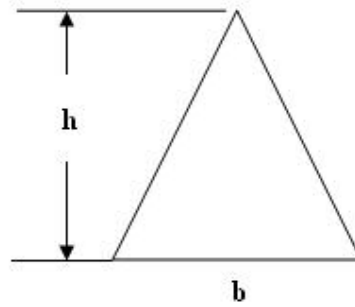


$$A = bh - 0.95bh = 0.05bh$$

$$0.05bh = 0.0766d_{eq}^2 \rightarrow d_{eq} = 0.808(bh)^{1/2}$$

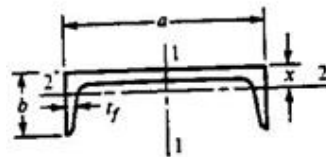
می توانیم مستطیل را دوار هم بگیریم.

د) مقطع مثلث:

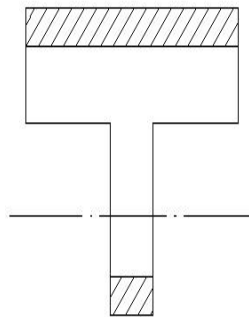


پ) مقاطع ناودانی :

$$A_{0.95\sigma} = 0.0766d_{eq}^2 = \begin{cases} 0.05ab & (\text{Axis 1-1}) \\ 0.052xa + 0.1f_t(b-x) & (\text{Axis 2-2}) \end{cases} \rightarrow \text{solve for } d_{eq}$$

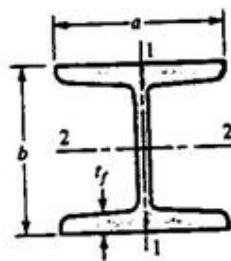


ت) مقطع تی شکل:



ث) مقطع I شکل:

$$A_{0.95\sigma} = 0.0766d_{eq}^2 = \begin{cases} 0.10a \times t_f & (\text{Axis 1-1}) \\ 0.10b \times a, t_f > 0.25a & (\text{Axis 2-2}) \end{cases} \rightarrow \text{solve for } d_{eq}$$



• نکته مهم:

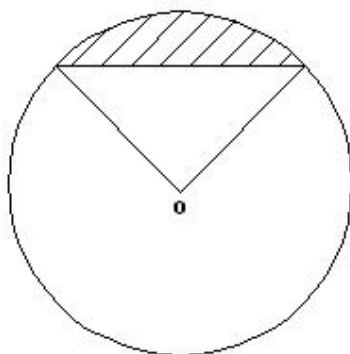
طبق نظریه کوگوئل اگر درقطعه فقط کشش داشته باشیم، کشش می تواند باعث ایجاد ترک باشد. بنابراین باید در محاسبات آنرا در نظر بگیریم.

اما اگر نقطه ای روی قطعه تحت فشار باشد می توان حالت فشار را در نظر نگرفت، زیرا اگر فشار کمک بسته شدن ترک نکند، باعث باز شدن آن هم نمی شود اما کشش باعث باز شدن آن می شود.

(مثال: در پروژه ای که برای طراحی شافت داده می شود سعی کنید بار محوری روی شافت را به صورت فشاری در نظر بگیرید تا از محاسبه آن صرف نظر کنید).

توجه: برای محاسبه مساحت قطاع هم داریم:

$$S = \pi r^2 \times \frac{\alpha}{2\pi} - S_{\Delta}$$



بار محوری:

همانطور که قبلاً هم گفته شد نظریه کوگوئل برای بار محوری به کار نخواهد رفت و این نظریه فقط برای خمش و پیچش کار برد دارد اما در مورد بار محوری برای محاسبه S'_e از فرمول فرود استفاده می کنیم و k_b را در فرمول S_e برابر ۱ در نظر می گیریم:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

$$S'_e = \left([0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{uc}] S_{uc} \right), S_{uc} \geq 400 MPa$$

سوال:

اگر در یک قطعه ای هم بار محوری و هم خمش و پیچش داشتیم برای محاسبه k_b و S'_e چه کنیم؟

جواب: در کتاب شیگلی پیش بینی می شود که ضریبی تحت عنوان (α) در نظر گرفته شود، و α به صورت زیر

قابل محاسبه است:

$$\alpha = \frac{k_b)_{Flexible}}{k_b)_{Axial}}$$

این ضریب باید در دو **مولفه نوسانی تنش** ناشی از بار محوری ضرب گردد و در عوض از k_b و S'_e برای بارهای خمشی و پیچشی استفاده شود. اما k_b مربوط به محوری را نیز نباید ۱ بگذاریم و باید از فرمول زیر محاسبه کنیم:

$$S'_e = (k_b)_{Axial} \times S'_{e(Flexible)} = (k_b)_{Axial} \times 0.5S_{ut}$$

چرا نباید ۱ بگذاریم؟ زیرا $k=1$ فقط برای زمانی است که بار محوری خالص داریم. اگر تحلیل با استفاده از دایره موهر انجام می شود، **مولفه های تنش محوری** را باید پیش از یافتن تنش های اصلی، در ضریب α ضرب کرد.

k_e : ضریب قابلیت اعتماد که بستگی به R ($0 < R < 1$) (Reliability):
جدول ۲۷۶ کتاب شینگلی مربوط به ضریب است. این ضریب در امتحان اذیت کننده نیست.
هرچه R_e (قابلیت اعتماد) به ۱ نزدیک تر می شود k_e کوچکتر می شود.
تذکر مهم: اگر در یک مسئله ای به k_e اشاره نشده بود $R=0.5$ و $k_e = 1$ فرض می کنیم.
• k_d : ضریب دما:

برای بدست آوردن k_d به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} 1 & \text{IF } T \leq 350^\circ C \\ 0.5 & \text{IF } 350^\circ C \leq T \leq 500^\circ C \end{cases}$$

تذکر مهم:

در همه مسائل فعلاً k_d را برابر ۱ در نظر بگیرید یعنی تمام از ۳۵۰ درجه سانتی گراد کمتر است. توجه داریم که دماهای بالاتر از ۳۵۰ درجه سانتی گراد کل برنامه S_y ، S_{ut} را به هم می ریزد. و رابطه بالا یک رابطه بدرد نخور برای ما می شود.

• k_e : ضریب اصلاح تمرکز تنش:

$$1. \quad k_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} \quad \text{و} \quad k_{ts} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_0} \quad \text{و} \quad \sigma_0 \quad \text{و} \quad \tau_0 \quad \text{تنش های اسمی می باشند.}$$

۲. نمودارهای مختصر شده ضریب های تمرکز تنش در جدول پ-۲۳ نشان داده شده اند.

۳. k_t و k_{ts} مقدارهای نظری هستند.

۴. تمرکز تنش اثری شدیداً موضعی است.

۵. نیازی نیست k_t و k_{ts} را در مورد تنش های استاتیکی مواد نرم اعمال کرد ولی باید در مورد تنش های

استاتیکی مواد با استحکام زیاد، داکتیل بودن کم، سخت شده، و یا بسیار سرد کاری شده اعمال شوند.

۶. تمرکز تنش را هنگامی باید در نظر گرفت که قطعه از مواد ترد ساخته شده است یا تحت بار گذاری خستگی است.

۷. در بار گذاری خستگی نیز دو ضریب کاهش یافته برای تمرکز تنش تحت عناوین k_f و k_{fs} وجود دارد که همواره بزرگتر از یک می باشد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$k_f = \frac{\text{حد دوام نمونه های بدون فاق}}{\text{حد دوام نمونه های فاق دار}}$$

این ضریب معمولاً ضریب تمرکز تنش خستگی نیز نامیده می شود، اگر چه در بارگذاری استاتیکی مواد ترد نیز از آن استفاده می شود.

۸. از آنجائیکه برای تعیین k_f و k_{fs} نیاز به آزمایش داریم و اینکار برای هر نمونه مقدور نمی باشد لذا بهتر است k_f و k_{fs} به گونه ای با k_t و k_{ts} ارتباط پیدا کند به همین منظور q ضریب حساسیت به فاق را تعریف می کنیم.

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1}, 0 \leq q \leq 1$$

اگر $q=0$ باشد حساسیت به فاق نداریم پس $k_f = 1$ است.

اگر $q=1$ باشد ماده کاملاً حساس است پس $k_f = k_t$ است.

همچنین برای q_s داریم:

$$q_s = \frac{k_{fs} - 1}{k_{ts} - 1}, 0 \leq q_s \leq 1$$

حساسیت چدن ها به فاق بسیار کم است و از حدود صفر تا ۰,۲ بسته استحکام کششی آنها، تغییر می کند. برای رعایت جوانب احتیاط پیشنهاد می شود در مورد همه چدن ها از حساسیت به فاق $q=0,2$ استفاده شود.

۹. همانطور که قبلاً هم اشاره شد k_t و k_{ts} را از نمودار های پیوست کتاب شیگلی قابل محاسبه هستند. برای q و q_s نیز می توان به ترتیب از نمودار های ۱۳-۷ و ۱۴-۷ استفاده کرد.

۱۰. تعریف دیگر که می توان برای k_f داشت این است که k_f را ضریب کاهنده استحکام خستگی نیز می نامند. و بعد از این با همین مفهوم از آن استفاده می کنیم. به این معنا که ضریب اصلاحی تمرکز تنش k_e با k_f را بطله زیر را خواهد داشت:

$$k_e = \frac{1}{k_f}$$

نکته مهم:

k_f عامل تمرکز تنش است و هیچ ربطی به k_f فرمول $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$ ندارد. بنابراین در امتحان مواظب باشید که این رابطه را اشتباه نکنید.

مدل های بارگذاری مختلف و محاسبه k_e (ضریب اصلاح تمرکز تنش):

از آنجائیکه روی میله سوراخ داریم پس تمرکز تنش نیز داریم بنابراین نیروی محوری F تولید k_f و ترک (T) تولید k_{fs} می کند.

توجه داریم که k_f و k_{fs} هیچ ربطی به ندارند زیرا هم جنس نیستند.

در مواردی که یک ترک و یک بار محوری به یک قطعه سوراخ دار وارد می شود به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\sup pose \quad k_e = 1 \rightarrow \begin{cases} \sigma \rightarrow k_f \times \sigma \\ \tau \rightarrow k_{fs} \times \tau \end{cases}$$

تجربه نشان داده است که :

$$k_f = k_{f1} \times k_{f2} \rightarrow k_e = \frac{1}{k_{f1} \times k_{f2}}$$

$$k_{fs} = k_{fs1} \times k_{fs2}$$

حال شکل زیر را در نظر بگیرید که از یک پله و از یک سوراخ ، یعنی دو عامل تمرکز تنش درست شده است.

$$\sup pose \quad k_e = 1 \rightarrow \begin{cases} \sigma \rightarrow k_f \times \sigma \\ \tau \rightarrow k_{fs} \times \tau \end{cases}$$

$$k_f = k_{f1} \times k_{f2} \rightarrow k_e = \frac{1}{k_{f1} \times k_{f2}}$$

$$k_{fs} = k_{fs1} \times k_{fs2}$$

تذکر بسیار مهم:

اگر k_e را از فرمول $k_e = \frac{1}{k_{f1} \times k_{f2}}$ حساب کردید دیگر نمی توانید k_f را در مؤلفه نوسانی تنش ضرب کنید.

اگر k_f را در مؤلفه نوسانی تنش ضرب کردید ، در فرمول $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$ حتماً باید k_e را ۱ بگذاریم.

• k_f : ضریب اصلاح اثر های دیگر:

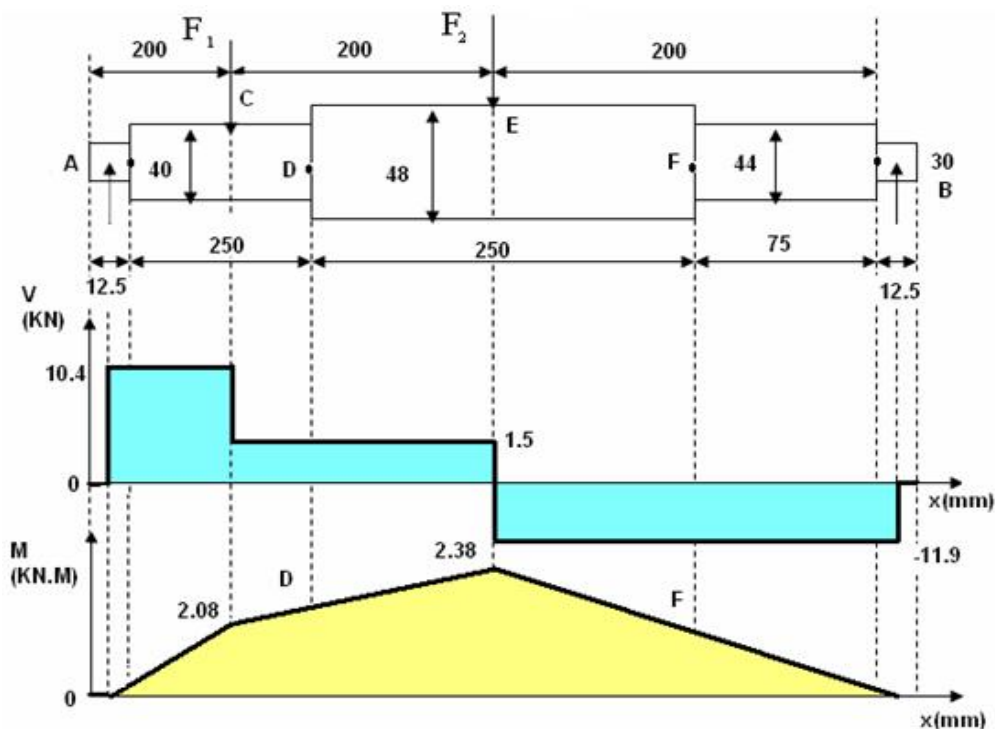
هر عاملی که باعث افزایش $\sigma_{\max}$ می شود، بایستی استحکام را کاهش دهد. یعنی k_f را در محاسبات وارد می کند که مقدار آن کوچکتر از ۱ می باشد و هر عاملی که $\sigma_{\max}$ در قطعه کاهش دهد ضریب بزرگتر از یک خواهد بود $k_f > 1$ که باعث افزایش S_e می شود.

مثال) محوری که در شکل نشان داده شده است با سرعت $\omega = 1720 \text{ rpm}$ می چرخد و باید عمری برابر ۳ دقیقه در ۵۰٪ قابلیت اعتماد داشته باشد فولاد مورد استفاده خواص زیر را دارد:

شعاع راکرود $r = 1.6 \text{ mm}$ ، $S_{ut} = 610 \text{ MPa}$ ، $E = 207 \text{ GPa}$ ، $HB = 178$ سختی برینل
محور سنگ زده شده و روی تکیه گاههای ساده ای در A و B قرار گرفته است و با نیروهای استاتیکی $F_1 = 8.9 \text{ kN}$ و $F_2 = 13.4 \text{ kN}$ بار گذاری می شود. ضریب ایمنی را برای مقاومت با شکست پیدا کنید.

حل: ابتدا دیاگرام های V-X و M-X را رسم کرده و از روی آن نقطه بحرانی را مشخص می کنیم، لذا داریم:

• رسم آبشنی از شافت و آنالیز نیروی شافت در صفحه (x-y)



$$\sum M_A = 0 \rightarrow B = -11.9$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A = 10.4$$

نقاط کاندید برای بدست آوردن نقطه بحرانی نقاط C,D,E,F هستند اما نقاط C, E بدرد گشتاور گیری نمی خورند بلکه ما بایستی گشتاور را در نقاط D و F که نقاط مربوط به پله ها هستند محاسبه کنیم .
برای نقطه D:

$$Kt)_D \begin{cases} D/d = \frac{48}{40} = 1.2 \\ r/D = \frac{1.6}{40} = 0.04 \end{cases} \xrightarrow{14-7table} k_t = 2$$

$$q)_D \begin{cases} S_{ut} = 610MPa \\ r = 1.6mm \end{cases} \xrightarrow{13-7table} q = 0.78$$

$$\begin{cases} M_D = (2.08) + [(250 + 12.5) - (200)] \times 10^{-3} \times 10.5 = 2.17KN \\ k_f = 1 + q(k_t - 1) \rightarrow k_f = 1 + (0.78(2 - 1)) = 1.78 \end{cases}$$

با توجه به اینکه k_f در مؤلفه σ ضرب می شود داریم:

$$k_f \times M_D = 3.87KN.m$$

برای نقطه F:

$$Kt)_F \begin{cases} D/d = \frac{48}{44} = 1.09 \\ r/D = \frac{1.6}{44} = 0.036 \end{cases} \xrightarrow{14-7table} k_t = 2.1$$

$$q)_F \begin{cases} S_{ut} = 610MPa \\ r = 1.6mm \end{cases} \xrightarrow{13-7table} q = 0.78$$

$$\begin{cases} M_F = (2.38) + [(200 + 12.5) - (75 + 12.5)] \times 10^{-3} \times -11.9 = 1.041KN \\ k_f = 1 + q(k_t - 1) \rightarrow k_f = 1 + (0.78(2.1 - 1)) = 1.858 \end{cases}$$

با توجه به اینکه k_f در مؤلفه σ ضرب می شود داریم:

$$k_f \times M_F = 1.934KN.m$$

برای نقطه E:

$$\begin{cases} M_E = 2.38KN.m \\ k_f = 1 \end{cases}$$

• تذکر مهم:

حال باید تعیین کرد که بین C, D, E, F کدامیک به عنوان نقطه بحرانی می باشد.
 با توجه به گشتاور و تمرکز تنش از مقادیر بالا بدست می آوریم که D به عنوان نقطه بحرانی است.
 اما آیا قطر شافت در تعیین حالت بحرانی قطر شافت دخیل است؟
 ج: در جواب می گوئیم ۱۰۰٪ دخیل است اما اینجا خوشبختانه در D قطر ۴۰ میلیمتر است و در F ۴۴ میلیمتر است
 پس باز از لحاظ قطر هم D نسبت به F بحرانی تر است.
 حال فرض می کنیم که قطر F برابر ۴۰ و قطر D برابر ۴۴ بود حال بایستی چگونه تعیین کنیم که F بحرانی است یا D ؟
 در این حالت برای محاسبه حالت بحرانی نمی توانستیم از روی تمرکز تنش و گشتاور پی به حالت بحرانی ببریم
 بلکه باید از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\begin{cases} I = \frac{\pi d^4}{32} \\ \sigma = \frac{MC}{I} \end{cases} \rightarrow \sigma_{\max} = k_f \frac{32M}{\pi d^3}$$

چه زمانی σ ماکزیمم مقدار خود را خواهد داشت؟
 همانطور که از رابطه بالا معلوم است زمانیکه d کاهش می یابد M و k_f افزایش پیدا کند.
 نقطه بحرانی D شد حال برای محاسبه σ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \sigma_{\max})_D = k_f \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{1 \times 32 \times 2.17 \times 10^6}{\pi (40^3)} = 346 \text{ MPa} \\ N = 3 \times 1720 = 5160 \text{ rev} \end{cases}$$

با توجه به نمودار S-N خستگی از نوع پر چرخه با عمر محدود داریم.
 چون ما قصد داریم که k_e را از فرمول مربوط به آن حساب کنیم و در فرمول S_e مقدار آنرا قرار دهیم لذا با توجه
 به نکات درسی دیگر نبایستی مقدار k_f را در تمرکز تنش ضرب کنیم لذا مقدار آنرا در فرمول فوق برابر ۱ قرار
 دادیم.

• تعیین ضرایب مارین:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

برای بدست آوردن k_a با توجه به اینکه محور سنگ زده شده است داریم:

$$k_a = \begin{cases} S_{ut} = 610 \text{ MPa} \\ \text{page 267} \rightarrow k_a = 0.89 \end{cases}$$

در این شافت هنگام آنالیز نیرویی بار محوری را به صورت فشاری در نظر گرفتیم تا بتوانیم از اثر آن صرف نظر
 کنیم اما در مورد خمش، چون خمش داریم لذا از فرمول کوگول به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$k_b = \begin{cases} 1 & d \leq 8 \text{ mm} \\ 1.189 d_{eq}^{-0.097} & 8 \text{ mm} \leq d \leq 250 \text{ mm} \rightarrow k_b = 1.189 (40)^{-0.097} = 0.831 \end{cases}$$

$$R = 50\% \rightarrow k_c = 1$$

چون بحثی از دما نشده است و دما نیز از ۳۵۰ درجه سانتیگراد کمتر است بنابراین $k_d = 1$.

$$k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{1.78} = 0.562$$

با توجه به اینکه حرفی از دیگر اثرها نیست پس $k_f = 1$ خواهد بود.

$$S'_e = 0.5S_{ut} = 305\text{MPa}$$

$$\rightarrow S_e = (0.89)(0.831)(1)(1)(0.562)(1) = 126\text{MPa}$$

$$\begin{cases} S_e = 126\text{MPa} \\ N = 5160\text{rev} \rightarrow n = \frac{S_e}{\sigma_{\max}} = \frac{126}{346} = 0.36 < 1 \rightarrow \text{limited life} \\ S_{ut} = 610\text{MPa} \end{cases}$$

اگر کمی تأمل کنید، می بینید که خستگی پرچرخه با عمر محدود است و برای یک خستگی با عمر محدود

معادله خط در نمودار S-N به صورت لگاریتمی تعریف می شد و داشتیم:

$$b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{0.8S_{ut}}{S_e}\right) = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{(0.8)(610)}{126}\right) = -0.195$$

$$c = \log \frac{(0.8S_{ut})^2}{S_e} = \log \frac{(0.8 \times 610)^2}{126} = 3.27$$

$$S_f = 10^c N^b = (10^{3.27}) \times (5160^{-0.195}) = 351.58\text{MPa}$$

$$n = \frac{S_f}{\sigma_{\max}} = \frac{351.58}{346} = 1.016$$

• تنش های نوسانی:

سه حالت عمومی از تنش های متناوب را در شکل زیر می بینیم:

حالت (ج) همان حالتی است که نمودار S-N برای آن رسم شده است، در این حالت $\sigma_m = 0$ (تنش متوسط) است.

در این نمودارها σ_a دامنه تنش، σ_m تنش متوسط و σ_r محدوده، $\sigma_{\min}$ حداقل تنش و $\sigma_{\max}$ حداکثر تنش است و داریم:

$$(Fatigue)\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} > 0 \quad (Statically)\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma_r = 2\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

تنش کاملاً معکوس شونده:

غالباً لازم است استحکام قطعه ها را در وضعیت تنشی غیر از تنش کاملاً معکوس شونده تعیین کرد بسیار اوقات در طراحی تنش ها بدون گذشتن از صفر نوسان می کنند.

σ_s تنش استاتیکی یا پایا است و ربطی به σ_m ندارد. و در حقیقت ممکن است هر مقداری بین $\sigma_{\min}$ تا $\sigma_{\max}$ به خود اختصاص دهد معمولاً σ_s به علت پیشگاه استاتیکی به وجود می آید.

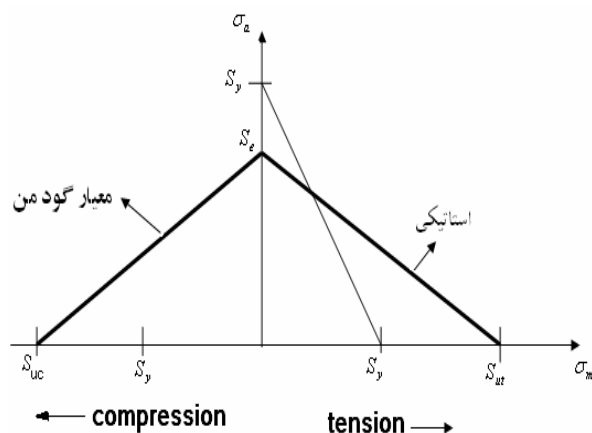
σ_a همواره مقدار مثبت داد در صورتیکه σ_m می تواند مثبت ، منفی و یا صفر باشد.

از اینجا به بعد با σ_m مانند یک تنش استاتیکی برخورد می کنیم و σ_a یک تنش خستگی در نظر می گیریم .
خاطر نشان می شود بدترین نوع بارگذاری نوسانی ، بارگذاری کاملاً معکوس شونده می شود که در آن $\sigma_m = 0$ است.

از اینجا به بعد دنبال معیار تسلیمی می گردیم که بتوانیم با استفاده از σ_m و σ_a پیش بینی کنیم آیا قطعه شکسته می شود یا بارگذاری ایمن است.

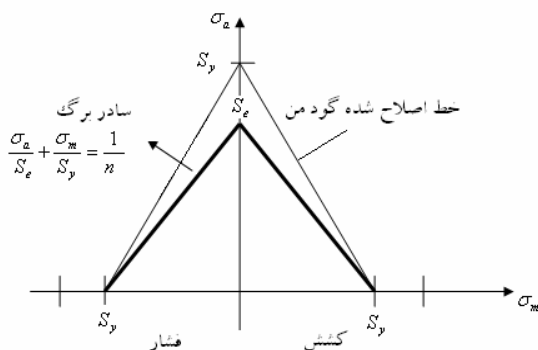
• معیارهای شکست بر مبنای استحکام خستگی:

(۱) معیار گود من:

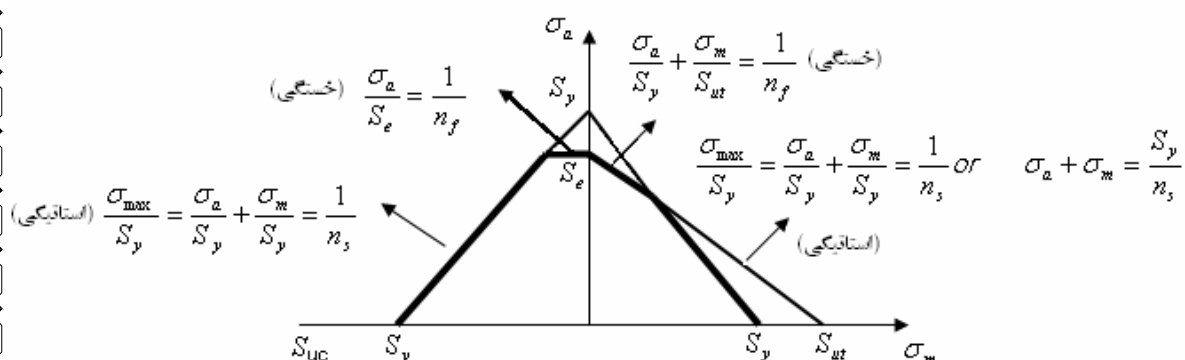


(۲) معیار سادر برگ:

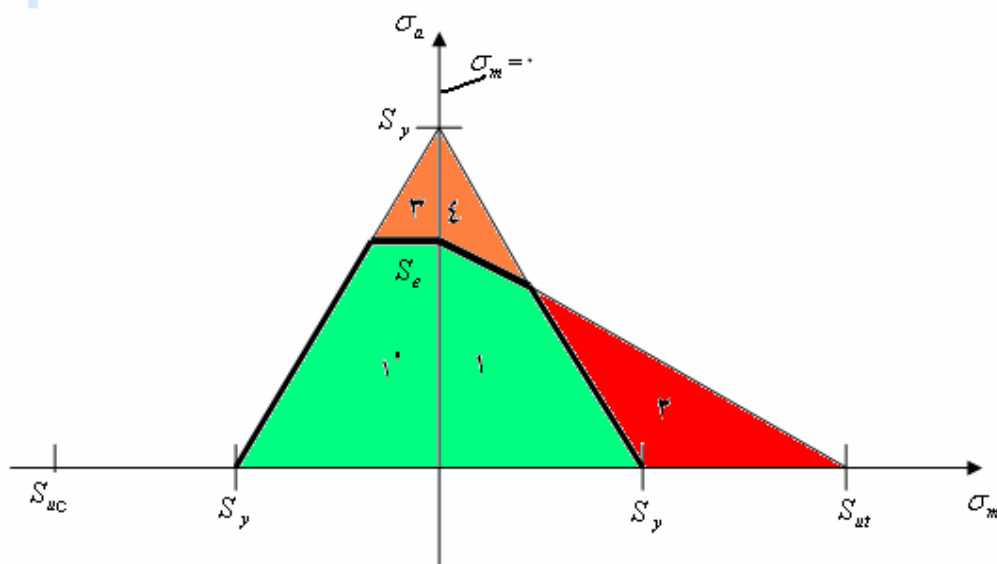
معیار سادر برگ تا معیار گود من محطاطانه تر عمل می کند.



۳) ترکیب سادر برگ و گودمن (تا آخر کار ما از این معیار استفاده خواهیم کرد):



• نکات مهم نمودار ترکیب سادر برگ و گودمن:



۱) ناحیه ۱: اگر بارگذاری در این ناحیه بیافتد بارگذاری ایمن است. و عمر قطعه با توجه به نمودار S-N بی نهایت است.

۲) ناحیه ۱': ناحیه ایمن بارگذاری است، تنش در این ناحیه فشاری است بنابراین ترک باز نمی شود.

۳) ناحیه ۲: ناحیه ای است که وارد فاز پلاستیک شده ایم. و اگر بارگذاری در این ناحیه بیافتد حاکی از آن است که قطعه از لحاظ استاتیکی مشکل دارد.

۴) ناحیه ۳ و ۴: در این ناحیه قطعه از لحاظ خستگی مشکل خواهد داشت و با توجه به نمودار S-N عمر قطعه محدود خواهد بود.

(۵) خطی که ضخیم نمایش داده شده است معیار اصلی ما برای تعیین ضریب ایمنی است.

خارج این خط قطعه یا از لحاظ استاتیکی و یا از لحاظ خستگی مشکل دارد.

(۶) اگر $n_s > 1$ عمر قطعه نامحدود است و اگر $n_s < 1$ عمر قطعه محدود خواهد بود.

حد دوام خستگی پیچش:

راه اول:

اگر قطعه تحت ترک نوسانی باشد داریم:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2}$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}$$

آزمایش نشان می دهد که ما می توانیم بگوئیم:

$$S_{Se} = 0.5S_e, \quad S_{se} = \frac{\sqrt{3}}{3}S_e = 0.577S_e$$

S_e را حد دوام خستگی گویند و S_{se} را حد دوام خستگی برشی گویند.

برای یک تنش برشی ۵۰ مگا پاسکال معادل آن تنش نرمال ۱۰۰ مگا پاسکال است چون:

$$\tau = S_{sy} = \frac{S_y}{2}$$

$$\sigma = 2\tau = S_y$$

(۲) استفاده از معیار ون مایرز:

می توان با استفاده از تئوری ون مایرز برای بدست آوردن حد دوام پیچشی استفاده کرد یعنی:

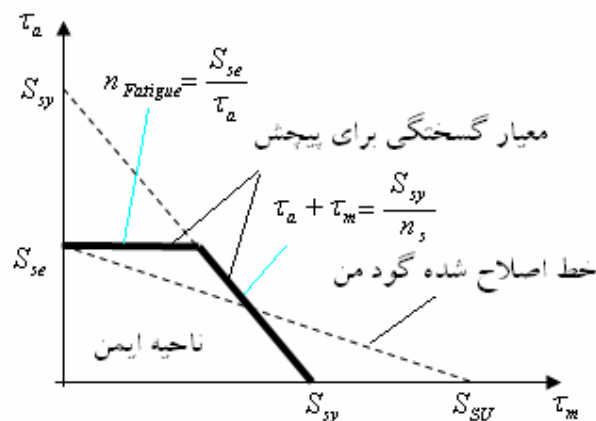
$$S_{se} = \frac{\sqrt{3}}{3}S_e = 0.577S_e$$

در حالی که تنها بارهای پیچشی اعمال می شوند یعنی τ_a, τ_m داریم برای حالت واماندگی استاتیکی داریم:

$$n_{statically} = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}}, \quad S_{sy} = 0.577S_y, \quad \tau_{\max} = \tau_a + \tau_m$$

و برای واماندگی خستگی بدون توجه به τ_m داریم:

$$n_{Fatigue} = \frac{S_{se}}{\tau_a} \quad \text{یعنی } \tau_m \text{ تأثیری در حد تحمل پیچشی ندارد.}$$



• تنش های حاصل از بارگذاری ترکیبی:

$$\begin{cases} M_{\max} \\ M_{\min} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M_a = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{2} \rightarrow \sigma_{a1} \rightarrow K_{f1} \sigma_{a1} \\ M_m = \frac{M_{\max} + M_{\min}}{2} \rightarrow \sigma_{m1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{\max} \\ T_{\min} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_a = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} \rightarrow \tau_a \rightarrow K_{fs} \tau_s \\ T_m = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} \rightarrow \tau_m \rightarrow K_{ts} \tau_m \rightarrow \text{Brittle} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{\max} \\ P_{\min} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_a \rightarrow (\alpha) \sigma_{a2} \rightarrow (\alpha)(K_{f2})(\sigma_{a2}) \\ P_m \rightarrow \sigma_{m2} \rightarrow K_{t2} \sigma_{m2} \rightarrow \text{Brittle} \end{cases}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \left[\left((k_{f1} \sigma_{a1}) + (\alpha \times k_{f2} \sigma_{a2}) \right)^2 + 3(k_{fs} \tau_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_m = \sigma'_m = \left[(\sigma_{m1} + \sigma_{m2})^2 + 3(\tau_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

در نمودار فوق و معیار (سادر برگ و گودمن) که گفته شد می آییم و σ_m و σ_a را قرار می دهیم بعد بررسی می

کنیم که در ناحیه ایمن واقع شده است یا نه؟ اما حال برای محاسبه K_b باید چه کار کنیم؟

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

برای خمش و پیچش داشتیم:

$$k_b = \begin{cases} 1 & d \leq 8mm \\ 1.189 d_{eq}^{-0.097} & 8mm \leq d \leq 250mm \end{cases}$$

$$S'_e = 0.5 S_{ut}$$

برای بار محوری هم داشتیم:

$$\begin{cases} k_b = 1 \\ S'_e = \left[0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{ut} \right] S_{ut} \end{cases}$$

سوال:

اگر در یک قطعه ای هم بار محوری و هم خمش و پیچش داشتیم برای محاسبه k_b و S'_e چه کنیم؟
در کتاب شینگلی پیش بینی می شود که ضریبی تحت عنوان (α) در نظر گرفته شود، و α به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\alpha = \frac{(k_b)_{Flexible}}{(k_b)_{Axial}}$$

این ضریب باید در دو مولفه نوسانی تنش ناشی از بار محوری ضرب گردد و در عوض از k_b و S'_e برای بار های خمشی و پیچشی استفاده شود. اما k_b مربوط به محوری را نیز نباید ۱ بگذاریم و باید از فرمول زیر محاسبه کنیم:

$$S'_e = (k_b)_{Axial} \times (S'_e)_{Flexible} = (k_b)_{Axial} \times 0.5S_{ut}$$

چرا نباید ۱ بگذاریم؟ زیرا $k=1$ فقط برای زمانی است که بار محوری خالص داریم.
اگر تحلیل با استفاده از دایره موهر انجام می شود، مولفه های تنش محوری را باید پیش از یافتن تنش های اصلی، در ضریب α ضرب کرد.

طراحی برای بار های ضربه ای :

در طراحی برای بار های ضربه ای می توان سه نکته زیر را مد نظر قرار داد:

- (۱) حجم قطعه را زیاد کنیم.
 - (۲) از ماده با ضریب ارتجاعی کم و مقاومت تسلیم بالا استفاده کنیم.
 - (۳) هندسه قطعه را طوری طراحی کنیم که حتی الامکان تنش به صورت یکنواخت پخش شود و اثرات تمرکز تنش را کمترین کنیم.
- مثال (۱):

قطعه مکانیکی از فولادی با مشخصات $S_{ut} = 600MPa$ و $S_y = 480MPa$ و $S_e = 200MPa$ ساخته شده است، ضریب ایمنی را برای حالت های تنشی زیر تعیین کنید.
الف) تنش خمشی متناوبی بین $40MPa$ و $100MPa$.
جواب:

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 100MPa \\ \sigma_{\min} = 40MPa \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \frac{100 - 40}{2} = 30MPa \\ \sigma_m = \frac{100 + 40}{2} = 70MPa \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 3.75$$

با توجه به نمودار هم می توان این ضریب ایمنی را به صورت زیر تعیین کرد:

$$n = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = 3.75$$

ب) تنش خمشی متناوبی بین ۰، ۲۰۰ MPa

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 200 \text{ MPa} \\ \sigma_{\min} = 0 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \frac{200 - 0}{2} = 100 \text{ MPa} \\ \sigma_m = \frac{200 + 0}{2} = 100 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.5$$

ج) تنش فشاری محوری خالصی بین صفر تا ۲۰۰ MPa (فرض کنید که $(K_b)_{flexible} = 0.85$).

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_{\min} = -200 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \frac{0 - (-200)}{2} = 100 \text{ MPa} \\ \sigma_m = \frac{0 - 200}{2} = -100 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S'_e = (K_b)_{Axial} \times 0.5 S_{ut} \\ S'_e = [0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{ut}] S_{ut} \end{cases} \rightarrow [0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{ut}] = k_b \times 0.5$$

$$\rightarrow (K_b)_{Axial} = \frac{0.566 - (9.68 \times 10^{-5} \times 600)}{0.5} = 1.016$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{(K_b)_{Flexible}}{(K_b)_{Axial}} = \frac{0.85}{1.016} = 0.84$$

ضریب α بدست آمده باید در مؤلفه نوسانی ناشی از بار محوری ضرب گردد:

$$\begin{cases} \sigma_a = \alpha \times \sigma_a \rightarrow 0.84 \times 100 = 84 \text{ MPa} \\ \sigma_m = -100 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 2.38$$

مثال (۲):

میله ای دارای مشخصات $\begin{cases} S_{ut} = 551 \text{ MPa} \\ S_y = 413 \text{ MPa} \end{cases}$ و $S_e = 276 \text{ MPa}$ می باشد. برای هر یک از موارد زیر ضریب ایمنی

را برای مقابله با شکست استاتیکی و ضریب ایمنی را برای مقابله با شکست خستگی و یا عمر مورد نظر قطعه را محاسبه نمایید.

الف) تنش پیچشی پایای $\tau_m = 103 \text{ MPa}$ و تنش خمشی متناوب $\tau_a = 172 \text{ MPa}$.

منظور از پایا این است که مقدارش ثابت می باشد و مؤلفه نوسانی ندارد.

منظور از متناوب بودن همان نوسانی بودن است پس مؤلفه پایا ندارد.

$$\begin{cases} \tau_a = 0 \\ \tau_m = 103 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_a = 172 \text{ MPa} \\ \sigma_m = 0 \end{cases}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{(172)^2 + 0} = 172 \text{ MPa} \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{0 + 3(103)^2} = 178.4 \text{ MPa} \end{cases}$$

با توجه به اینکه هنوز نمی دانیم که ضریب ایمنی استاتیکی است یا خستگی یا هر دو برای چک مطلب باید حداقل این دو ضریب ایمنی با استفاده از دو فرمول روبرو و باید به هم نزدیک باشند محاسبه کنیم.

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f}$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.056$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.67$$

نقطه B هنوز به خط استاتیکی نرسیده پس باید علاوه بر n_f ، n_s را هم در نظر بگیریم.

با توجه به اینکه $n_s = 1.67$ و $n_s > 1$ بنابراین عمر قطعه نامحدود است. اما اگر $n_s < 1$ عمر قطعه محدود می شد.

ب) تنش پیچشی $\tau_m = 103 \text{ MPa}$ و تنش پیچشی متناوب $\tau_a = 69 \text{ MPa}$ و تنش خمشی $\sigma_a = 83 \text{ MPa}$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{(83)^2 + 3(69)^2} = 145.51 \text{ MPa} \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{0 + 3(198)^2} = 178.41 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.3$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.2$$

ج) تنش پیچشی پایای $\tau_m = 138 \text{ MPa}$ و تنش پیچشی متناوب $\tau_a = 69 \text{ MPa}$.

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{3(69)^2} = 119.5 \text{ MPa} \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{3(198)^2} = 239 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.15$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.15$$

د) تنش پیچشی متناوب $\tau_a = 207 \text{ MPa}$:

جواب:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{3(207)^2} = 358 \text{ MPa} \\ \sigma_m = \sigma'_m = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + 0 = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 0.77 < 1 \rightarrow \text{life is limited}$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.15$$

$$b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{0.8S_{ut}}{S_e}\right) = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{(0.8)(551)}{276}\right) = -0.068$$

$$c = \log\left(\frac{(0.8S_{ut})^2}{S_e}\right) = \log\left(\frac{(0.8 \times 551)^2}{276}\right) = 2.85$$

$$\begin{cases} S_f = 10^c N^b \\ S_f = 358 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow N = 21898 \text{ cycl}$$

تذکر مهم: علت اینکه در بالا $S_f = 358 \text{ MPa}$ می گیریم این است که چون تنش 358 MPa عمر قطعه را محدود

می کند بنابراین هر σ که ۸ عمر را محدود می کند همان S_f خواهد بود.

ه) تنش پیچشی پایای $\tau_m = 103 \text{ MPa}$ و تنش کششی $\sigma_a = 103 \text{ MPa}$.

$$\begin{cases} \tau_a = 103 \text{ MPa} \\ \tau_m = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_a = 0 \\ \sigma_m = 103 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{3(103)^2} = 178.4 \text{ MPa} \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{(103)^2} = 103 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.2 \\ \sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 2 \end{cases} \rightarrow n_s > 1 \rightarrow \text{life is } \infty$$

تذکر مهم:

تنش نرمال به علت بار محوری به وجود می آید لذا بایستی α را در مؤلفه نوسانی تنش محوری ضرب نمائیم ، اما

خوشبختانه در اینجا مؤلفه استاتیکی داریم و مؤلفه نوسانی حاصل از بار محوری صفر است.

فصل پانزدہم

طراحی شافت

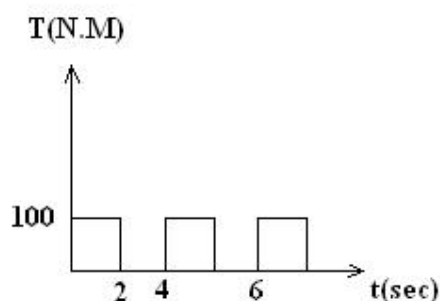
طراحی شافت:

آنچه در این فصل به عنوان طراحی شافت بیان می شود ترکیبی از فصول ۶، ۷، ۱۱، ۱۵ کتاب شینگلی می باشد. در کتاب شینگلی بحثی به این صورت وجود ندارد از آنجاییکه هر عضو ماشین باید بر روی محور قرار داشته باشد لذا طراحی شافت یکی از مهمترین قسمت هایی است که در درس طراحی اجزا (۱) به طور مجزا و مفصل به آن پرداخته می شود.

تعریف شافت (Shaft): عضو چرخشی یا ثابت و معمولاً با سطح مقطع دایره ای است که روی آن اجزا مانند چرخ دنده ها، چرخ تسمه، لنگ ها، چرخ زنجیر ها و سایر اجزا انتقال قدرت نصب می شود.
تعریف اسپیندل (Spindle): محور کوتاه چرخشی را اسپیندل گویند.
تعریف اکسل (Axle): محوری است ساکن و یا چرخان که تحت بار پیچشی قرار نمی گیرد.

در طراحی شافت ها بایستی دیاگرام ممان خمشی (M_a, M_m) و (T_a, T_m) و (P_a, P_m) باید رسم شود. لذا بایستی قادر باشیم مؤلفه های نوسانی و متوسط را از یکدیگر تمیز دهیم. آنچه باعث نوسانی شدن ترک می شود نوع مصرف توان توسط مصرف کننده است با توجه به نمودار ترک مصرفی می توان دیاگرام T_a, T_m را رسم کرد.

مثال: مصرف کننده ای ترک پیچشی را به صورت شکل زیر مصرف می کند مطلوبست T_a, T_m .



$$\begin{cases} T_a = \frac{100 - 0}{2} = 50 \text{ N.m} \\ T_m = \frac{100 + 0}{2} = 50 \text{ N.m} \end{cases}$$

بحث M_a, M_m قبلاً در بار گذاری خستگی و استاتیکی بیان گردید همانگونه که قبلاً گفتیم حتی بار های ثابت بر روی شافت چرخان نیز قادر به تولید M_a هستند. و در صورتیکه نیروی عدم بالانس بر روی شافت وجود داشته باشد این نیروی عدم بالانس باعث تولید M_m می گردد.

تذکر مهم:

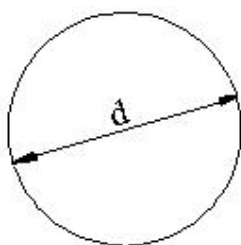
منبع قدرت آنقدر توان می دهد که مصرف کننده در خواست می دهد.

مثلاً اگر قدرت موتور ۱۰۰ کیلو وات اما مصرف کننده ۳۰ کیلو وات باشد توان کشیده شده از موتور ۳۰ کیلو وات می باشد. (مثال بارز آن یک سفره از غذاهای رنگارنگ است که از یک طرف سالن تا طرف دیگر سالن بیاندازند و به شما بگویند از این غذا ها میل بفرمایید شما نهایتاً تا جایی می توانید به خوردن ادامه دهید که کاملاً از غذا خوردن سیر شده باشید اما سفره هنوز از غذا پر است.)

• طراحی شافت بر مبنای بار استاتیکی :

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3} \rightarrow \tau_{\max} = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{16M}{\pi d^3} \right)^2 + \left(\frac{16T}{\pi d^3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\pi d^3} [M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3}$$



(۱) معیار ترسکا :

$$n = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{\frac{1}{2} S_y}{\frac{16}{\pi d^3} [M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\pi d^3 S_y}{32 [M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}} \rightarrow d = \left[\frac{32n}{\pi S_y} [M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

(۲) معیار ون مایز:

$$\begin{cases} \sigma' = [\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma' = \frac{S_y}{n} \end{cases} \rightarrow \frac{S_y}{n} = \left[\left(\frac{32M}{\pi d^3} \right)^2 + 3 \left(\frac{MT}{\pi d^3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{S_y}{n} = \frac{16}{\pi d^3} [4M^2 + 3T^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow d = \left[\frac{16}{\pi S_y} [4M^2 + 3T^2]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

بنابر این با معلوم بودن M ، T و n می توان قر شافت را تعیین کرد.

نکته:

می توان از روش های دیگری نیز برای محاسبه قطر شافت استفاده نمود البته شرایطی که برای بار گذاری استاتیکی بیان نمودیم در عمل به ندرت با آن روبرو می شویم در ۹۹٪ موارد بار گذاری روی شافت دینامیکی (غیر استاتیکی) است. زیرا چرخش خود شافت باعث دینامیکی شدن بارها می شود.

رهیافت قدیمی:

در سال ۱۹۲۷ انجمن مهندسان آمریکا کُدی برای طراحی محور های انتقال قدرت بنا نهاد اگر چه سالیان درازی است که از آن استفاده نمی شود اما از نظر تاریخی قابل اعتنا است.

روش استفاده از کُد (ASME):

ابتدا یک تنش برشی مجازی به نام τ_p تعریف می کنیم و از دو مقدار زیر هر کدام که کوچکتر بود به آن اختصاص می دهیم:

$$\tau_p = 0.3S_{yt}, \tau_p = 0.18S_{ut}$$

بر طبق این کُد اگر تمرکز تنش ناشی از قوس، پله، یا جای خار ایجاد شود این تنش ها بایستی ۲۵٪ کاهش یابد برای مثال اگر شافت تحت بار گذاری استاتیکی باشد می توانیم داشته باشیم:

$$\tau_a = \frac{16}{\pi d^3} [M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}$$

در کُد تعریف شده گشتاور خمشی (M) و تَرک پیچشی (T) به ترتیب در ضریب های شوک و خستگی C_m و C_t بسته به شرایط هر کاربرد ضرب می شوند و نهایتاً

$$\tau_a = \frac{16}{\pi d^3} [(C_m M)^2 + (C_t T)^2]^{\frac{1}{2}}$$

C_m و C_t از جدول ۱-۱۵ که در زیر نمایش داده شده است تعیین می شوند:

اگر خوب دقت کنیم متوجه خواهیم شد که کُد ASME حدود قطر را تعیین می کند و یک قر با اندازه دقیق را به ما نمی دهد.

برای بدست آوردن قطر تقریبی می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$d = \left[\frac{5.1}{\tau_p} [(C_m M)^2 + (C_t T)^2]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

در فرمول ذکر شده τ_p تنش برشی مجاز max است و طراح می تواند بسته به شرایط طراحی تا ۲۵٪ τ_p تعریف شده را کاهش دهد. برای مثال اگر عملکرد دستگاه به گونه ای باشد که باعث خطر افتادن جان انسان ها گردد بهتر است که این ۲۵٪ در نظر گرفته شود.

نکته مهم:

قبل از بدست آوردن معادلات مربوط به طراحی شافت این نکته را در نظر می گیریم که در اکثر مواردی که با طراحی شافت روبرو هستیم شافت تحت خمشی کاملاً معکوس شونده و تنش پیچشی کاملاً پایا بار گذاری می شود به عبارت دیگر یکی از مواردی که بسیار زیاد در محورها ایجاد می شود ، وجود یک گشتاور پیچشی ثابت و یک گشتاور نوسانی می باشد. در این صورت داریم:

$$\begin{cases} \sigma_a = \frac{32M}{\pi d^3} \\ \tau_m = \frac{16T}{\pi d^3} \end{cases}$$

در این مورد می توان با استفاده از تئوری های مختلفی قطر شافت را بدست آورد:

تئوری ساین:

تئوری ساین می گوید استحکام خستگی خمشی تحت تأثیر وجود تنش پیچشی میانگین قرار نمی گیرد مگر اینکه این تنش از حدود ۵۰٪ استحکام تسلیم پیچشی فزون تر شود . با توجه به اینکه طراحی شافت فوق العاده ساده می شود.

فرمول ساین به صورت زیر است که تست های فوق لیسانس را در بر می گیرد:

$$\sigma_x = \frac{S_e}{n} = \frac{32M}{\pi d^3} \rightarrow d = \left[\frac{32M \times n}{\pi S_e} \right]^{\frac{1}{3}}$$

فرمول مهم وستینگ هاوس (Westing house):

کلی ترین حالت طراحی شافت در زمانی است که هم ممان خمشی و هم ترک پیچشی دارای مؤلفه نوسانی متوسط باشند در این صورت پیشنهاد می شود از فرمول Westing house استفاده نمایید. این فرمول از ترکیب دو معیار ترسکا و سادر برگ به صورت زیر بدست می آید:

$$d = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

تذکر ۱: در امتحان واحد ها را بایستی رعایت کنید اگر تمام گشتاور ها در فرمول فوق بر حسب (N.mm) و تنش بر حسب (MPa) باشند در این صورت قطر شافت به صورت mm بدست خواهد آمد.

تذکر ۲: این قطر یک قطر over design است یعنی بیشترین قطر را این فرمول به ما می دهد چون از دو معیار ترسکا و سادر برگ به طور همزمان استفاده کرده ایم.

موارد استفاده از فرمول Westing house را به ۴ دسته زیر تقسیم می کنیم:

۱. اگر ماده نرم باشد و بخواهیم قطر شافت را در ناحیه ای محاسبه کنیم که یکی از عوامل تمرکز تنش وجود دارد در این صورت بایستی مؤلفه نوسانی ترک و ممان در ضریب تمرکز تنش ضرب شود یعنی M_a را در K_f و T_a را در K_{fs} بنا براین فرمول به صورت زیر در می آید:

$$d = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{kf_s T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{1/2} \right]^{1/3}$$

۲. اگر ماده ترد باشد و بخواهیم قطر شافت را در ناحیه ای محاسبه کنیم که یکی از عوامل تمرکز تنش وجود دارد در این صورت بایستی مؤلفه نوسانی ترک و ممان در ضریب تمرکز تنش ضرب شود، بنابراین فرمول d با از روی فرمول Westing house به صورت زیر خواهد بود:

$$d_s = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{kf_s T_a}{se} + \frac{K_{ts} T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{K_t M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{1/2} \right]^{1/3}$$

۳. در صورتیکه بدانیم مؤلفه های استاتیکی حاکم بر مسئله نیستند می توانیم در فرمول Westing

house $S_y \xrightarrow{\text{convert}} S_{ut}$ (با به S_{ut}) تبدیل کنیم پس فرمول چنین خواهد شد:

$$d_s = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{kf_s T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{1/2} \right]^{1/3}$$

۴. برای در نظر گرفتن بار محوری از فرمول میشگه استفاده می کنیم، خاطر نشان می گردد از آنجایی که قطر در دو طرف فرمول میشگه وجود دارد بایستی با سعی و خطا مسأله را حل نمود اما برای سادگی حدس اولیه را توسط فرمول Westing house بدست می آوریم و سپس قط نهایی را با فرمول میشگه محاسبه می کنیم.

$$d = \left(\frac{32n}{\pi S_e} \left[\left(M_a + \frac{P_a d}{2} \right)^2 + \frac{3T_a^2}{2} \right]^{1/2} + \frac{32n}{\pi S_{ut}} \left[\left(M_m + \frac{P_m d}{2} \right)^2 + \frac{3T_m^2}{4} \right]^{1/2} \right)^{1/3}$$

تذکرات بسیار مهم:

۱. زمانیکه عوامل تمرکز تنش در مسأله گرفته می شوند و در مؤلفه های نوسانی ضرب می شوند K_e را در ضرایب مارین برابر ۱ قرار می دهیم.

۲. در صورتیکه مؤلفه های متوسط T_m, M_m فشاری باشند، بایستی آنها را مثبت فرض کنیم و طراحی را انجام دهیم و در فشار چک نمائیم.

پس در فرمول های یاد شده تحت هیچ شرایطی T_m, M_m را منفی نمی گیریم.

۲. تمام معیار هایی که تا کنون گفتیم بر اساس ترسکا و گود من یا ترسکا و سادر برگ بود در صورتیکه

معیار استاتیکی را بجای ترسکا به صورت میز قرار دهیم در کل فرمول های ارائه شده باید تغییر زیر را

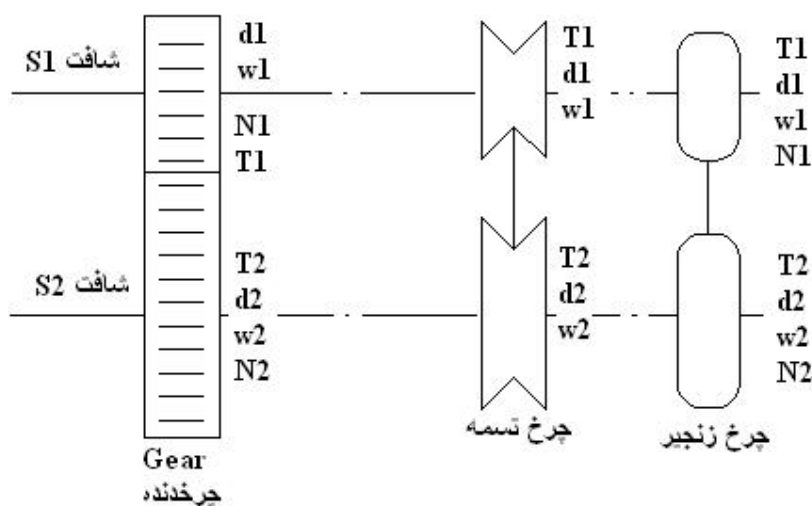
بدهیم:

به جای مقدار ۳۲ مقدار $\frac{48}{\sqrt{3}}$ را قرار می دهیم.

به عنوان مثال داریم:

$$d_s = \left[\frac{48n}{\sqrt{3}\pi} \left[\left(\frac{T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{M_a}{se} + \frac{M_m}{sy} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

طراحی شافت:



نکته (۱): اگر شافت S_1, S_2 با چرخنده ۱ و ۲ به هم متصل شوند جهت حرکت چرخنده ۱ و ۲ بر عکس هم است اما اگر به جای چرخنده از چرخ زنجیر یا چرخ تسمه استفاده شود حرکت در یک جهت است.

نکته (۲): چون چرخ دنده ها به طور مستقیم به هم وصل می شوند برای چرخیدن بایستی اندازه دندانه ها با هم برابر باشد آنچه معرف اندازه دندانه ها می باشد مدول نامیده می شود.

$$\begin{cases} m = \frac{d}{N} \\ m_1 = m_2 \end{cases} \rightarrow \frac{d_1}{N_1} = \frac{d_2}{N_2} \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad (1)$$

d ← قطر دایره گام است (diameter)

N ← تعداد دندانه ها است (Number teeth).

نکته (۳): سرعت چرخنده ها در نقطه تماس با هم برابر است.

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{d_1}{2} \omega_1 = \frac{d_2}{2} \omega_2 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (2)$$

نکته (۴): رانده مان در این اجزا برابر ۱۰۰٪ گرفته می شود لذا توان ورودی و خروجی برابر است.

$$P_1 = P_2 \rightarrow T_1 \omega_1 = T_2 \omega_2 \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (3)$$

از روابط ۱ و ۲ و ۳ در فوق می توانیم به رابطه کلی زیر برسیم:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (*)$$

نکته (۵): رابطه (*) به ما می گوید که چرخ دنده ای که دندانه بیشتری داشته باشد نتیجه قطر کمتری دارد و هر چه سرعت بیشتری داشته باشد ترک کمتری دارد.

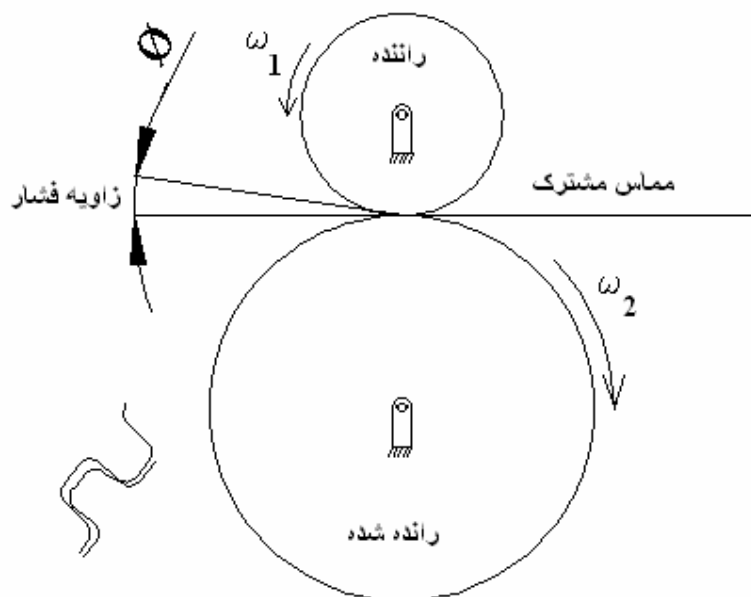
نکته (۶): رابطه (*) برای چرخ زنجیر ، چرخ دنده حاکم است اما برای چرخ تسمه چون تعداد دندانه نداریم بنابراین

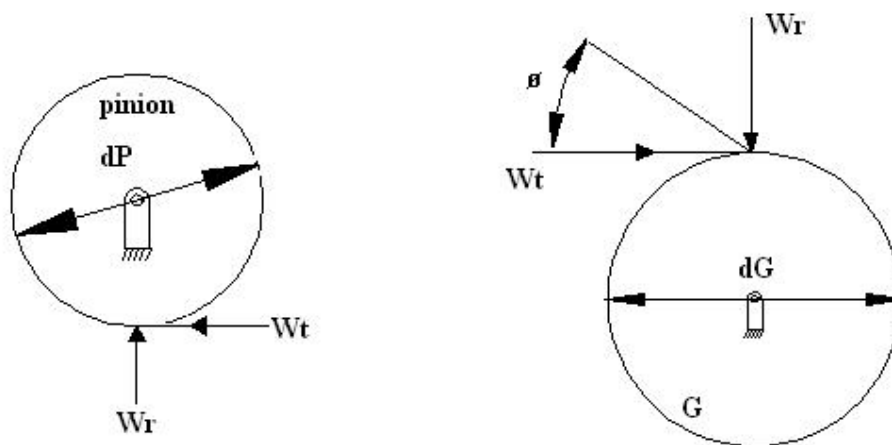
ترم $\frac{N_1}{N_2}$ از فرمول (*) حذف خواهد شد.

نکته (۷): در درس طراحی اجزا از این به بعد به چرخنده کوچک پینیون (Pinion) می گوئیم که بیشتر مواقع راننده (Driver) است.

و به چرخنده بزرگ درایون (Driven) گفته می شود.

• زاویه فشار (Angle pressure) (ϕ) :





زاویه فشار، زاویه ای است که نیرو تحت آن از چرخدنده راننده به چرخ دنده شده منتقل می شود.

زاویه فشار استاندارد است که از جدول می خوانیم $14.5^\circ, 20^\circ, 25^\circ$ اگر در مسئله نگفته بودن شما 20° را بگیرید.

$$\begin{cases} W_t = W \cos \phi \\ W_r = W \sin \phi \end{cases} \rightarrow \tan(\phi) = \frac{W_r}{W_t}$$

$$\begin{cases} T_p = W_t \times \frac{d_p}{2} \\ T_G = W_t \times \frac{d_G}{2} \end{cases}$$

اگر بخواهیم T رامحاسبه کنیم داریم:

تذکرات بسیار مهم:

(۱) W_r ← نیروی شعاعی ← جهت این نیرو همیشه به سمت مرکز چرخدنده است و تمایل به دور کردن دو چرخدنده از هم دارد.

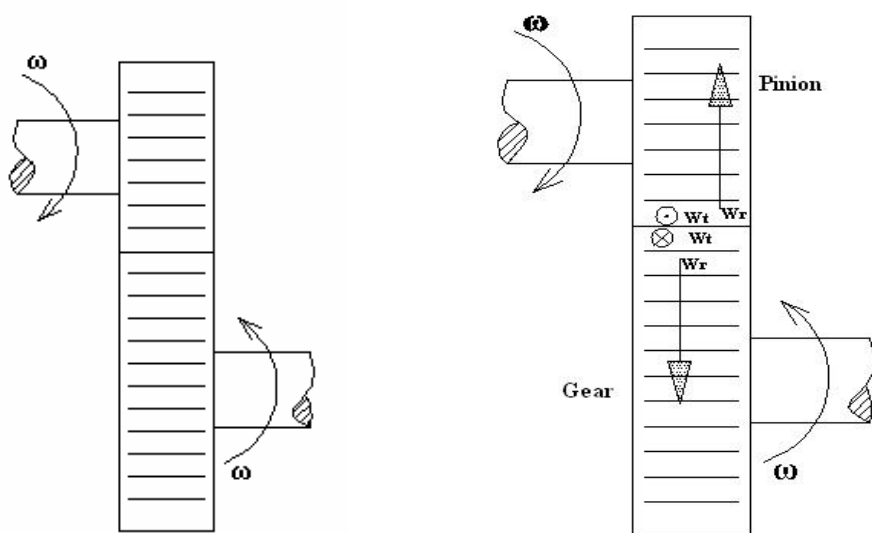
(۲) W_t ← نیروی مماسی ← ابتدا این نیرو باید جهتش روی راننده شده معلوم شود سپس آنرا عکس می کنیم و روی راننده قرار می دهیم. (به مثال توجه کنید).

(در امتحان اگر به این دو نکته توجه نشود نمره ای در کار نیست).

مثال (۱):

در شکل زیر جهت نیروهای مماسی و شعاعی را بر روی چرخدنده ها نشان دهید.

(تذکر: چرخدنده ای که به موتور وصل است راننده می شود).



جواب:

اگر خودمان را در سمت چپ راننده بگذاریم و نگاه کنیم چرخنده راننده در چه جهتی می چرخد؟
جواب این سوال این است که در جهت عقربه های ساعت می گردد.

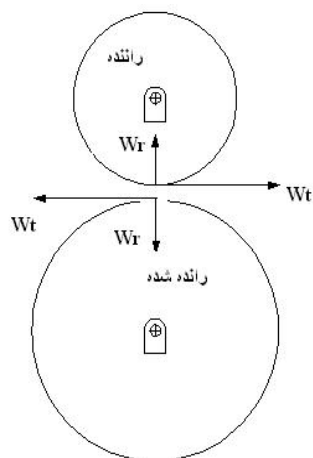
حالا چه نیرویی به راننده شده می دهد؟

راننده می زند تو سر راننده شده و آن را در داخل تخته یا صفحه فرو می کند. بنابراین W_t را بروی راننده شده به

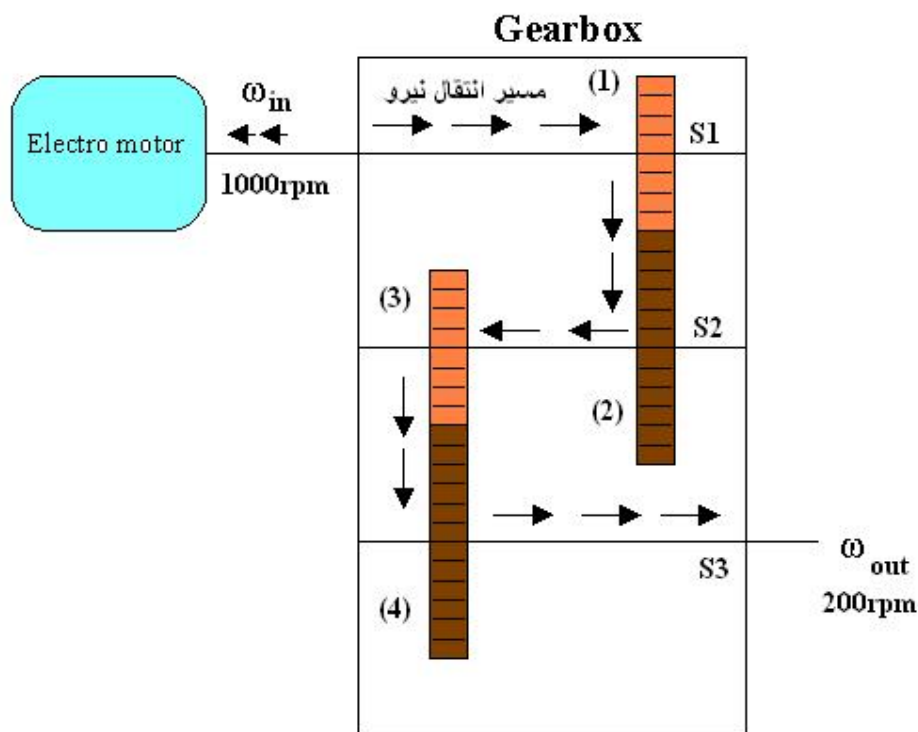
صورت ($\otimes$) نمایش داده ایم.

حال طبق نکاتی که قبلاً گفته شد بایستی عکس آنرا روی راننده به طرف بیرون ($\odot$) نمایش می دهیم. حال از نمای

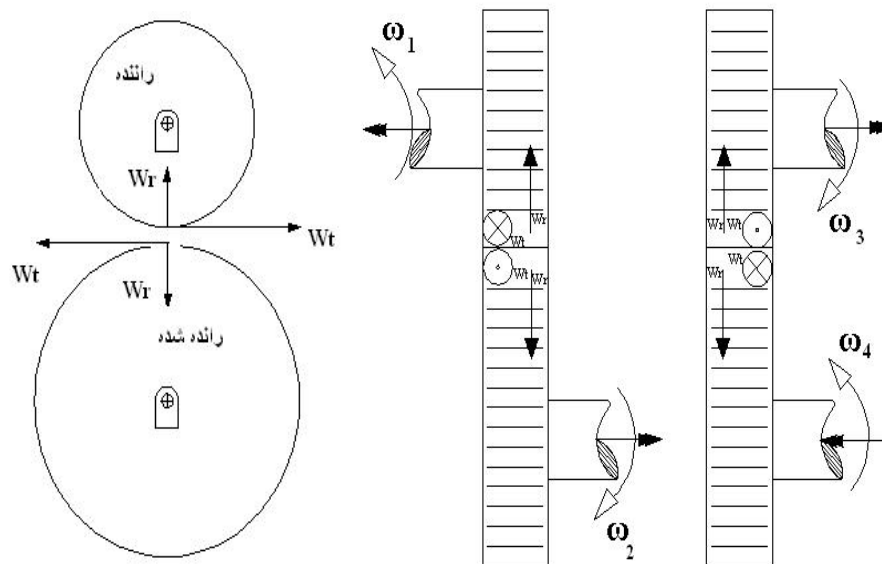
جانبی نیروها را به صورت زیر نمایش می دهیم.



مثال (۲):



مرحله (۱): تعیین (W_r, W_t)

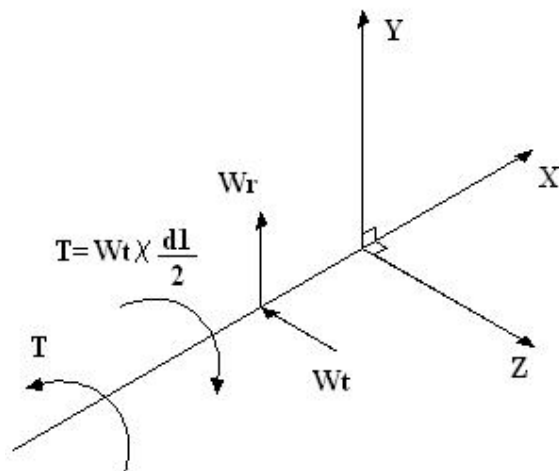


مرحله (۲):

تعیین مسیر حرکت است، تعیین مسیر حرکت به منظور تعیین ترک مصرفی می باشد، معمولاً در گیربکس کاهنده هرچه به سمت خروجی حرکت کنیم ترک بیشتر و چرخدنده و شافت هم بزرگتر می شود.

مرحله (۳):

برداشتن چرخدنده ۱ از روی شافت ۱ و قرار دادن نیروهای مربوط به این چرخ دنده روی شافت. زمانیکه چرخدنده ساده را از روی شافت برداشتیم دو نیرو و یک ترک برای آن جایگزین می کنیم.



نکات مربوط به چرخ تسمه و چرخ زنجیر:

تسمه یک طرف سفت دارد و یک طرف شل.

طرفی که به راننده نزدیک می شود طرف سفت و طرفی که از راننده دور می شود طرف شل می باشد.

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\mu\theta}$$

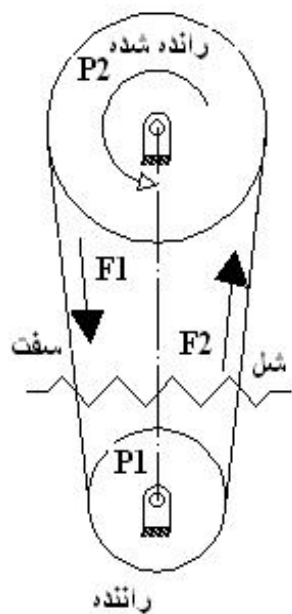
θ ← زاویه تماس تسمه و پولی بر حسب رادیان است.

μ ← ضریب اصطکاک است.

F_1 ← کشش طرف سفت است.

F_2 ← کشش طرف شل است.

– اگر به جای تسمه، زنجیر داشته باشیم کشش طرف شل یعنی F_2 صفر خواهد بود و کشش طرف سفت تحت F_1 قرار می دهیم.



- دواشتباه در درس طراحی اجزا (۱) از عمد انجام می دهیم.

(۱) برای سادگی کار در درس طراحی (۱) کشش طرف شل تسمه ها را یعنی F_2 را مساوی صفر می گیریم.

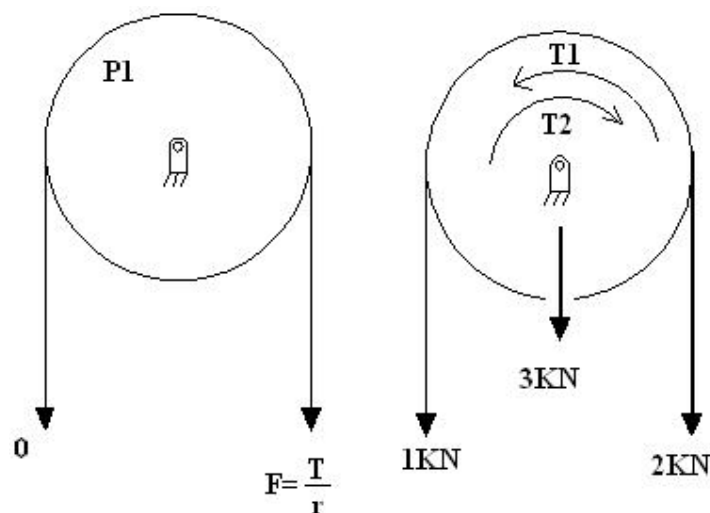
$$F = \frac{T_{Driven}}{r_{Driven}} \quad (2)$$

تذکر: در امتحان ممکن است برای F_2 عدد بدهند در این صورت برای حل، مسئله را استاتیکی حل می کنیم و نیروها را به همراه یک ترک منتقل می کنیم.

$$T_1 = 2 \times r$$

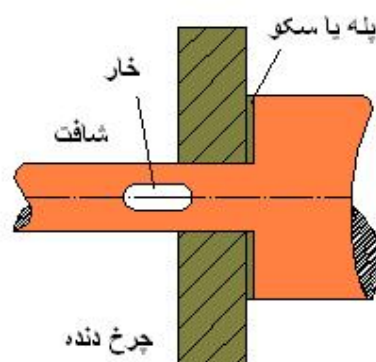
$$T_2 = 1 \times r$$

$$T_1 > T_2 \rightarrow T_3 = T_1 - T_2$$



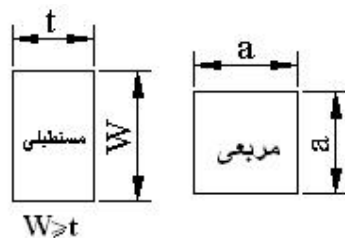
• ایجاد خار بر روی شافت :

خار قطعه ای است واسطه که اجزا را به شافت متصل می کند در حقیقت توسط خار یا ترک به شافت منتقل می شود یا از شافت به خار منتقل خواهد شد، معمولاً خار در بین شافت و خود خار ضعیف ترین جز می باشد، علت آن قیمت پایین خار است.



آنالیز نیرویی خارها :

خار به دو صورت مقطع مربعی و مقطع مستطیلی وجود دارد.

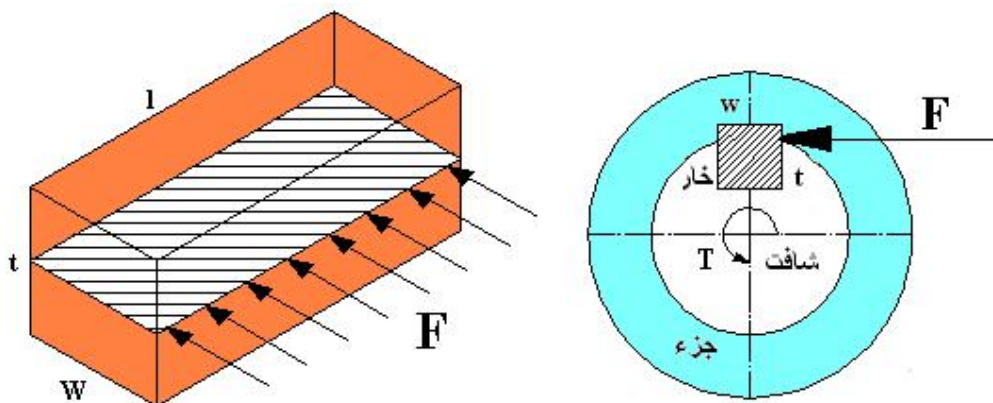


ابعاد مقطع خارها استاندارد است اما طول خارها بستگی به مقدار مورد نیاز در طراحی تعیین می گردد. (توصیه می شود از کتاب استاندارد ولی نژاد صفحه ۱۸۱-۱۸۰ در این زمینه استفاده شود).

اندازه شافت و خارهای مربعی و مستطیلی

Diameter shaft	wide	Square key	Flat key
۱۲-۱۴	۴	۴	۳
۱۶-۲۲	۶	۶	۴
۲۴-۳۰	۸	۸	۶
۳۲-۳۵	۱۰	۱۰	۷
۳۶-۴۴	۱۲	۱۲	۸
۴۵-۵۶	۱۴	۱۴	۱۰
۵۸-۶۸	۱۶	۱۶	۱۱
۷۰-۸۰	۲۰	۲۰	۱۲
۸۲-۹۵	۲۲	۲۲	۱۶
۹۶-۱۱۰	۲۵	۲۵	۲۰
۱۱۲-۱۳۵	۳۰	۳۰	۲۲
۱۳۸-۱۵۰	۳۶	۳۶	۲۵

حالت اول : برش خار:



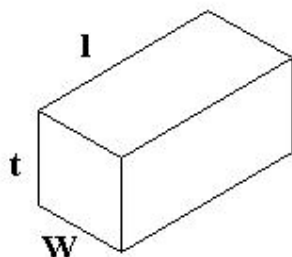
$$\begin{cases} \tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{W \times L} \\ \tau_{\max} = \frac{S_y}{2} = S_{sy} \end{cases} \rightarrow L_1 = \frac{(4T).(n)}{(W).(d).(S_y)}$$

$$\frac{F}{W \times L} = \frac{S_y}{2} \rightarrow \frac{2t}{W \times L \times d} = \frac{S_y}{2}$$

در فرمول L_1 ، S_y مربوط به خود خار است.

n : ضریب ایمنی است.

حالت دوّم : لهیدگی خار:



$$\begin{cases} \sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{(\frac{t}{2}) \times L} \\ F = \frac{2T}{d} \end{cases} \rightarrow L_2 = \frac{4Tn}{(S_y)(d)(t)}$$

$$\sigma = \frac{4T}{(L)(d)(t)} = S_y$$

نکات مهم :

(۱) با توجه به اینکه $W \geq t$ پس خواهیم داشت $L_2 > L_1$ بنابراین در طراحی یک خار تنش لهیدگی از تنش برشی به مراتب مهم تر است.

(۲) S_y در فرمول های بالا مربوط به خار است زیرا خار تحت برش می باشد و همچنین ضعیف ترین عضو می باشد.

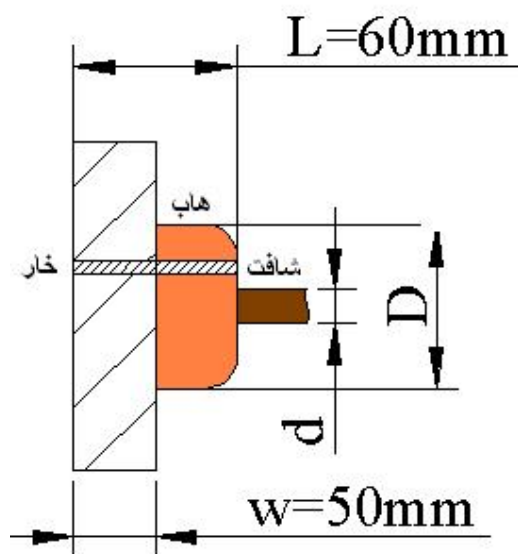
(۳) گاهی اتفاق می افتد ما خاری را طراحی کرده ایم و طول آن بیشتر از جزئی می شود که قرار است خار در آن قرار گیرد در این مواقع جز را هاب زنی می کنند که در زیر به طراحی هاب خواهیم پرداخت.

• طراحی هاب: (طراحی هاب چرخنده ها و پولی)

تعریف هاب

هاب همان گوشت اضافی است که در یک یا دو طرف جزء در نظر می گیرند. که باعث پهنای جزء و برابر شدن با طول خار می گردد.

به عنوان مثال: اگر خاری را طراحی کنیم که طول آن ۶۰mm باشد در صورتیکه عرض چرخ دنده برابر ۵۰mm باشد برای ۱۰mm اضافه هاب طراحی می کنیم (شکل زیر).



در طراحی هاب دو شرط مهم زیر را در نظر می گیریم:

$$\text{Diameter Hab} \begin{cases} \text{STEEL} \rightarrow 1.5d_{\text{shaft}} \\ \text{Cast iron, remainder alloy} \rightarrow 2d_{\text{shaft}} \end{cases}$$

حالت سوم: حداقل طول خار:

(۴) تجربه نشان می دهد که تحت هیچ شرایطی طول خار نبایستی کمتر از $1.25d_{\text{shaft}}$ باشد.

$$L_3)_{\min} = 1.25d_{\text{SHAFT}}$$

(۵) در طراحی خار ما ملزم هستیم که هر ۳ فرمول را محاسبه کنیم و از میان آنها آن مقداری جواب است که از همه بزرگتر است.

(۶) هزار خار:

هزار خار ها جزء قطعاتی استاندارد می باشند و طراحی آنها دقیقاً مانند خار می باشد.

به عبارت دیگر تَرک انتقالی توسط هزار خار ابعاد آن را تعیین می کند.

۷) محل خار بر روی شافت با تیغه فرز انگشتی و فرز دایره ای قابل ایجاد است لذا چون تیغه فرزها عامل تمرکز تنش می باشند پس باید مقدار این عامل را در تنش ها مربوطه ضرب کنیم برای این منظور داریم:

$$\text{تیغه فرز انگشتی} \begin{cases} K_f = 1.6 \\ K_{fs} = 1.36 \end{cases}$$

$$\text{تیغه فرز دایره ای} \begin{cases} K_f = 1.36 \\ K_{fs} = 1.36 \end{cases}$$

۸) خار زیر پله نمی رود ، در جایی که هم خار و هم پله داشتیم برای پله و خار ضریب تمرکز تنش را محاسبه می کنیم و هر کدام که بزرگتر بود وارد محاسبات می کنیم و از ضرب آن دو در هم جداً خودداری می کنیم.

مراحل طراحی شافت:

مراحل طراحی شافت به صورت زیر می باشد

۱. آنالیز نیرویی شافت : با توجه به اجزا سوار بر روی شافت آنرا تحلیل استاتیکی می کنیم.

۲. رسم دیاگرامهای نیروی برشی و گشتاور خمشی در دو صفحه (X-Z) و (X-Y) و محاسبه نیروهای یاتاقانی

۳. محاسبه مؤلفه های T_m و T_a ، M_m ، M_a در صورت موجود بودن هر یک از آنها و برگزیدن مقدار max آنها

در نقاط بحرانی ، البته اگر چرخنده مانند چرخنده هلیکال داشته باشیم با توجه به اینکه این نوع چرخنده تولید

بار محوی هم می کند بنابراین بایستی P_a ، P_m را نیز رسم نمائیم.

۴. چون اندازه ها مشخص نیستند لذا K_b ، K_e را نمی توان به طور دقیق در فرمول $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$

مشخص کرد لذا در محاسبه S_e مشکل خواهیم داشت جهت رفع این مشکل فرضیات مهم زیر را انجام می دهیم:

$$K_b = 0.85$$

$$\begin{cases} D/d = 1.2 \\ r/d = 0.05 \end{cases} \quad 0.5mm \leq r \leq 1mm \quad \leftarrow \text{برای رفع مشکل } K_e \text{ خواهیم داشت}$$

اکنون می توانیم S_e را محاسبه کنیم.

۵. فرمولی که برای محاسبه قطر استفاده می شود همان فرمول Westing house می باشد که به صورت زیر

می باشد:

$$d = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{kf_s T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

۶. اندازه های قطر شافت بدست آمده را با کمک جدول زیر استاندارد می کنیم . و در صورتیکه قطر شافت مربوط

به محلی باشد که بلبرینگ در آن قرار می گیرد از ۲۰ میلیمتر به بالا ۵ میلیمتر به ۵ میلیمتر افزایش خواهد یافت.

جدول استاندارد سازی قطر شافت

۲,۵	۱۱	۲۳	۴۴	۶۸	۱۰۰
۳	۱۲	۲۴	۴۵	۷۰	۱۰۵
۳,۵	۱۳	۲۵	۴۶	۷۲	۱۱۰
۴	۱۴	۲۶	۴۸	۷۵	۱۱۵
۴,۵	۱۵	۲۸	۵۰	۸۰	.
۵	۱۶	۳۰	۵۲	۸۲	.
۵,۵	۱۷	۳۲	۵۵	۸۵	.
۶	۱۸	۳۴	۵۶	۸۸	۱۹۵
۷	۱۹	۳۵	۵۸	۹۰	.
۸	۲۰	۳۶	۶۰	۹۲	.
۹	۲۱	۳۸	۶۲	۹۵	۲۰۰
۱۰	۲۲	۴۰	۶۵	۹۸	
		۴۲			

۷. چک طرح می کنیم. این کار برای شافت هایی که پله دار است انجام می شود چون با استاندارد سازی قطرها،

قطرها به هم می ریزد لذا بایستی قطرها را چک طرح کنیم تا ضریب ایمنی جدید از فرمول Westing house

مقدار ضریب ایمنی بالاتر از مقدار اولیه ای که صورت مسأله مدنظر دارد باشد. در غیراین صورت دوباره به

جدول استاندارد سازی قطر شافت مراجعه می کنیم و قطر بالاتر را می خوانیم و مجدداً طراحی را با قطر جدید

چک می کنیم. در واقع در چک طرح ما بایستی مقادیر K_b ، K_e و S_e جدیدی را محاسبه کنیم. و با استفاده از

این مقادیر جدید بدست آمده مقدار n (ضریب ایمنی) جدید را محاسبه کنیم.

برای محاسبه K_b از فرمول کوگنل استفاده می کنیم.

$$K_b \begin{cases} d_{eq} = ? \text{ diameter shaft get in the design shaft} \\ 1.189 d_{eq}^{-0.097} \quad (8mm \leq d_{eq} \leq 250mm) \end{cases}$$

و برای ضریب ایمنی جدید هم خواهیم داشت:

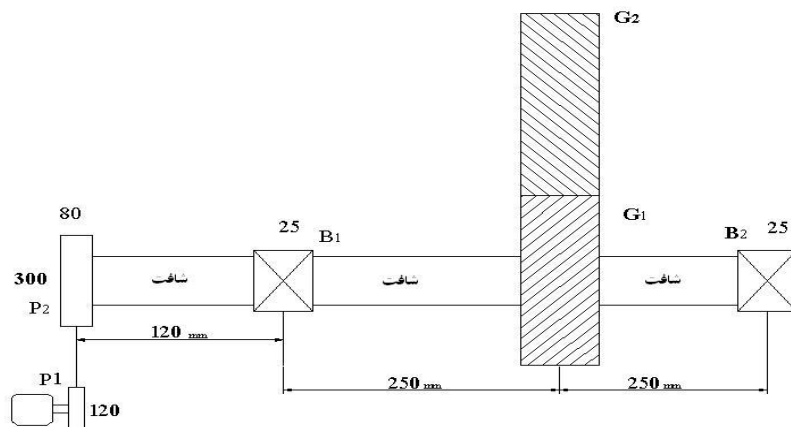
$$n_{new} = \frac{\pi d^3}{32 \left[\left(\frac{K_{fs} T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{sy} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

در این حالت بعد از محاسبه n_{new} دو حالت پیش می آید:

(۱) $n_{new} > n_{old}$ ← در این صورت طراحی *over design* است.

(۲) ضریب $n_{old} > n_{new}$ در اینجا ضریب ایمنی کاهش پیدا کرده است لذا ابعاد شافت را در محلی که با کاهش ایمنی روبرو هستیم به اعداد استاندارد بالاتر تبدیل می کنیم. مثلاً: در جدول عدد ۶۳ را خواندیم و ضریب ایمنی جدید را محاسبه کردیم ولی این ضریب از ضریب ایمنی صورت سوال کمتر شده است در این حالت است که باید از جدول قطر بالاتر از ۶۳ را بخوانیم.

مثال (۱): قطر شافت را در شکل زیر با توجه به اطلاعات داده شده تعیین نمائید:



$S_y = 280MPa$ و $S_{ut} = 400MPa$ و $d_{G1} = 180mm$ و $\omega = 950rpm$ و $P = 30hp$ و $h = 3$ و $W_a = W_r = 0.25W_t$ (نیروی محوری) و محور شافت محور X است.

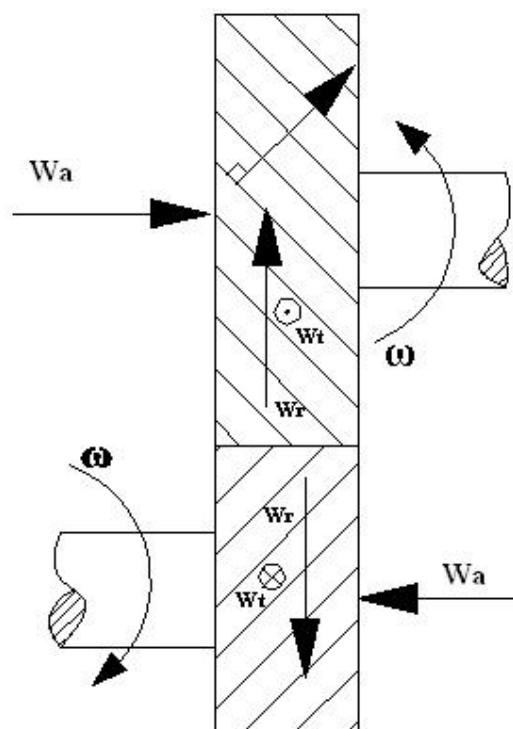
(۱) ابتدا بایستی مسیر انتقال نیرو را رسم کنیم این مشخص کردن مسیرانتقال قدرت، در مشخص کردن میزان ترک به ما کمک خواهد کرد. لطفاً روی شکل فوق این مسیر را مشخص کنید.

(۲) آنالیز نیرو:

نوع چرخنده در این سوال هلیکال (مارپیچ) می باشد، چرخنده هلیکال را مانند فوق نمایش می دهند و این چرخنده حتماً حتماً دارای مؤلفه نیروی محوری W_a است که این مؤلفه را از روی شیارهای روی چرخنده می توان به صورت زیر تعیین کرد:

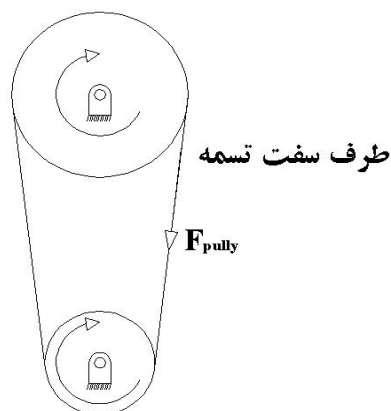
نگاه می کنیم ببینیم که رانده شده خطوط شیبدارش چگونه حرکت می کنند به سمت بالا می رود یا پایین می رود از روی آن می توان W_a را تعیین کرد.

عمود بر خطوط شیاردار برداری را رسم می کنیم و جهت W_a به صورت زیر بدست می آید.



آنالیز نیرو را روی شافت شروع می کنیم بدین منظور داریم:

(۱) پولی را از روی شافت بر می داریم و به جای آن یک نیرو و ترک T را می گذاریم.

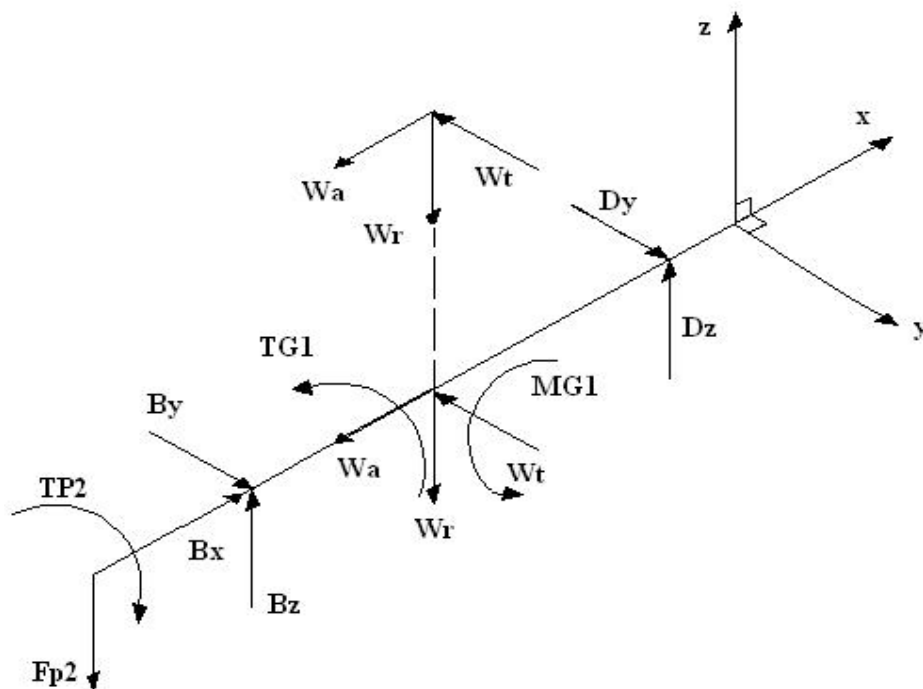


(۲) می دانیم که تکیه گاه ها دارای سه مؤلفه هستند که یکی از این سه مؤلفه در راستای محور شافت قرار می گیرد، این مؤلفه را می توانیم کششی یا فشاری بگیریم.

اگر کششی بگیریم ← می دانیم که نیروی محوری کششی باعث باز شدن ترک می شود بنابراین بر طبق نکاتی که قبلاً گفته شده است باید اثر آن را در محاسبات خود وارد کنیم بنابراین طراحی را با این کار کمی مشکل می کنیم.

اگر فشاری بگیریم ← می دانیم که نیروی محوری فشاری نه تنها باعث باز شدن ترک نمی شود بلکه ترک را بسته نگه می دارد. بنابراین فرض می کنیم نیروی محوری فشاری است و طبق نکاتی که قبلاً خواندیم از نیروی فشاری می توان در محاسبات صرف نظر کرد. بنابراین هر تکیه گاه دو مؤلفه نیرو پیدا می کند.

(۳) شافت و نیروهای اعمالی به آن را رسم می کنیم.



$$M_{G1} = W_a \times \frac{D_{G1}}{2}$$

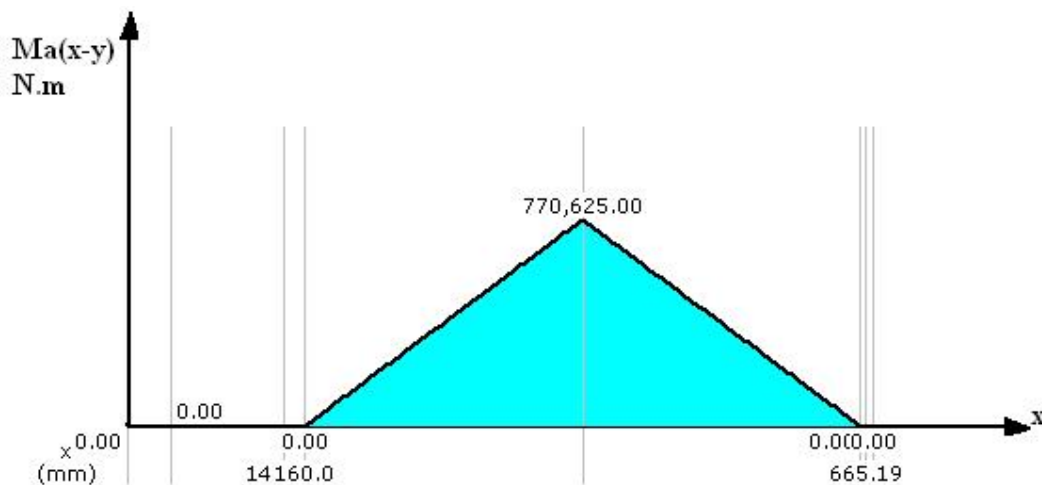
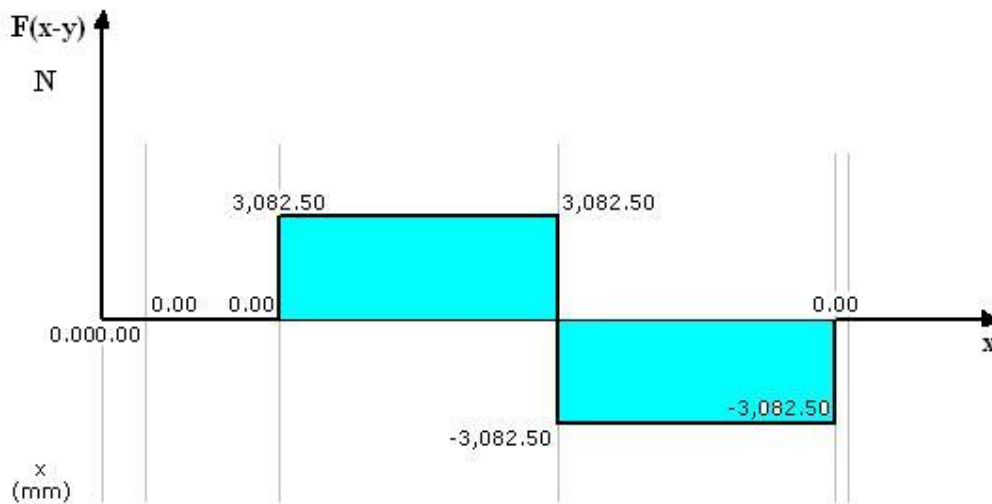
$$T_{G1} = W_t \times \frac{D_{G1}}{2}$$

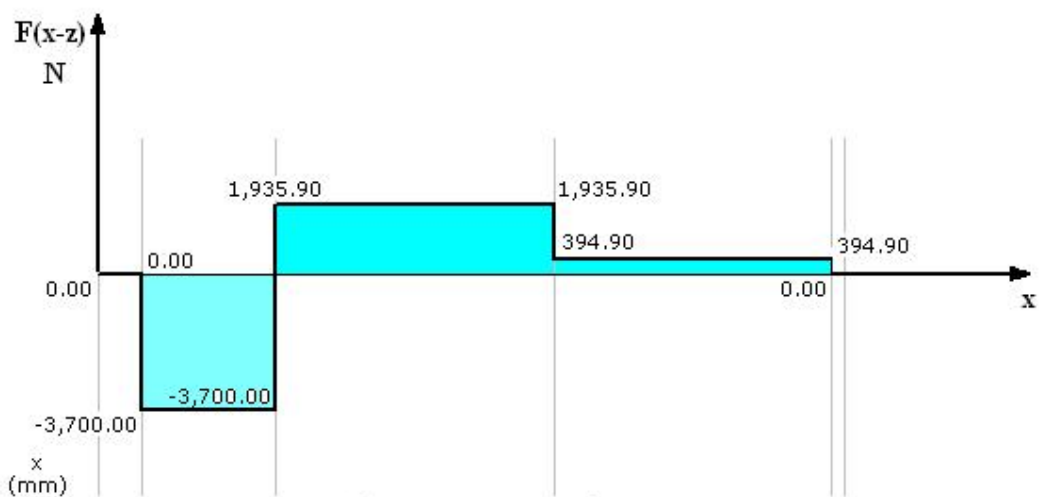
توجه M_{G1} حول محور y می باشد.

چون D_x با W_a شافت را در قسمت CD می کشند بنابراین باید از D_x صرف نظر کنیم تا کشش شافت را محاسبه نکنیم.

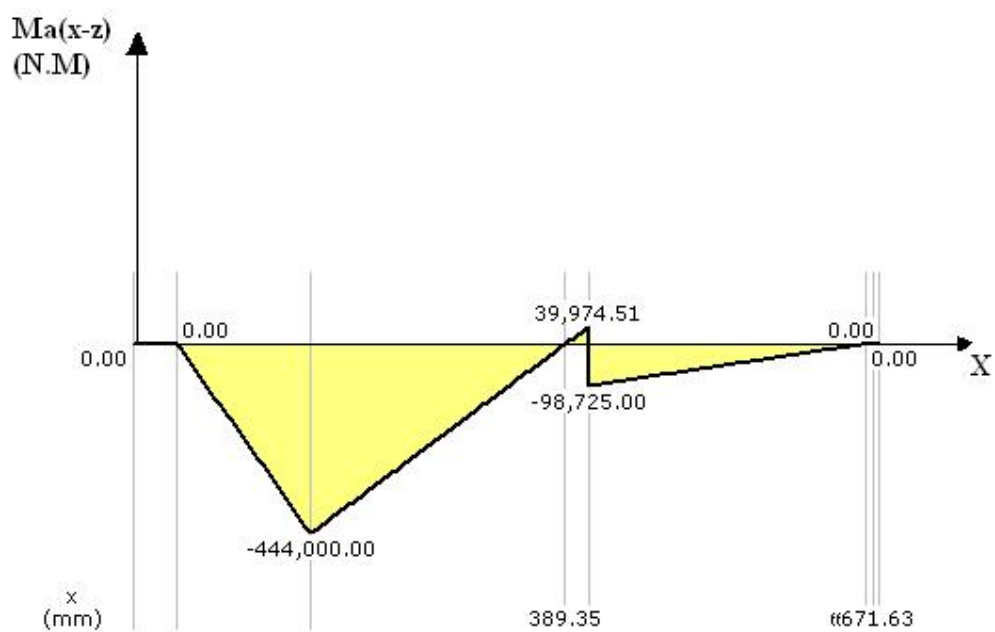
آنالیز شافت در دو صفحه $(X-Z)$ و $(X-Y)$:

$$\begin{cases} W_t = W \cos \phi \\ W_r = W \sin \phi \end{cases} \rightarrow \tan \phi = \frac{W_r}{W_t}$$

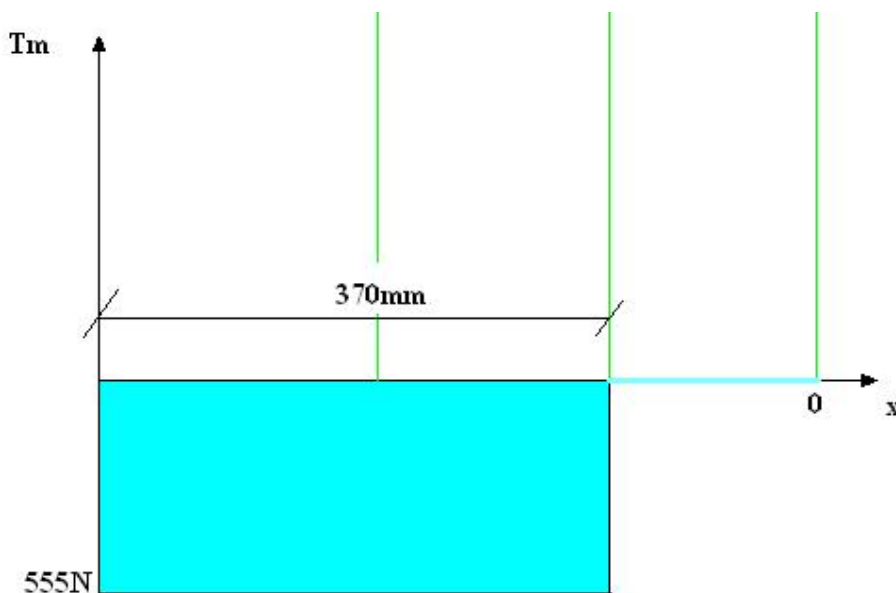




رسم دیاگرام نیروی برشی در صفحه (X-Z)



رسم دیاگرام گشتاور در صفحه (X-Z)



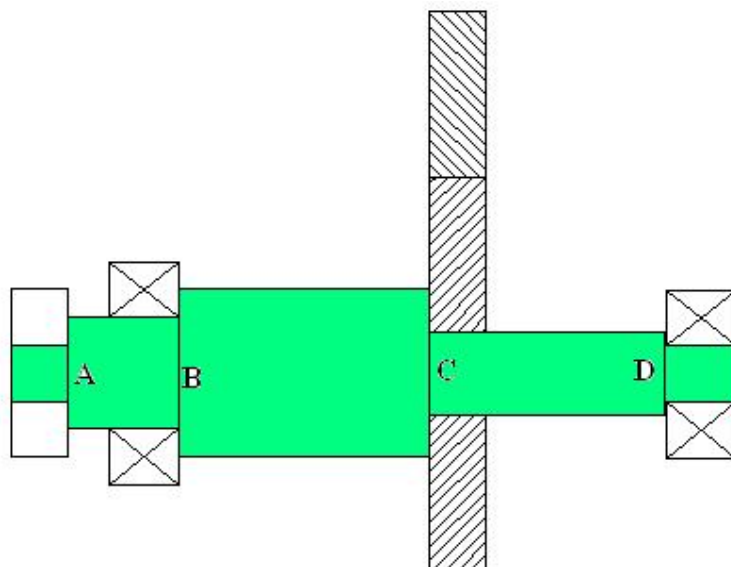
رسم دیاگرام ترک مصرفی شافت

همانطور که در فوق واضح است. دیاگرام مربوط به نیروی محوری را دیگر نکشیدیم برای اینکه آنرا فشاری فرض کرده ایم و از آن صرفنظر کردیم.

آنچه که در دیاگرام های رسم شده برای ما مهم است نقاط مشخص شده بالا نیستند بلکه نقاطی هستند که روی شافت منطبق بر پله یا جای خار هستند که محل تمرکز تنش می باشند و سازنده مکان بحرانی هستند.

رسم آبشنی از شافت :

بعد از این که آنالیز نیرویی را انجام دادیم بایستی یک آبشنی از طراحی شافت را داشته باشیم ، این آبشن باید به گونه ای معقول باشد ، ما شافت را به صورت زیر طراحی می کنیم :



$$M_A = \sqrt{(M_{A(X-Y)})^2 + (M_{A(X-Z)})^2} = 148 N.m$$

محاسبه ممان در پله A:

محاسبه ممان در پله B:

$$\begin{cases} M_B = \sqrt{(M_{B(X-Y)})^2 + (M_{B(X-Z)})^2} \\ M_{B(X-Y)} = (30825 \times 125 \times 10^{-3}) = 3853 \\ M_{B(X-Z)} = -444 + \frac{(125 \times (56359 - 3700))}{1000} = -41980 \end{cases} \rightarrow M_B = \sqrt{(-41980)^2 + (3853)^2} = 42155 N.m$$

محاسبه ممان در پله C:

$$\begin{cases} M_{C(X-Z)} = -444 + \frac{20 \times (5635.9 - 3700)}{1000} = -56.82 \\ M_{C(X-Y)} = (3082.5 \times (200 \times 10^{-3})) = 616.5 \end{cases} \rightarrow M_C = 619.11 N.m$$

محاسبه ممان در پله D:

$$\begin{cases} M_{D(X-Y)} = \frac{3082.5 \times 12.5}{1000} = 38.531 \\ M_{D(X-Z)} = (-394.9) \times 12.5 \times 10^{-3} = 4.936 \end{cases} \rightarrow M_D = 38.85 N.m$$

با توجه به رابطه روبرو برای چرخ تمسه ها داریم:

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_2} &= \frac{d_1}{d_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \\ \frac{\omega_{p2}}{\omega_{p1}} &= \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \omega_{p2} = \frac{120}{300} \times 950 = 380 rpm \\ \begin{cases} \omega_{p1} &= 950 rpm \\ \omega_{p2} &= 380 rpm \end{cases} \end{aligned}$$

با توجه به فرمول توان خواهیم داشت:

$$P = T \cdot \omega$$

$$T_{p2} = \frac{P}{\omega_{p2}} = \frac{30 \times 736}{(380) \left(\frac{2\pi}{60} \right) \left(\frac{rad}{s} \right)} = 555 N.m$$

$$F_{p2} = \frac{T_{p2}}{r_{p2}} = \frac{555 \times 10^3 (N.mm)}{150 (mm)} = 3700 N$$

همانطور که قبلاً گفتیم ما مسیر انتقال نیرو را جهت ترک می خواهیم ، بنابراین داریم:

$$T_{p2} = T_{G1}$$

با تعیین ترک مشخص می کنیم از آنجا که از پولی تا ۱ Gear انتقال نیرو ۱۰۰٪ و جایی مصرف نمی شود بنابراین ترکی که به ۱ Gear می رسد برابر ترکی که از پولی خارج می شود . با توجه به این نکته داریم :

$$T_{G1} = T_{p1} = W_t \times \frac{d_{G1}}{2} \Rightarrow w_t = \frac{T_{G1} \times 2}{180} \Rightarrow w_t = \frac{555 \times 10^3 (N.mm)}{90mm} = 6165N$$

با توجه به رابطه ای که برای W_a و W_t در صورت سوال داریم :

$$W_a = W_r = 0.25W_t \Rightarrow W_a = W_r = 1541N$$

$$M_{G1} = 1541 \times 90 \times 10^{-3} = 138.7 N.m$$

$$T_{G1} = 6165 \times 90 \times 10^{-3} = 555 N.m$$

تعیین نیروهای تکیه گاهی :

$$\begin{cases} D_z = -394.9 \\ D_y = 3082.5 \end{cases} \quad \begin{cases} B_z = 5635.9 \\ B_y = 3082.5 \end{cases}$$

بعد از اینکه نیروهای اعمالی روی شافت بدست آمد بایستی عکس العمل تکیه گاهها بر روی شافت را نیز تعیین کنیم به همین منظور از استاتیک خواهیم داشت :

$$\sum M_B)_x = 0 \Rightarrow T_{p2} - T_{G1} = 0 \Rightarrow T_{p2} = T_{G1}$$

$$\sum M_B)_y = 0 \Rightarrow [(3700 \times 120) - (1541 \times 250) + (138.7 \times 1000) + (D_z \times 500)] = 0$$

$$\Rightarrow [(444000) - (385250) + (138700) = -500D_z] \Rightarrow D_z = \frac{197450}{-500} = -394.9$$

$$\sum M_B)_z = 0 \Rightarrow [(6165 \times 250) - (500 \times D_y)] = 0 \Rightarrow D_y = \frac{1541250}{500} = 3082.5$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y - (6165) + 3082.5 = 0$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow [(-3700 + B_z - 1541 + D_z)] = 0 \Rightarrow B_z = 5635.9$$

بنابراین نیروهای تکیه گاهی به قرار زیر است:

$$D \begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 3082.5 \\ D_z = -394.9 \end{cases} \quad B \begin{cases} B_x = 0 \\ B_y = 3082.5 \\ B_z = 5635.9 \end{cases}$$

حال این نیروها را روی شافت می گذاریم و جهت تحلیل دیاگرام های (T-X) و (M-X) و (V-X) در دودستگاه Z-X و Y-X شافت را آنالیز می کنیم.

چون اندازه ها مشخص نیستند بنابراین K_e و K_b را نمی توان به طور دقیق در فرمول زیر قرار داد:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

به منظور رفع این مشکل $K_b = 0.85$ می گیریم و جهت رفع مشکل K_e داریم:

$$A \text{ به } \begin{cases} \frac{D}{d} = 1.2 \\ \frac{r}{d} = 0.05 \quad 0.5 \leq r \leq 1mm \end{cases} \Rightarrow K_t = 1.9$$

$$\begin{cases} S_{ut} = 400 \left(\frac{N}{mm^2} \right) \xrightarrow{\text{page 279}} q = 0.65 \\ r = 1mm \end{cases}$$

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q = 1.6 \Rightarrow K_f = 1.6$$

این K_f هیچ ربطی به K_f فرمول S_e ندارد.

$$K_e = \frac{1}{K_f} \Rightarrow K_e = 0.625$$

$$K_b = 0.85$$

$$K_a \begin{cases} S_{ut} = 400MPa \\ \text{surface machining} \end{cases} \xrightarrow{\text{page 267}} K_a = 0.84$$

$$K_d = 1 \quad K_f = 1 \quad K_c = 1$$

وقتی صحبت از R نیست خودمان ۵۰٪ می گیریم و ضریب اطمینان ۱ می شود.

$$S'_e = 0.5 S_{ut} = 200MPa$$

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e \Rightarrow S_e = (0.84)(0.85)(1)(1)(0.625)(1)(200) = 89.25MPa$$

با استفاده از فرمول کلی برای قطر شافت داریم:

$$d = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{k_f T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

رعایت واحدها در این فرمول مهم است.

$$d_1 = \left[\frac{32(3)}{\pi} \left[\left(0 + \frac{555 \times 10^3 (N.mm)}{280 (N/mm^2)} \right)^2 + \left(\frac{148 \times 10^3 (N.mm)}{89.25 (N/mm^2)} + 0 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = 42.9mm$$

$$d_2 = \left[\frac{32(3)}{\pi} \left[\left(0 + \frac{555 \times 10^3 (N.mm)}{280 (N/mm^2)} \right)^2 + \left(\frac{421.5 \times 10^3 (N.mm)}{89.25 (N/mm^2)} + 0 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = 53.9mm$$

$$d_3 = \left[\frac{32(3)}{\pi} \left[\left(0 + \frac{555 \times 10^3 (N.mm)}{280 (N/mm^2)} \right)^2 + \left(\frac{619 \times 10^3 (N.mm)}{89.25 (N/mm^2)} + 0 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = 60.41mm$$

$$d_4 = \left[\frac{32(3)}{\pi} \left[(0 + 0)^2 + \left(\frac{38.85 \times 10^3 (N.mm)}{89.25 (N/mm^2)} + 0 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = 23.9mm$$

حال مشکل اینجا پیدا می شود که ما بلبرینگ با قطر ۵۳,۹mm نداریم و بلبرینگ ها از ۲۰ به بعد شماره ۶ شان ۵ تا ۵ بالا می رود . پس می آئیم و قطر بلبرینگ را ۵۵mm می گیریم با اینکار همه قطر ها به هم می ریزد حال باید چه کار کنیم ؟ از جدول استاندارد سازی قطر ها که در متن درس ارائه شده داریم :

$$d_1 = 44mm$$

$$d_2 = 55mm \xrightarrow{\text{page 443}} d_2 = 63mm$$

$$d_3 = 62mm$$

$$d_4 = 25mm \xrightarrow{\text{page 443}} d_4 = 30mm$$

توجه داریم که برای d_2 قطر پله پشت ۵۵ با $d=63mm$ می باشد.

نکته دیگری که بایستی به آن توجه کنیم این است که قطر های d_2 و d_3 در مقابل هم غیر قابل قبول هستند و این لذا معقول نیست که بلبرینگی با گنس داخلی ۶۳ داری پشت بلبرینگ ۶۲ باشد برای رفع این معضل هم داریم :

$$D/d = 1.2 \Rightarrow D = 55 \times 1.2 = 66mm$$

بنابرای شافت مورد نظر داری مشخصات زیر است :

$$d_1 = 44 mm$$

$$d_2 = 66 mm$$

$$d_3 = 62 mm$$

$$d_4 = 30 mm$$

فصل هشتم

پیچ و مهره

پیچ و مهره:

پیچ ها قطعاتی هستند که برای متصل کردن اجزا مختلف یک سازه به کار می روند.

پیچ ها به سه دسته تقسیم می شوند:

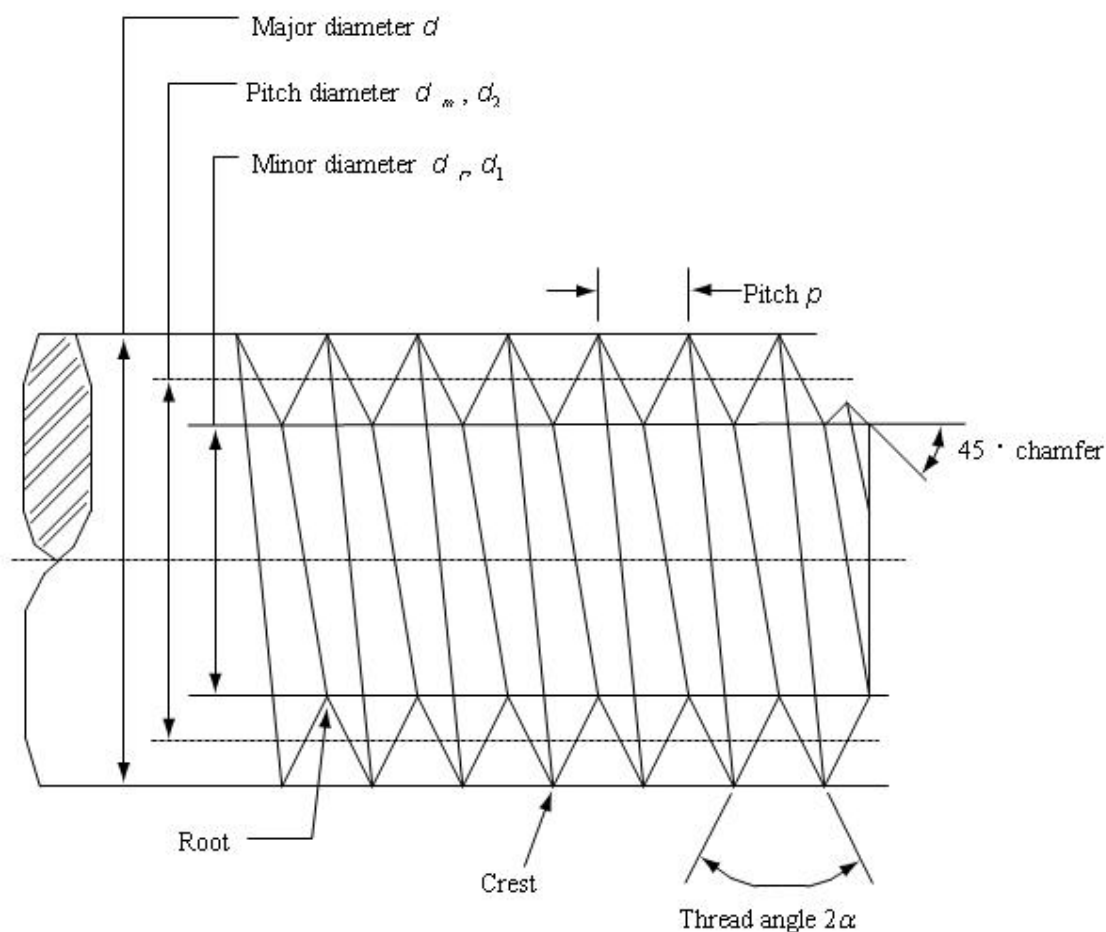
- (۱) پیچ هایی که به تنهایی به کار می روند (Screw). مانند پیچ نجاری
- (۲) پیچ هایی که همراه مهره استفاده می شوند (Bolt & nut).
- (۳) پیچ هایی که وقتی از بال سفت می کنیم از پایین هم سفت می شوند (Stud) یا همان پیچ سر سیلندر.

Bolt $M_{x \times y}$ ← عدد x مربوط به قطر و y مربوط به طول است.

پیچ ها جزء قطعات استاندارد هستند و در طراحی ما تنها M را تعیین می کنیم.

DIN ۹۳۱: اینکه سر پیچ چه شکلی است از روی DIN آن تعیین می شود.

تعاریف واژه های فنی مربوط به پیچ ها:



(۱) تعریف گام پیچ (Pitch Diameter):

فاصله بین دو دنده متوالی پیچ به موازات محور پیچ است.

تعریف گام در واحد های ایالات متحده عکس تعداد دنده N در هر اینچ است.

(۲) قطر کوچکتر (d_r):

کوچکترین قطری که بر روی دنده پیچ اندازه گیری می شود را قطر کوچکتر گویند

(۳) قطر بزرگتر یا قطر اسمی (d_v) (Major diameter of thread):

بزرگترین قطر دنده پیچ می باشد که آنرا با d_v نمایش می دهند.

عدد x در $M_{x \times y}$ مربوط به همین مقدار است.

(۴) تعریف جلو بر (Lead of thread):

جلوبر (L) که در شکل مشخص نشده است، فاصله ای است که مهره بر اثر یک دور بسته شدن به موازات

محور پیچ می پیماید.

برای پیچ یک راهه جلو بر برابر گام پیچ است بنابراین برای داریم:

پیچ چند راهه (Multiple thread):

پیچی که در آن دو رزوه و یا بیشتر در کنار هم تراشیده شود معروف به پیچ چند راهه است.

جلوبری پیچ دو راهه، دو برابر گام و جلوبری پیچ سه راهه سه برابر گام است.

از پیچ سه راهه جایی استفاده می شود که نیاز به سرعت بیشتر داشته باشیم مثل: استاتر ماشین.

تعریف پیچ راستگرد: (Right hand thread):

اگر مقطع استوانه پیچ را مقابل خود بگیریم و یک رزوه از آن را در جهت عقربه های ساعت دنبال کنیم و

رزوه از ما دور گردد می گوئیم پیچ راستگرد است.

در اکثر موارد پیچ های مورد استفاده راستگرد هستند اما در موارد خاص نیز پیچ ها چپگرد ساخته می شوند.

قطر گامی (d_p) (Pitch diameter of thread):

قطر استوانه ای هم محور با قطر استوانه پیچ که روی این استوانه ضخامت یک دنده با فضای خالی بین

دودنده برابر است.

$$d_t = \frac{d_p + d_r}{2}$$

متوسط قطر گامی. قطر ریشه (d_t):

$$A_t = \frac{\pi(d_t)^2}{4}$$

A_t : سطح مؤثر بر اثر کشش است و از فرمول بالا محاسبه می شود و برای هر پیچ در جدول ۳۲۱ کتاب

وجود دارد.

نکته تست فوق لیسانس :

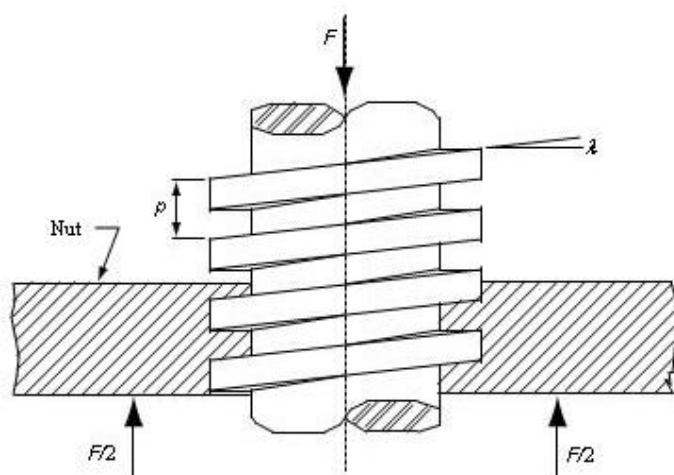
اگر یک پیچ تحت کشش قرار گرفت برای محاسبه تنش از فرمول A_t بالا استفاده می کنیم .
اما اگر یک پیچ تحت برش قرار گرفت برای محاسبه تنش از فرمول زیر استفاده می کنیم که در آن d مربوط به قطر اسمی یا قطر بزرگتر می باشد:

$$A_t = \frac{\pi(d)^2}{4}$$

پیچ های انتقال قدرت (Power screw thread):

پیچ های دنده مربعی و دنده ذوزنقه ای برای انتقال قدرت استفاده می شوند (مانند پیچ های جک)
پیچ دنده مربعی بهتر از دنده ذوزنقه ای است

مکانیک پیچ های انتقال قدرت (power screw):



λ : زاویه جلو بر ، Ψ : زاویه مارپیچ ، P : گام ، F : نیروی فشاری ، d_m : قطر متوسط .
معمولاً پیچهای انتقال قدرت در ماشین ها برای تغییر دادن حرکت زاویه ای به حرکت خطی و انتقال قدرت استفاده می شود ، از جمله کاربرد های این پیچ ها در پیچ های جلو بر ماشین تراش ، پیچ های گیره ها ، پرس های دستی و جک ها می باشد.

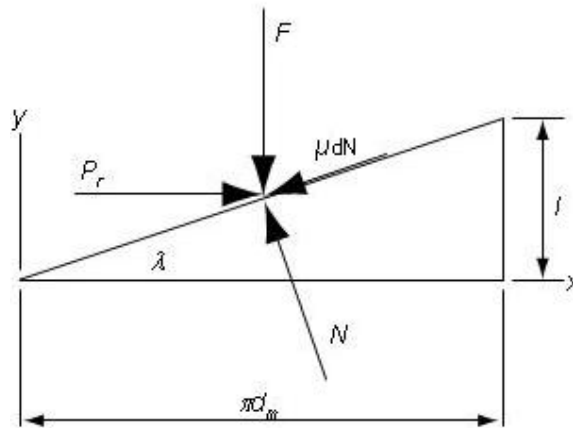
$$l = np$$

$$\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{l}{\pi d_m} \right)$$

$$d_m = d - \frac{p}{2}$$

$$d_r = d - p$$

الف) تَرک بالا بر (T_{rise}):



F : نیروی خارجی است که روی پیچ انتقال قدرت می باشد.

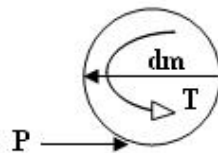
dN : عکس العمل سطح است بین مهره و پیچ.

μdN : نیروی اصطکاک بین رزوه پیچ و مهره.

P : نیروی ایجاد کننده تَرک است، بنابراین تَرک برابر است با $T = \frac{Pd_m}{2}$.

تذکر:

نیروی μdN ، نیروی اصطکاکی مماس بر سطح رزوه است اما dN عمود بر سطح رزوه است.



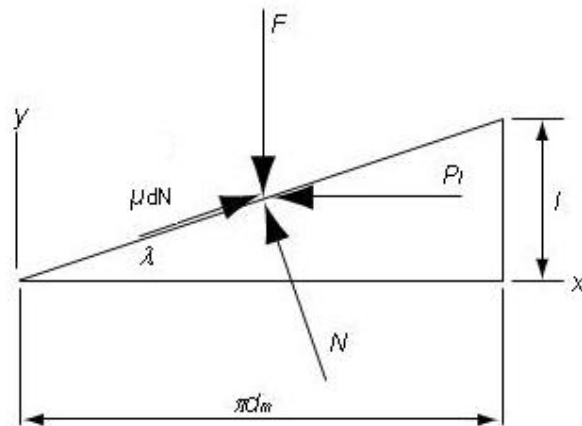
در صورتیکه معادلات تعادل را برای نیروهای اعمالی بر روی یک رزوه بنویسیم رابطه P و F به شکل زیر می شود

که از آنها تَرک لازم برای بالا بردن به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{cases} P = \frac{F(\sin \lambda + \mu \cos \lambda)}{(\cos \lambda - \mu \sin \lambda)} = \frac{F(\frac{l}{\pi d_m} + \mu)}{1 - (\mu \cdot \frac{l}{\pi d_m})} \rightarrow T = \frac{Fd_m}{2} \left(\frac{l + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu l} \right) \\ T = \frac{Pd_m}{2} \end{cases}$$

ب) تَرک پایین آمدن (T_{lower}):

آنالیز نیرویی پایین آمدن فقط در جهت نیروی اصطکاک و تَرک با شکل قبلی تفاوت دارد.



جهت عکس گشتاور با عوض شدن جهت P مشخص می شود.

بنابراین برای تَرک لازم جهت پایین آوردن هم داریم:

$$\begin{cases} P = \frac{F(\mu \cos \lambda - \sin \lambda)}{\cos \lambda + \mu \sin \lambda} = \frac{F(\mu - l/\pi d_m)}{1 + (\mu \cdot l/\pi d_m)} \rightarrow T = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{\pi \mu d_m - l}{\pi d_m + \mu l} \right) \\ T = \frac{P d_m}{2} \end{cases}$$

معادله فوق گشتاور یا تَرکی را که باید اعمال کنیم تا بر نیروی مالشی غلبه تا بار پایین آید می دهد.

در برخی موارد ممکن است که بزرگ بودن بار یا کم بودن مالش، سبب شود بار خودش پایین بیاید و پیچ بدون هر گونه زور خارجی بچرخد.

در چنین مواردی، گشتاور بدست آمده از معادله فوق یا منفی و یا صفر بوده است.

• تذکر بسیار مهم:

تَرک حتماً باید از صفر بزرگتر باشد. $T > 0$

اگر تَرک منفی شود شرط خود قفل کنی زیر سؤال می رود مگر اینکه بوش داشته باشیم و اصطکاک آن بتواند

کمک به مثبت کردن قفل کند. چون در این حالت داریم:

$$T_{rise} \text{ or } T_{lower} + T_{bush} > 0$$

$$T_{bush} = T_c = \frac{F(\mu_c \times d_c)}{2}$$

بنابراین در طراحی ما بایستی λ را طوری بگیریم که حتماً از θ کوچکتر باشد این شرط را شرط خود قفل کنی گویند.

(در ساخت پیچ انتقال قدرت طراحی پیچ باید به گونه ای باشد که $\theta > \lambda$ باشد.) و به طور کلی برای شرایط خود

قفل کنی داریم:

$$\begin{cases} T > 0 \rightarrow \mu - \frac{l}{\pi d_m} > 0 \rightarrow \mu > \frac{l}{\pi d_m} \rightarrow \mu > \tan \lambda \\ \tan \theta > \tan \lambda \end{cases} \rightarrow \theta > \lambda$$

می توان عبارت ساده ای برای بازده پیچ های انتقال قدرت بدست آورد در صورتیکه نیروی اصطکاک قابل صرف نظر باشد و تُرک T را فقط برای بالا بردن با محاسبه T در دو حالت زیر داریم:

الف) ضریب اصطکاک صفر باشد ← راندمان ۱۰۰٪ خواهد بود.

ب) اگر $\mu = 0$ باشد در این صورت $T_0 = \frac{Fl}{2\pi}$ خواهد بود بنابراین داریم:

$$\begin{cases} T_0 = \frac{Fl}{2\pi} \\ e = \frac{T_0}{T} \end{cases} \rightarrow e = \frac{Fl}{2\pi T}$$

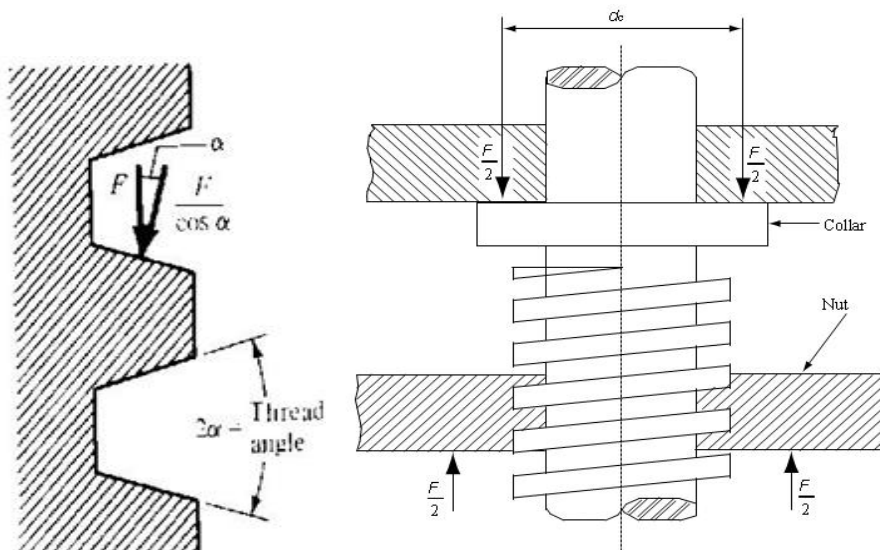
توجه داریم که در فرمول بالا T مربوط به تُرک بالا بر و F نیروی وارد شده و l طول جلوبر می باشد. روابطی که در فوق بدست آمد برای پیچ های با رزوه های مربعی می باشد. در صورتیکه رزوه ها آکم باشد، زاویه α دنده های پیچ بر روی روابط اثر می گذارد. در این صورت باید جمله مربوط به نیروی مالشی را بر $\cos \alpha$ تقسیم نمود.

نتیجه برای بالا بردن بار، یا سفت کردن پیچ یا مهره چنین می شود:

$$T = \frac{Fd_m}{2} \left(\frac{l + \pi d_m \sec \alpha}{\pi d_m - \mu l \sec \alpha} \right)$$

معادله فوق یک معادله تقریبی است چون اثر زاویه پیشرو در نظر گرفته نشده است.

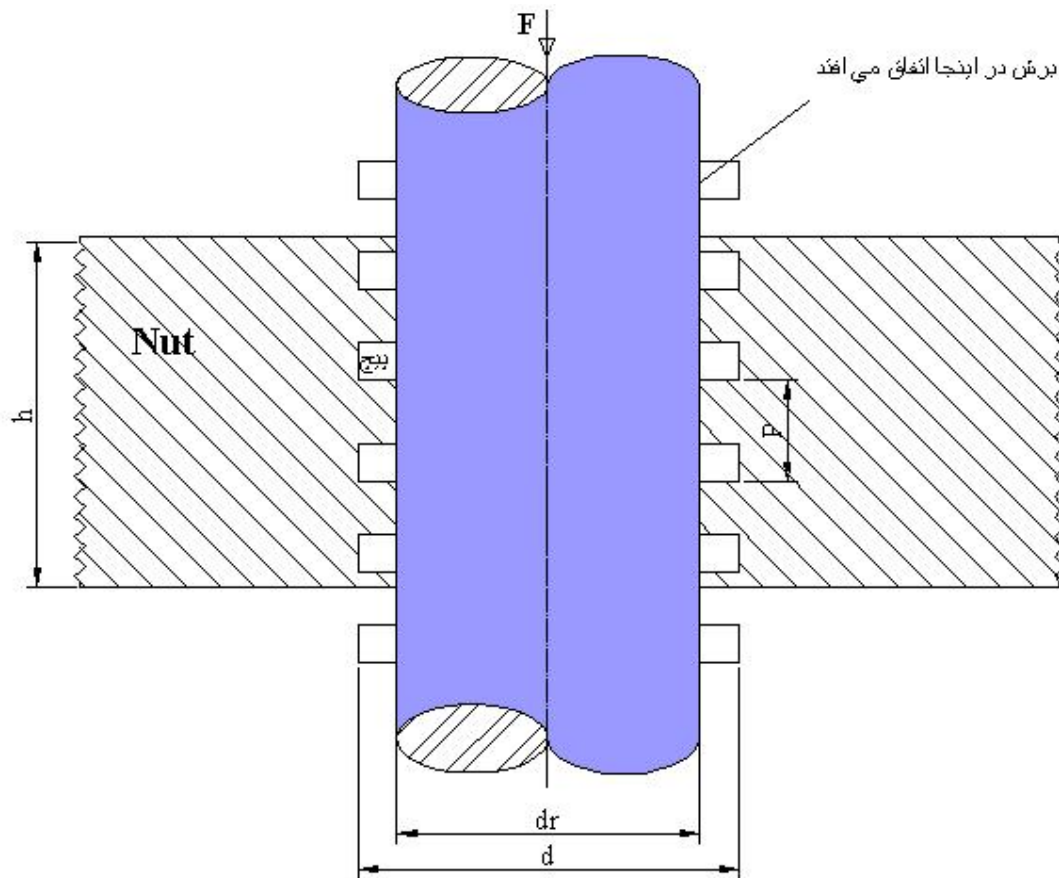
پیچ های قدرت رزوه مربعی بازده بیشتری نسبت به پیچ آکم دارند، زیرا پیچ های آکم به خاطر حالت گوه ای نیروی مالشی بیشتری دارند. اما به علت ماشینکاری آسان تر و امکان به کارگیری مهره دو نیمه که برای جبران سایش می توان آن را تنظیم کرد، پیچ رزوه آکم بر مربعی مزیت دارند. هنگامی که پیچ زیر بار محوری است، برای تحمل بار مؤلفه محوری بار، باید یک یاتاقان کفی یا یقه بین دو عضو دوران کننده و عضو ساکن به کار برد. (شکل زیر)



همانطور که قبلاً هم گفته شده است داریم:

$$T_{bush} = T_c = \frac{F(\mu_c \times d_c)}{2}$$

• تنش های رزوه:



تنش هایی که در این قسمت محاسبه می شوند تنش های اسمی می باشند ، کاربردی در عمل ندارند اما از آنها می توان برای محاسبه ارتفاع مهره (h) استفاده نمود.

در اینجا خاطر نشان می کنیم که پیچ ها معمولاً بر روی ساق خود می بُرند (d_r).

(۱) برای محاسبه تنش برشی برای پیچ داریم:

$$\begin{cases} A = \pi \times \frac{P}{2} \times d_r \times \frac{h}{p} \\ \tau = \frac{F}{A} \end{cases} \rightarrow \tau_{bolt} = \tau_b = \frac{2F}{\pi \times d_r \times h}$$

(۲) برای محاسبه تنش برشی در مهره هم داریم :

$$\tau_{Nut} = \tau_N = \frac{2F}{\pi \times d \times h}$$

تذکر : بر طبق فرمول های بدست آمده از فوق در می یابیم که تنش برشی Bolt بیشتر از تنش برشی Nut است ، لذا معمولاً جنس مهره را مقداری از پیچ ضعیفتر می گیرند.

• تنش لهیدگی :

می توان نیروی F را به صورت اثر لهیدگی نیز بر روی رزوه ها در نظر گرفت در این صورت خواهیم داشت :

$$\begin{cases} A = \frac{\pi}{4} (d^2 - d_r^2) \times \left(\frac{h}{p}\right) \\ \sigma = \frac{F}{A} \end{cases} \rightarrow \sigma = \frac{4F \times p}{\pi \times h \times (d^2 - d_r^2)}$$

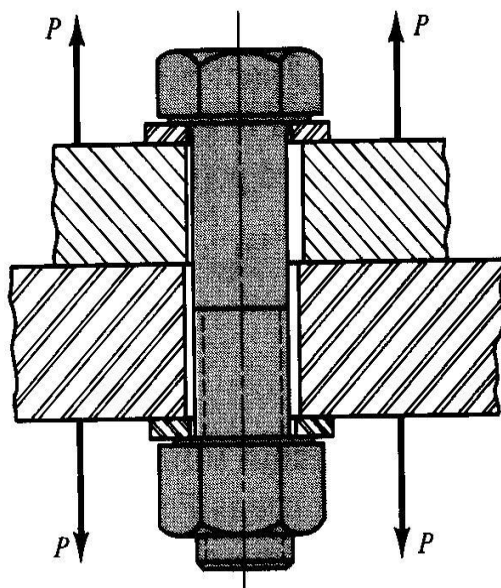
نکته طراحی :

(۱) از دو فرمول مربوط به τ و σ در فوق دو تا h را بدست می آوریم هر کدام که بزرگتر بود آنرا به عنوان h مهره استفاده می کنیم ، که در محاسبات فوق τ_b با تنش برشی مجاز مقایسه شده و σ با σ مجاز مقایسه شده و بدست می آید.

(۲) اگر پیچ استاندارد باشد به احتمال قریب به یقین بحران در برش می شود یعنی فرمول τ_b وضعیت بدتری را نشان خواهد داد.

• اتصال های پیچ و مهره ای تحت کشش :

یکی از کاربرد های پیچ و مهره اتصال قطعات به یکدیگر می باشند. در این مورد با پیچاندن مهره، پیچ کشیده می شود تا نیروی سفت نگه داشتن قطعات به یکدیگر ایجاد شود. این نیروی نگهدارنده را پیش کشش یا پیش بار پیچ بار پیچ می گویند. این نیرو پس از آن که مهره به خوبی سفت شد در اتصال باقی خواهد ماند چه بار کششی خارجی P به آن وارد شود یا نشود. (شکل زیر)



تذکر مهم :

در یک اتصال مقدار گیر برابر است با همه کلفتی ماده ای که گرفته و فشرده شده می شود. مثلاً در شکل فوق مقدار گیر برابر است با مجموع کلفتی دو عضو و دو پولک (واشر فلزی).

نکته تستی فوق لیسانس :

هر گاه اتصالی مورد نظر باشد که بتوانیم بدون روش های تخریبی آن را باز کرد و به حد کافی برای مقاومت در برابر بار های کششی و بار های برشی یا ترکیبی از این دو محکم باشد اتصال پیچ مهره ای ساده با استفاده از واشر سخت کاری شده راه حل خوبی است لیکن هنگامیکه بار های اصلی از نوع برشی باشند استفاده از پرچ پیشنهاد می شود چون پرچ ها سوراخ ها یشان پُر است و به توزیع یکنواخت بار ها در پین پرچ های نگه دارنده کمک می کنند.

همانگونه که در شکل فوق می بینید در اتصالات پیچ و مهره ای بین پیچ و سوراخ لقی وجود دارد.

شکل زیر رسمی از مشخصه های نیرو-خیز است و نشان می دهد که چه اتفاقی می افتد .

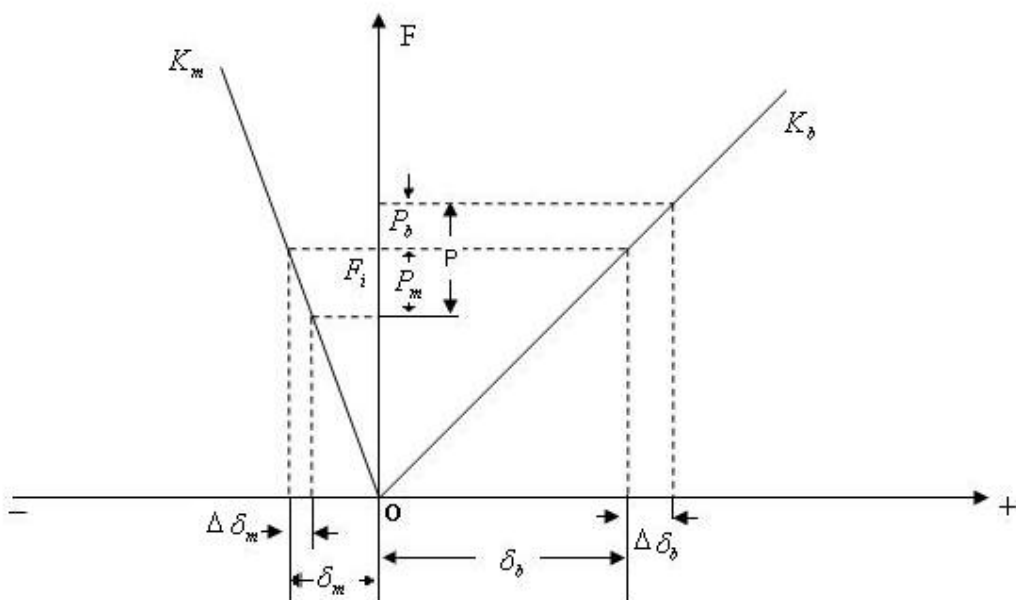
خط K_m سفتی عضو ها است؛ هر نیرویی مانند پیش بار F_i ، تغییر شکل فشاری δ_m را در عضو ها ایجاد خواهد کرد.

همان نیرو تغییر شکل کششی δ_b را در پیچ و مهره سبب خواهد شد.

هنگامیکه بار خارجی اعمال می شود، δ_m به اندازه $\Delta\delta_m$ کاهش و δ_b به همان مقدار افزایش می یابد،

$$\Delta\delta_b = \Delta\delta_m$$

بنابراین بار بر پیچ مهره افزایش و بار وارد بر عضو ها کاهش می یابد.



P : کل بار خارجی.

F_b : کل نیرو وارده بر پیچ.

F_m : کل نیرو وارده بر اعضا.

P_b : سهمی از بار که توسط پیچ تحمل می شود.

P_m : سهمی از بار که توسط اجزا تحمل می شود.

δ_b : تغییر (اضافه) طول پیچ بر اثر پیش بار.

δ_m : تغییر (اضافه) طول اعضا بر اثر پیش بار.

F_i : پیش بار بر روی پیچ.

$\Delta\delta_b$: تغییر طول پیچ بر اثر P_b .

$\Delta\delta_m$: تغییر طول اعضا بر اثر P_m .

K_b : سختی پیچ

K_m : سختی اجزا.

ابتدا با سفت کردن مهره یک پیش بار F_i ایجاد کرده ایم. حال به بررسی اثر وارد شدن بار کششی خارجی P به این اتصال می پردازیم. بخشی از نیروی P را پیچ تحمل می کند که آن را P_b یا (P_{Bolt}) نامیده و بقیه آن را اعضا تحمل می کنند و P_m یا (P_{member}) نامیده می شود.

با توجه به اینکه پیش بار F_i در پیچ کششی است؛ برای برآیند بار وارد شده به پیچ خواهیم داشت:

$$F_b = P_b + F_i$$

همچنین با توجه به اینکه پیش بار F_i در اعضا فشاری است؛ برای برآیند بار وارد شده به اعضا خواهیم داشت:

$$F_m = P_m - F_i$$

با توجه به برابر بودن تغییر شکل اعضاء و پیچ داریم:

$$\begin{cases} \delta_b = \frac{F_i}{K_b} \\ \Delta \delta_b = \Delta \delta_m \end{cases} \rightarrow \frac{P_b}{K_b} = \frac{P_m}{K_m}$$

همچنین خواهیم داریم $P = P_b + P_m$ بنابراین داریم:

$$P_b = \frac{K_b P}{K_b + K_m} \quad \text{و} \quad P_m = \frac{K_m P}{K_b + K_m}$$

و نهایتاً خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_b = P_b + F_i = \frac{K_b P}{K_b + K_m} + F_i = CP + F_i \\ F_m = P_m + F_i = \frac{K_m P}{K_b + K_m} - F_i = (1 - C)P + F_i \end{cases}$$

که $C = \frac{K_b}{K_b + K_m}$ می باشد.

تذکرات مهم:

- (۱) δ_m حتماً باید منفی باشد (اجزاء باید به گونه ای گیر باشند که منفی باشد).
- (۲) P نباید از حد مجاز بالاتر رود که δ_m را مثبت کند؛ چون اگر δ_m مثبت شود اجزاء از هم جدا خواهند شد.
- (۳) آنچه مهم است F_i است که این دو قید زیر را دارد:
 - (a) F_m حتماً باید منفی باشد یعنی اعضاء از هم جدا نشود.
 - (b) F_b هم باید مثبت باشد.

ما بایستی K_b و K_m را محاسبه کنیم، محاسبه K_b ساده تر است اما محاسبه K_m کمی کار می برد. محاسبه سختی:

الف) محاسبه سختی پیچ (K_b):

$$\begin{cases} \delta = \frac{T.l}{AE} \rightarrow \frac{T}{\delta} = \frac{AE}{l} \\ A = \frac{\pi d^2}{4} \end{cases} \rightarrow K_b = \frac{AE}{l}$$

ب) محاسبه سختی اجزاء (K_m):

در صورتیکه گیره پیچ و مهره بیش از دو عضو را شامل شود در این صورت عضو به صورت فنر های فشاری سری عمل می کند و می توانیم برای n جزء بنویسیم:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n}$$

تذکر بسیار مهم : امکان دارد یکی از اجزاء واشر نرمی باشد در این صورت سختی آن نسبت سایر عضو ها

کوچک است لذا $\frac{1}{K_{gasket}}$ عدد بزرگی می شود و در این صورت می توانیم بنویسیم :

$$K_m = K_g$$

البته امکان دارد که واشرهایی نیز وجود داشته باشد که سختی های آن ها زیاد باشد و دقیقاً مانند یک عضو وارد محاسبات شوند.

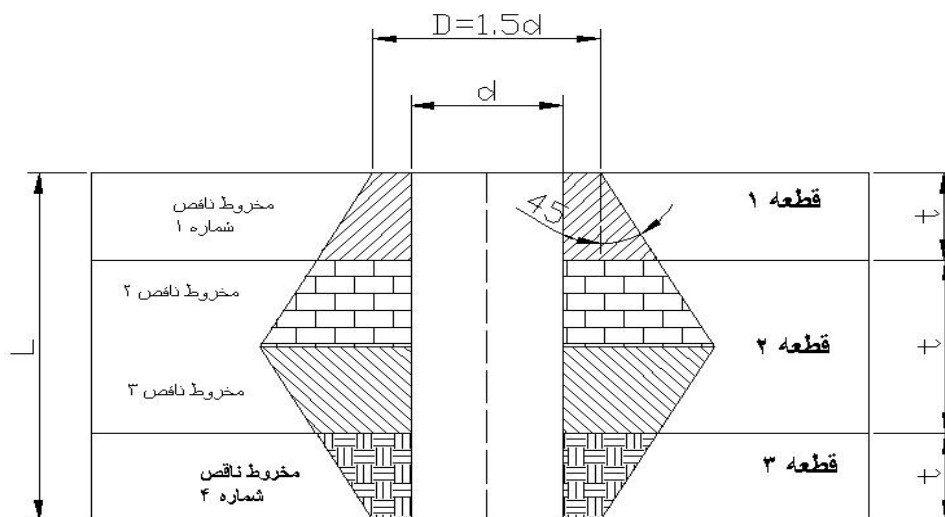
• متد های محاسبه K_m :

دو روش عمده برای محاسبه K_m مورد استفاده قرار می گیرد :

۱. روش استوانه فشار که فشار توزیع شده بین اجزاء را به صورت یک استوانه به قطر داخلی d و قطر

خارجی $3d$ در نظر می گیریم ؛ این روش منسوخ و دیگر مورد استفاده قرار نمی گیرد.

۲. روش دوم بر اساس توزیع فشار مخروطی می باشد که به شکل زیر ارائه گردیده و از آن استفاده می کنیم.



رسم مخروط های فشار جهت محاسبه K_m

$$K_m = \frac{\pi \times E \times d \times \tan(\alpha)}{\ln \left[\frac{(2t + D - d)(D + d)}{(2t + D + d)(D - d)} \right]}$$

این مخروط ها با زاویه 45° درجه ($\alpha = 45^\circ$) از محل $D = 1.5d$ که روی شکل مشخص است ترسیم می شود یکی از عضو بالایی و دیگری از عضو پایینی.

$$K_m = \frac{\pi \times E \times d}{\ln \left[\frac{(2t + D - d)(D + d)}{(2t + D + d)(D - d)} \right]}$$

برای شکل فوق باید ۴ بار از فرمول K_m استفاده کنیم. (برای هر مخروط یک بار از این فرمول استفاده می کنیم).

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k'_2} + \frac{1}{k''_2} + \frac{1}{k_3}$$

اگر حالتی را در نظر بگیریم که تنها دو عضو با مدول الاستیسیته و ضخامت یکسان داشته باشیم و طول گیر را $l = 2t$ بگیریم و قطر سطح نشیمن سر پیچ را $D = 1.5d$ بگیریم، نهایتاً خواهیم داشت:

$$K_m = \frac{\pi E d}{2 \ln \left(5 \frac{l + 0.5d}{l + 0.5d} \right)}$$

نکته:

در صورتیکه از واشر استفاده نمودیم D قطر واشر می شود در این صورت K_m از رابطه بالا بدست می آید. با مشخص شدن K_m اکنون می توانیم سهم هر کدام از پیچ و اعضاء را در گرفتن نیروی p محاسبه نمائیم:

$$\frac{P_b}{K_b} = \frac{P_m}{K_m}$$

• ترک مورد نیاز برای سفت کردن پیچ و مهره ها جهت ایجاد پیش بار F_i :

فرمولی که در زیر ذکر می کنیم یک فرمول کاربردی است و در صنعت هم به ما کمک خواهد کرد، به طوریکه خواهیم داشت:

$$(Tightening\ torque) T = k F_i d \begin{cases} K = 0.2 \\ K = 0.15 \end{cases}$$

برای مهره معمولی ۰,۲ و برای مهره آبکاری شده برابر ۰,۱۵ است.

مثالی در صنعت:

در فولاد مبارکه اصفهان چرخنده دو تیکه بزرگی بوده است که برای بستن آندو به نیاز به پیچ و مهره بوده است اما فردی که این پیچ ها را روی کار می بسته با این معضل روبرو بوده که این پیچ ها هر روز شل می شدند، شما به عنوان یک مهندس مکانیک چه پیشنهادی برای بستن این پیچ دارید؟

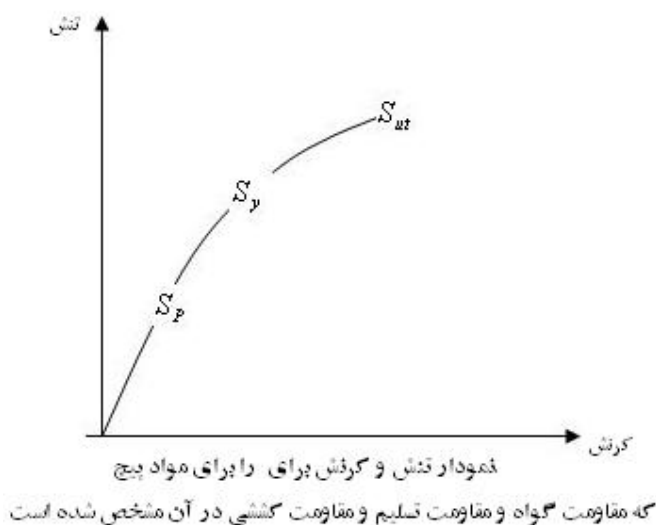
جواب: ابتدا ترک لازم برای بستن را از رابطه بالا بدست می آوریم و با توجه به طول آجاری که شخص برای بستن پیچ ها در دست می گیرد نیروی لازم برای بستن پیچ بدست می آید فرض می کنیم این نیرو برابر $300N$ باشد، همانطور که واضح است این نیرو را شخص به طور عادی نمی تواند وارد کند برای اینکه پیچ سفت روی کار بسته شود یک راه حل این است که به روش آلمانها عمل کنیم یعنی پیچ را تا یک درجه حرارت مناسب در داخل روغن حرارت دهیم و سپس همانطور که داغ است روی کار ببندیم این کار باعث می شود تا بعد از سرد شدن پیچ فیت کار شود؛ حال سوال اینجا است که چرا از روغن استفاده کنیم؛ جواب این است که توزیع حرارت روی پیچ با یکنواختی بیشتر صورت می گیرد.

برای تغییرات طول پیچ در حین حرارت هم می توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$\delta = l\alpha\Delta T \rightarrow \delta = \frac{pl}{EA}$$

• استحکام گواه یا گواه (S_p):

همانطور که از شکل زیر واضح است حد تناسب و نقطه تسلیم روی هم نیست.



در طراحی پیچ ها به علت حساسیتی که وجود دارد از S_p (Proof stress) به جای S_y استفاده می شود که از لحاظ مقداری از S_y کوچکتر است شکل فوق یک نمونه نمودار تنش و کرنش برای مواد پیچ را نشان می دهد. نقطه S_p نقطه شروع غیرخطی شدن منحنی تنش و کرنش می باشد که قبل از نقطه سیلان اتفاق می افتد. در حالت کلی S_p را به صورت $S_p = 0.85S_y$ در نظر گرفت.

تعریف بار گواه چیست؟

بار گواه یک پیچ و مهره ماکزیمم نیرویی است که به آن پیچ و مهره اعمال می شود بدون آنکه در آن تغییر شکل دائمی به وجود آورد.

تعریف استحکام گواه چیست؟

استحکام گواه یا S_p (Proof stress) مقدار حدی تنش است که با استفاده از بار گواه و سطح تحت تنش

$$S_p = \frac{F_p}{A_t} \text{ کششی تعیین می شود یعنی}$$

• پیش بار استاتیکی (F_i):

همانطور که از روابط قبل بدست آمد، نیروی وارد شده بر پیچ برای بار استاتیکی P برابر است با:

$$F_b = CP + F_i$$

که C را ثابت اتصال نامیده و به صورت $C = \frac{K_b}{K_b + K_m}$ تعریف شد.

F_i را در سه حالت یا به عبارت دیگر با سه شرط در استفاده از فرمول های بالا می توان بدست آورد:

(۱) بیشترین حد (۲) کمترین حد (۳) رابطه تجربی

حالت اول : بیشترین حد:

پیچ وارد فاز پلاستیک نشود یا به عبارت بهتر نبرد؛ که در این حالت خواهیم داشت:

$$F_b = CP + F_i \xrightarrow{\div A_t} \frac{F_b}{A_t} = \frac{CP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

توجه داریم که ترم دوم طرف راست معادله فوق یعنی $\frac{F_i}{A_t}$ از جنس تنش است و تنش ماکزیمم می تواند S_p باشد؛

بنابراین S_p به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_p = \frac{CP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

حال اگر بخواهیم ضریب ایمنی را وارد فرمول بالا کنیم باید این ضریب را کجا وارد کنیم؟

تذکر بسیار مهم:

ضریب ایمنی خوب ضریب ایمنی است که نیرو را چند برابر کند.

با توجه به تذکر فوق می توانیم ضریب ایمنی n را در فرمول S_p در کنار نیروی P وارد کنیم.

$$S_p = \frac{C \times nP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

مجهول این فرمول F_i است؛ پس خواهیم داشت:

$$F_i = A_t S_p - CnP$$

بنابراین برای حد بالایی که پیچ نبرد پیش بار استاتیکی به صورت زیر است:

$$(F_i)_I = A_t S_p - CnP$$

حالت دوم: کمترین حد:

$$F_i > 0 \rightarrow -F_i + (1-C)P < 0 \rightarrow F_i > (1-C)nP$$

بنابراین برای حد پایینی پیش بار استاتیکی به صورت زیر است:

$$(F_i)_{II} = (1-C)nP$$

تذکر بسیار مهم:

تا اینجا کار باید F_i ای را انتخاب کنیم که بین حد بالایی و پایینی باشد یعنی خواهیم داشت:

$$(F_i)_{II} < (F_i) < (F_i)_I$$

تذکر:

دلیلی ندارد که دریک سیستم تنها از یک پیچ و مهره استفاده شود بلکه در صورتیکه سیستم مورد نظر ما تحت بار

خارجی P قرار گیرد اما N پیچ و مهره داشته باشیم مسلماً سهم هر یک از پیچ ها $\frac{P}{N}$ می شود.

بنابراین فرمول فوق به صورت زیر در می آید:

$$\text{For } N \text{ bolt \& nut} \rightarrow \begin{cases} F_i)_I = A_t S_p - Cn\left(\frac{P}{N}\right) \\ F_i)_{II} = (1 - C)n\left(\frac{P}{N}\right) \end{cases}$$

حالت سوم: رابطه تجربی:

آزمایش های زیادی انجام شده است و پیش بار های زیر در بار گذاری استاتیکی و خستگی توصیه می شود:

$$F_i)_{III} = \begin{cases} 0.75F_p \\ 0.9F_p \end{cases}$$

$0.75F_p$ برای اتصالات باز و بسته شونده.

$0.9F_p$ برای اتصالات دائمی؛ که یکبار از آن استفاده کنیم و باز بسته کردن آن مهم نباشد.

نتیجه کلی:

با بررسی سه حالت F_i انتخابی به صورت زیر می باشد:

$$F_i)_I < F_i < F_i)_{II} < F_i)_{III}$$

یا

$$F_i)_I < F_i < F_i)_{III} < F_i)_{II}$$

گرید پیچ (Bolt grade):

عددی در انتهای پیچ ها نوشته شده است که گرید پیچ را مشخص می کند و در صورتیکه در جدول نتوانیم S_{ut}, S_y, S_p را تعیین کنیم از گرید پیچ می توانیم این مقادیر را تعیین کنیم؛ به عنوان مثال فرض می کنیم که گرید پیچ ۶.۸ است:

عدد ۶.۸ در جدول ۴-۸ صفحه ۳۳۹ کتاب شینگلی نیست که ما با توجه به قطر اسمس برای آن بتوانیم S_{ut}, S_y, S_p را تعیین نمائیم لذا برای حل این معضل از گرید داده شده به صورت زیر استفاده می کنیم و مجهولات لازم را محاسبه می کنیم:

$$\text{Example(1): } 6.8 \begin{cases} S_{ut} = \text{primary Number} \times 100 = 6 \times 100 = 600 \text{MPa} \\ S_y = \text{secondary Number} \times S_{ut} = 0.8 \times 600 = 480 \text{MPa} \\ S_p = 0.85 S_y \end{cases}$$

$$\text{Example(2): } 5.6 \begin{cases} S_{ut} = 5 \times 100 = 500 \text{MPa} \\ S_y = 0.6 \times 500 = 300 \text{MPa} \\ S_p = 0.85 S_y = 0.85 \times 300 = 255 \text{MPa} \end{cases}$$

نکته: پیچ و مهره های مرغوب را تا گستره پلاستیک نیز می توان بار گذاری کرد، البته بایستی دقت کرد که در موقع سفت کردن پیچ و مهره اصطکاکی بین کلاه پیچ و مهره و خود مهره هنگامیکه با قطعات در تماس می باشند به وجود می آید وقتی که ما پیچ را سفت کردیم و آچار را برداشتیم پیچ برداشته می شود و تنش هایی که نزدیک به حد پلاستیک شده بودند بر می گردند.

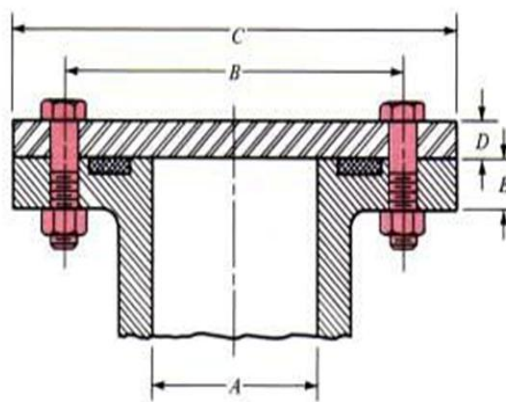
اگر قرار باشد پیچی بُرَد همان لحظه اول که می خواهید سفت کنید می برد و اگر بعد ها برید به احتمال ۹۰٪ نوع بارگذاری مورد نظر عوض شده است.

مثال:

در شکل زیر اتصال یک درپوش به مخزن تحت فشاری با استفاده از پیچ مهره M_{20} گرید ۵،۸ نشان داده شده است اندازه ها بر حسب mm به قرار زیر هستند.

$$A=100\text{ mm}, B=200\text{ mm}, C=300\text{ mm}, D=20\text{ mm}, E=25\text{ mm}$$

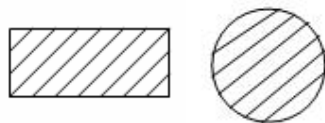
از مخزن برای ذخیره گاز با فشار استاتیکی ۶MPa استفاده می شود؛ با ضریب ایمنی ۳ چه تعداد پیچ و مهره برای این اتصال پیشنهاد می کنید؟ (به عنوان تکلیف در منزل به جای M_{20} با M_{12} مسئله را حل کنید).



حل:

قبل از حل این مسئله توجه شما را به نکات زیر جلب می کند:

۱) اگر مخزن در گریس بود حتماً جنس اورینگ باید سیلیکون دار باشد.



مقاطع دایره ای را اُورینگ (Oring) و مقاطع مستطیلی را پَکینگ (Packing) گویند.

این مسئله یک مسئله چَک طرح می باشد حال اگر همین مسئله را به شما بدهند و صحبتی در مورد هیچ یک از پارامترهای داده شده در مسئله نباشد و بخواهند که طراحی انجام دهید چه باید بکنید؟

ج) در صورتیکه در مسئله واقعی از ما تعداد پیچ و اندازه پیچ را هم خواستند در آن صورت از آنجائیکه در یک طراحی واقعی قطر پیچ مشخص نیست قادر به محاسبه K_b , K_m و در نهایت C نخواهیم بود لذا در قدم اول یک طراحی واقعی بایستی یک مقدار برای C فرض کنیم؛ مسئله را حل نمائیم و بعد C را دقیق می کنیم.

۱. در صورتیکه **اتصال بدون واشر** باشد فرض می کنیم:

$$0.2 < C < 0.3$$

$$0.2 < C < 0.4$$

۲. در صورتیکه **اتصال واشر دار** باشد (اگر واشر نرم هم باشد خودش K_m می گیرد) فرض می کنیم:

$$0.75 < C < 0.85$$

حال با توجه به صورت سوال و نکات فوق به حل این مسأله می پردازیم:

$$P_i = \frac{P}{A} \rightarrow P = P_i \times A = 6 \times \frac{\pi}{4} \times (100^2) \rightarrow P = 47.124 \text{ KN}$$

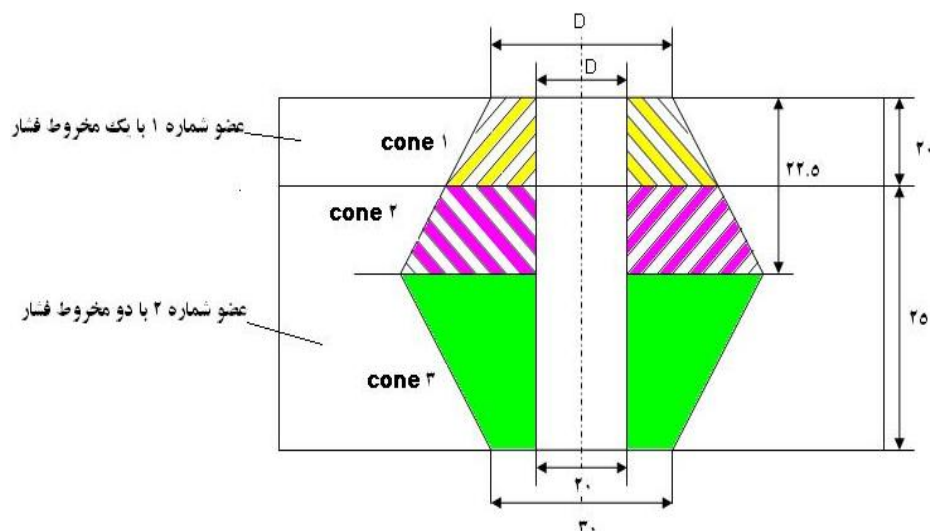
$$\text{grade 5.8} \xrightarrow{\text{table page 339}} \begin{cases} S_{ut} = 520 \text{ MPa} \\ S_y = 395 \text{ MPa} \\ S_p = 380 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$M_{20} \xrightarrow{\text{table 1-8}} A_t = 245 \text{ mm}^2$$

$$K_b = \frac{\pi d^2 E}{4l} = \frac{(\pi)(20^2)(207 \times 10^3)}{(4)(45)} = 1.445 \times 10^6 \text{ N/mm}$$

وقتی فولاد داریم $200 < E < 210$ خواهد بود.

برای محاسبه k_m همانطور که قبلاً بررسی شد باید مخروط های فشار (pressure cone) را رسم کنیم؛ لذا خواهیم داشت:



$$\begin{aligned} \text{cone (1)} &\rightarrow \begin{cases} D = 30\text{mm} \\ d = 20\text{mm} \\ t = 20\text{mm} \end{cases} \\ \text{cone (2)} &\rightarrow \begin{cases} D = 30 + 2 \times 20(\tan 45^\circ) = 70\text{mm} \\ d = 20\text{mm} \\ t = 2.5\text{mm} \end{cases} \\ \text{cone (3)} &\rightarrow \begin{cases} D = 30\text{mm} \\ d = 20\text{mm} \\ t = 22.5\text{mm} \end{cases} \end{aligned}$$

d همیشه ثابت است.

اگر جنس اعضا ۱ و ۲ به گونه ای باشد که $E_1 = E_2 = 79\text{GPa}$ باشد در این صورت برای K_m خواهیم داشت .

$$K_{m1} = 4.859 \times 10^6 \text{ N/mm}$$

$$K'_{m2} = 1.204 \times 10^6 \text{ N/mm} \rightarrow \frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m1}} + \frac{1}{K'_{m2}} + \frac{1}{K''_{m2}} \rightarrow K_m = 2.345 \times 10^6 \text{ N/mm}$$

$$K''_{m2} = 4.67 \times 10^6 \text{ N/mm}$$

$$C = \frac{K_b}{K_m + K_b} = 0.382$$

خاطر نشان می شود که اگر مسئله طراحی هم بود C دقیق به این عدد نزدیک بود.

$$F_i)_I = A_t S_p - \frac{CnP}{N} = 0.75 A_t S_p$$

$$A_t S_p - \frac{CnP}{N} = (0.75)(245)(380)$$

$$A_t S_p - \frac{CnP}{N} = 69.825\text{KN}$$

$$(245)(380) - \frac{(0.382)(3)(47.124)(10^3)}{N} = 69.825\text{KN} \rightarrow N = 2.32$$

تذکر بسیار مهم :

توجه داریم که این N ، $N_{\max}$ است و شما نبایستی آنرا به عدد بزرگتر از ۲,۳۲ گرد کنید بلکه باید به عدد کوچکتر

آن گرد کنیم پس داریم :

$$N = 2$$

در واقع اگر ۲,۳۲ را به ۳ گرد کرده بودیم F_i را زیاد می کردیم و از حد بالایی مقدار F_i هم بیشتر می شود. و این

اشتباه خواهد بود.

حال به سراغ محاسبه $(F_i)_{II}$ می رویم؛ لذا برای این منظور خواهیم داشت:

$$(F_i)_{II} = \frac{(1-C)nP}{N} = \frac{(1-0.382)(3)(47.124 \times 10^3)}{2} = 43.684 \text{ KN}$$

با توجه به اینکه مقدار N را کم کردیم لذا بایستی $(F_i)_I$ را مجدداً محاسبه کنیم

$$(F_i)_I = A_t S_p - \frac{CnP}{N} = (245)(380) - \frac{(0.382)(3)(47.124)(10^3)}{N=2} = 66.1 \text{ KN}$$

$$43.68 < F_i < 66.1$$

محدوده F_i تعیین شده است حال بایستی F_i را برابر چند بگیریم؟

جواب: F_i را باید عددی بین بازه فوق بگیریم.

$$\text{if } F_i = 50 \text{ KN} \rightarrow (F_i)_I = 50 \times 10^3 = (245)(380) - \frac{(0.382)(n_b)(47.124)(10^3)}{N=2} \rightarrow n_b = 4.8 > 3 \rightarrow \text{ok}$$

$$\text{if } F_i = 50 \text{ KN} \rightarrow \text{of } (F_i)_{II} \rightarrow n_c = 3.4 > 3 \rightarrow \text{ok}$$

در کتاب شیگلی به این نکته توجه نمی شود که n_c, n_b دو ضریب ایمنی هستند و در این راستا بایستی هر دوی اینها ارضاء شوند. بنابراین زمانیکه ضرایب ایمنی را به صورت فوق داریم به این نتیجه می رسیم که طراحی با ۲ پیچ و مهره جواب می دهد و پیش بار پیشنهادی برای سفت کردن پیچ ها را می توان 50 KN قرار داد. چرا که از پیش بار max یعنی 66.1 کمتر و از پیش بار 43.68 min بیشتر است.

• بار گذاری خستگی:

در بار گذاری خستگی ما فقط به دنبال $(F_i)_I$ جدید هستیم؛ زیرا $(F_i)_{II}$ مربوط به اعضاء و $(F_i)_{III}$ نیز یک رابطه تجربی است، آنچه مسلم است معیار تسلیمی که برای یک پیچ استفاده می شود و بایستی برای طراحی از یکی از معیار های خستگی استفاده کنیم، لذا در قدم اول بایستی S_e حساب شود.

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'_e$$

از آنجائیکه بر روی ساق پیچ نیروی کششی وجود دارد S'_e از فرمول فورد محاسبه می شود:

$$S'_e = [0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{ut}] S_{ut}, K_b = 1$$

برای K_c, K_d, K_f مثل قبل عمل خواهیم کرد.

برای محاسبه K_a و K_e چه کنیم؟

برای K_e داریم $K_e = \frac{1}{K_f}$ که K_f به صورت زیر قابل محاسبه است:

Grade	رزوه نورد شده	رزوه تراشیده شده	قوس
۳, ۶-۵, ۸	$K_f = 2.2$	$K_f = 2.8$	۲, ۱
۶, ۶-۱۰, ۹	$K_f = 3$	$K_f = 3.8$	۲, ۳

K_a را برابر ۱ می گیریم؛ زیرا در جدول بالا خودشان نوع فرایند تولید را هم مشخص کرده اند؛ بنابراین S_e را می توانیم بدست آوریم.

• محاسبه پیش بار در بار گذاری خستگی :

الف) بار P بین MAX-0 تغییر کند. $0 \leq P \leq P_{MAX}$

ب) بار P بین Min-MAX تغییر کند. $P_{Min} \leq P \leq P_{Max}$

بررسی حالت ب بر عهده دانشجو در منزل می باشد.

الف)

$$F_b = F_i + CP \rightarrow \begin{cases} (F_b)_{Max} = F_i + CP_{Max} \\ (F_b)_{Min} = F_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} (F_b)_m = \frac{(F_b)_{Max} + (F_b)_{Min}}{2} = F_i + \frac{C}{2} P_{max} \rightarrow \sigma_{bm} = \frac{F_{bm}}{A_t} = \frac{F_i}{A_t} + \frac{CP_{max}}{2A_t \times N} \\ (F_b)_a = \frac{(F_b)_{Max} - (F_b)_{Min}}{2} = \frac{C}{2} \times P_{max} \rightarrow \sigma_{ba} = \frac{C}{2A_t \times N} P_{max} \end{cases}$$

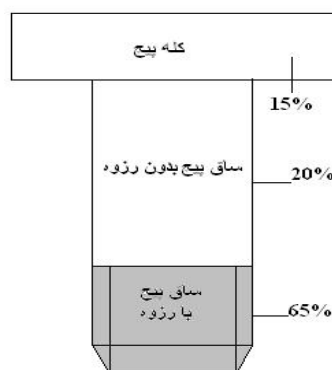
در فرمول فوق N مربوط به تعداد پیچ خواهد بود.

معیاری که استفاده می کنیم معیار گود من خواهد بود :

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \rightarrow F_i = A_t S_{ut} - \frac{C \times n \times P}{2N} \left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1 \right) \rightarrow (F_i)_I = A_t S_{ut} - \frac{C \times n \times P}{2N} \left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1 \right)$$

$$(F_i)_I = A_t S_{ut} - \frac{C \times n \times P}{2N} \left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1 \right) \text{ جدیدی است که در خستگی از آن استفاده خواهیم کرد.}$$

نکته : به طور عَرَف چیزی حدود ۱۵٪ از پیچ ها در قوس ، ۲۰٪ قبل از شروع رزوه و ۶۵٪ در محل بستن مهره به رزوه پیچ می شکند.



• اتصال های واشر دار:

(۱) در صورتیکه واشر مخفی داشته باشیم از همان روابط قبلی یعنی :

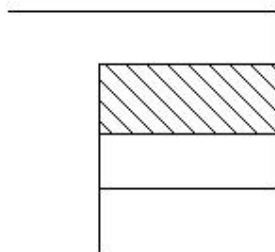
$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m1}} + \frac{1}{K_{m2}} + \frac{1}{K_{m3}} + \dots + \frac{1}{K_{mn}}$$

استفاده خواهیم کرد.

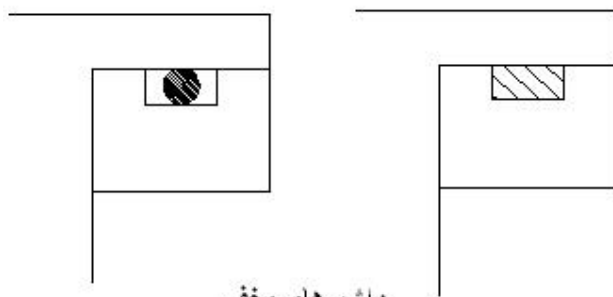
(۲) اما اگر واشر نمایان داشته باشیم (اگر از بیرون نگاه کنیم و واشر نمایان باشد آن را واشر نمایان گویند.) دو حالت به وجود می آید:

(۱) جنس واشر نمایان از مس-آزبست باشد در این صورت مانند قبل واشر به عنوان یک عضو بایستی در محاسبات وارد گردد زیرا این نوع واشر سختی قابل توجهی دارد.

(۲) اگر جنس واشر غیر از مس-آزبست باشد؛ در این حالت K_m برابر K_{gasket} خواهد بود؛ زیرا هر جنس به غیر از مس-آزبست سختی کوچکی در مقایسه با قطعات فلزی دارد.



واشر نمایان



واشر های مخفی

• چند نکته در طراحی :

$$A_g = \frac{\pi d_0^2}{4} - \frac{\pi d_i^2}{4} - N \frac{\pi d^2}{4} \quad 1.$$

هر واشر آب بندی نیاز به فشاری دارد که عمل آب بندی را به نحو احسن انجام دهد در صورتیکه فشار اعمال شده کمتر از این مقدار باشد عمل آب بندی به طور کامل صورت نمی گیرد، فرض کنید فشار آب بندی (P_0) باشد.

$$1) NF_i \geq A_g P_0$$

$$2) F_m \geq m A_g P$$

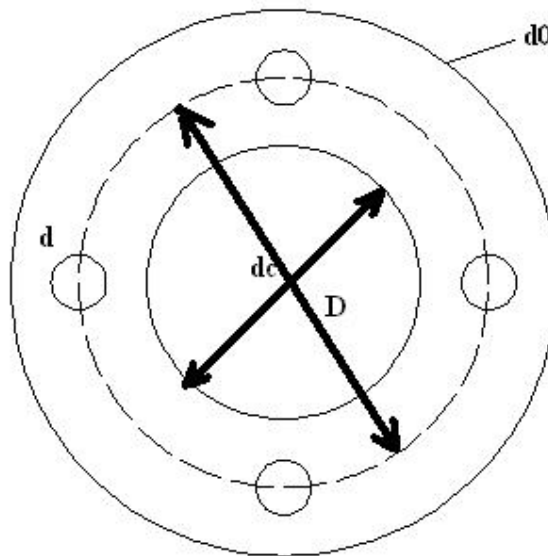
$$F_m = -F_i + (1-C)P \xrightarrow{\text{for } N \text{ Bolt}} F_m = (1-C)P_{\max} - NF_i$$

توجه داریم که در فرمول فوق $P_{\max}$ فشار است نه نیرو؛ فشاری که می خواهد دو قطعه را از هم جدا کند.

۲. در رابطه ۲ فوق m ضریب واشر می باشد و معمولاً مقادیری بین ۲ تا ۴ می تواند داشته باشد و دقیقاً همانند ضریب ایمنی عمل می کند. و A_g مربوط به مساحت واشر و P_0 مربوط به فشار آب بندی است.

۳. به جای استفاده از فرمول های بالا می توان از فرمولی موسوم به فرمول روسی به صورت زیر استفاده کنیم.

$$3 \leq \frac{\pi D}{Nd} \leq 6$$

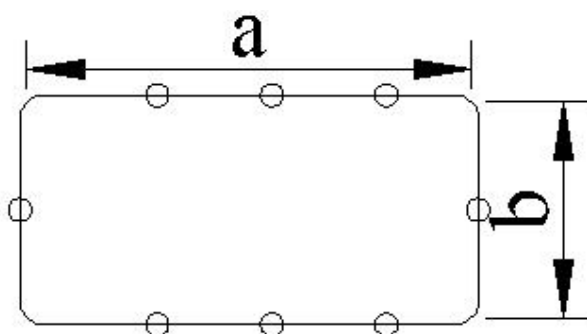


(a) در فرمول فوق D را قطر آچار خور و d را قطر اسمی می گویند.

(b) فرمولی کاربردی در صنعت است که مهندس را سریع به جواب می رساند به طوریکه اگر سوال شود آقای مهندس پیچی که روی سیستم بسته شده جواب می دهد یا نه، کافی است که مهندس برای جواب فرمول بالا را محاسبه کند و اگر بین محدوده ۳ و ۶ بود جواب می دهد.

(c) در صورتیکه به جای محیط دایره ای یک محیط مستطیلی داشتیم کافیست که تغییر زیر را در فرمول فوق

بدهیم:



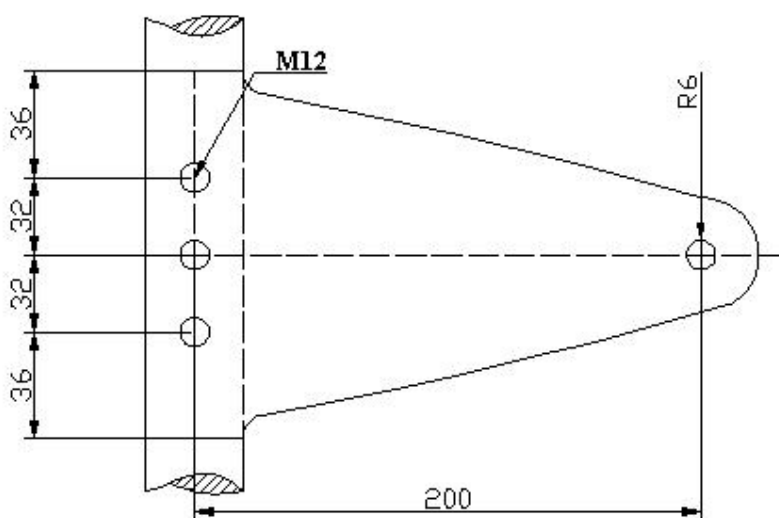
$$2(a+b) = \pi D$$

در صورتیکه $\frac{\pi D}{Nd}$ رعایت نگردد:

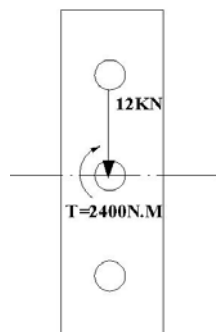
(۱) فشار لازم برای آب بندی را نمی توانیم ارضا کنیم

(۲) آنقدر پیچ ها به هم نزدیک خواهند شد که در بستن پیچ ها با مشکل مواجه خواهیم بود.

مثال (کل بار برشی وارد بر هر یک از سه پیچ و مهره نشان داده در شکل زیر را بیابید و تنش برشی و تنش تکیه گاهی پیچ و مهره اصلی را محاسبه کنید. گشتاور لختی ورق $\lambda \text{ mm}$ را روی مقطعی در امتداد سه سوراخ پیچ و مهره محاسبه کنید و تنش max تکیه گاهی در ورق را بدست آورید.

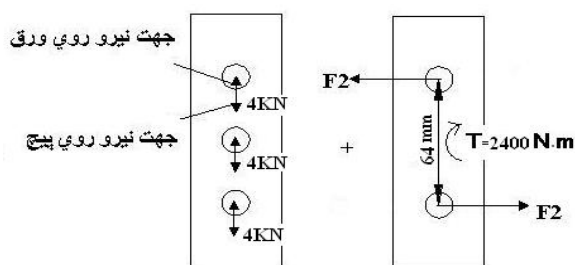


مرکز ثقل را پیدا می کنید و نیرو را به مرکز ثقل منتقل کنید. (این انتقال نیرو ایجاد کننده تَرک است نه ممان).



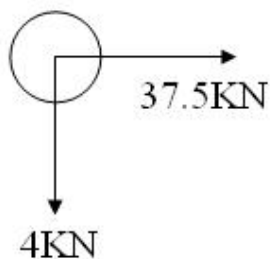
حال این ۱۲ kN نیرو را باید بین سه پیچ به مقدار مساوی تقسیم کنیم.

از طرفی در اثر انتقال نیرو به CG ورق یک کوپل ایجاد شده است که این کوپل هم باید خنثی شود لذا داریم:



$$F_2 = \frac{2400}{64 \times 10^{-3}} = 37.5 \text{ kN}$$

بنابراین اگر نیروی F_2 را با مقدار ۳۷,۵ kN در ۶۴ ضرب کنیم می توانیم ترک ۲۴۰۰ را خنثی کنیم.



$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{4^2 + 37.5^2} = 37.71 \text{ kN}$$

$$\tau_b = \frac{F}{A} = \frac{37.71 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(12^2)} = 333.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{F}{A} = \frac{F}{t.d} = \frac{37.71 \times 10^3}{8 \times 12} = 392.98 \text{ MPa}$$

توجه داریم که σ_b هم روی یاتاقان است و هم روی پیچ.

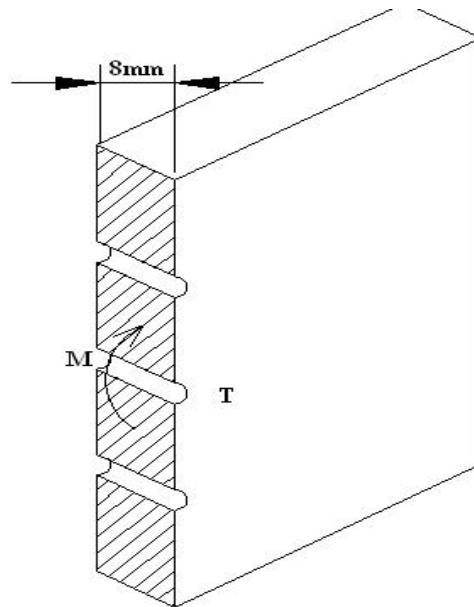
درست است که در سطح مقطع صفحه ما ترک داریم اما در ضخامت صفحه همین ترک تبدیل به ممان می شود؛
لذا داریم:

$$I = I_{sheet} - 3I_{holes} + (2d^2 A)$$

$$I = \left(\frac{bh^3}{12} \right) - \left(3 \times \frac{b'h'^3}{12} \right) - (2Ad^2)$$

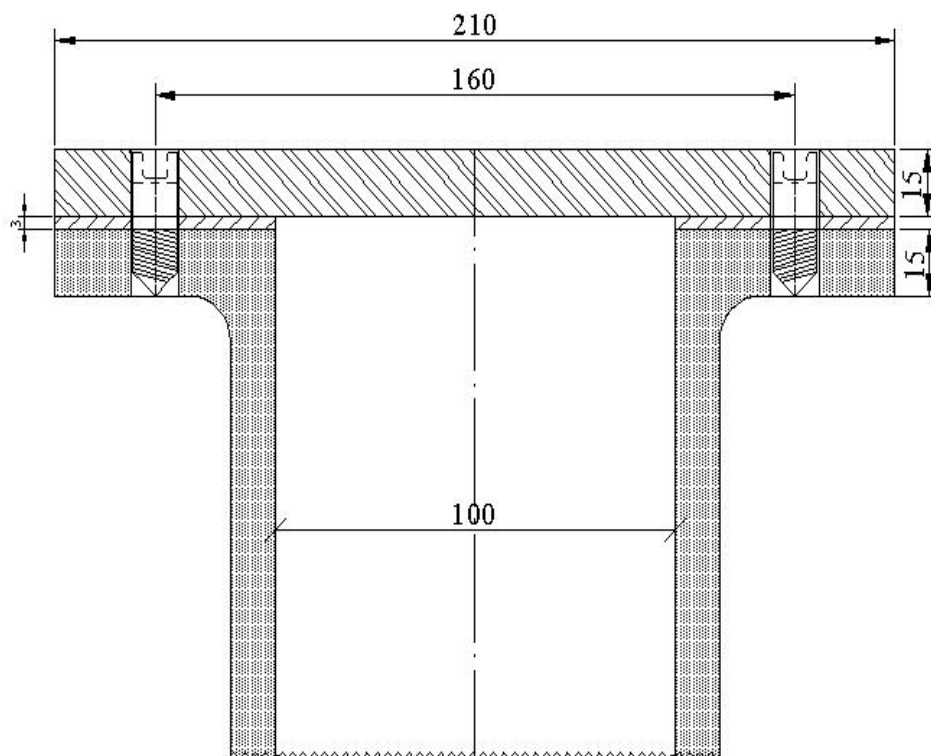
$$I = \left(\frac{(8)(136^3)}{12} \right) - \left(3 \times \left(\frac{8 \times 12^3}{12} \right) \right)$$

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{(2400 \times 10^3) \left(\frac{136}{2} \right)}{1.477 \times 10^6} = 110.5 \text{ MPa}$$



(مثال)

مخزن فشاری که در شکل می بینید با استفاده از واشر آزیست با ابعاد داده شده آب بندی می شود سر مخزن با استفاده از پیچ های سر آلن روی بدنه مخزن بسته می شود؛ قطر اسمی پیچ ها ۱۲mm و فشار داخلی سیلندر بین ۰ تا ۲۰۰۰ کیلو پاسکال نوسان می کند با استفاده از ضریب ایمنی ۱٫۵ چه تعداد پیچ متریکی با گرید ۹٫۸ و با قابلیت اعتماد ۹۰٪ پیش بینی می کنید تا از گسیختگی ناشی از خستگی جلوگیری شود. خاطر نشان می گردد حداقل فشار آب بندی واشر ۱۱MPa می باشد.



(حل):

نکته ۱) پیچ سر آلن مهره ندارد. در نتیجه وقتی مهره نداریم مخروط های ناقص را از وسط رزوه شروع به رسم می کنیم. به عبارت دیگر طول گیر ما به صورت $l = 15 + 3 + 7.5 = 25.5 \text{ mm}$ می شود.

نکته ۲) جنس واشر از آزیست است پس باید یک K_m حساب کنیم.

$$K_b = \frac{\pi d^2 4E}{4l} = \frac{\pi (12^2) (207)}{4 \times 25.5} = 918 \text{ MN/m}$$

واشر طبق شکل فوق فقط یک مخروط دارد.

$$K_m = \begin{cases} d = 12 \\ D = 1.5 \times 12 + 2 \times 7.5 = 33 \rightarrow K_m = K_g = 143.44 \text{ MN/m} \\ t = 3 \end{cases}$$

$$C = \frac{K_b}{K_m + K_b}$$

$$\begin{cases} F_{\max} = P_{\max} \times A = 2000 \times 10^{-3} \times \frac{\pi}{4} (100^2) = 15.7 \text{ KN} \\ F_{\min} = 0 \end{cases}$$

$$M_{12} \rightarrow grde(9.8) \begin{cases} S_{ut} = 900 \text{ MPa} \\ S_y = 700 \text{ MPa} \\ S_p = 650 \text{ MPa} \\ A_t = 84.3 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

$$S'_e = [0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{ut}] S_{ut} = 431 \text{ MPa}$$

$$R_e = 90\% \rightarrow K_c = 0.897$$

$$\text{این پیچ ها نورد شده اند} \rightarrow K_f = 3 \rightarrow K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{3}$$

$$S_e = 1 \times 1 \times 0.897 \times 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times 431 = 128.9 \text{ MPa}$$

$$F_i = 0.75 A_t S_p = (0.75)(84.3)(650) = 41.1 \text{ KN}$$

$$F_i = A_t S_{ut} - \frac{C_n F_{\max}}{2N} \left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1 \right) = 41.1 \text{ KN}$$

$$N = 2.33 \rightarrow N = 2$$

این تعداد پیچ بدین دلیل محاسبه می شود که بار خستگی ما را تحمل نماید اما معلوم نیست که با این تعداد پیچ بتوانیم آب بندی را نیز انجام دهیم لذا به سه فرمول ارائه شده در متن مراجعه می کنیم و برای هر یک ضریب ایمنی را محاسبه می کنیم؛ لذا داریم:

$$1) 3 \leq \frac{\pi D}{Nd} \leq 6 \rightarrow 3 \leq \frac{\pi \times 160}{N \times 12} \leq 6 \rightarrow \begin{cases} \frac{\pi D}{Nd} = 3 \rightarrow N = 14 \\ \frac{\pi D}{Nd} = 6 \rightarrow N = 6.89 \end{cases}$$

شرایط حاکم بر مسئله خستگی نیست بلکه آب بندی است.

برای اینکه تعداد پیچ زوج باشد و سوراخکاری آن به سادگی صورت گیرد $N = 8$ در نظر می گیریم.

ضریب ایمنی پیچ در برابر بار خستگی $5.15 = \frac{x}{8} = \frac{1.5}{2.33}$ پس $\frac{\pi D}{Nd}$ ارضا شد حال بایستی دو فرمول دیگر را ارضا کنیم.

$$A_g = \frac{\pi}{4} [(210^2) - (100^2) - (8 \times (12^2))] = 25.9 \times 10^3$$

$$2) NF_i > A_g P \rightarrow 8 \times 41.1 > \frac{25.9 \times 10^3 \times 11}{1000} \rightarrow 328 > 284.9$$

$$3) F_m > mA_g P_1$$

P_1 : فشاری است که می خواهد دو قطعه را از هم جدا کند که برابر $2000 KPa$ می باشد.

$$F_m = (1 - C)nF_{\max} - NF_i = (1 - 0.865) \times 115.7 - 8 \times 41.1 = -325.6 KN$$

$$mP_1 A_g = 2 \times 2000 \times 25.9 \times 10^3 = 103.6 KN$$

بنابراین شرط سوم هم برقرار است.

بنابراین 8 پیچ متریک با گرید 9.8 می توان پیش بینی کرد.

فصل نہم

جوش

جوش :

اتصال جوشی یکی از انواع اتصال های دایمی است که با استفاده از ذوب کردن فلز در محل اتصال توسط گاز یا قوس الکتریکی ایجاد می گردد.

یکی از کاملترین اجزایی که در طراحی تبدیل به گد شده است بحث جوش می باشد ، امروزه از روابطی که در این فصل استخراج می نمایم به ندرت استفاده می کنیم.

معمولاً محل های جوشکاری شده نقاط بحرانی سیستم نیز می باشند زیرا عموماً در نقاط جوشکاری شده بحث تمرکز تنش نیز وجود دارد و قطعات جوشکاری شده در بسیاری از موارد پس از جوشکاری تنش زدایی می شوند.

بهترین کتابی که در زمینه جوشکاری پیشنهاد می شود دانشجویان برای شناخت تکنولوژی جوشکاری به آن مراجعه کنند ، کتاب تکنولوژی جوشکاری نوشته دکتر امیر حسین کوبی دانشگاه صنعتی شریف است.

AWS: مخفف American welders society یعنی جامعه جوشکاران آمریکا.

• انواع جوشکاری :

(۱) توسط برق (قوس الکتریکی) (Arc electric) .

(۲) توسط شعله گاز (Torch)

(۳) لحیم کاری

(۴) مقاومتی (Resistant welding):

۱. درز جوش

۲. نقطه جوش

(۵) چسب کاری.

تمام محاسباتی که برای تنش های جوشکاری استفاده می کنیم برای چسب کاری هم استفاده می کنیم ؛ به عبارت دیگر چسب همان کار جوش را می کند.

محاسن چسب کاری :

(۱) جاذب ارتعاش است (Damping)

(۲) هزینه فوق العاده کم

(۳) آب بندی

(۴) در صورتیکه مواد متفاوت را بخواهیم به یکدیگر متصل کنیم امکان استفاده از چسب وجود دارد

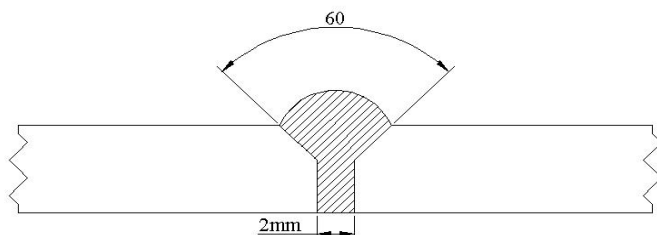
(۵) دو ماده ای که توسط چسب به هم متصل می شوند می توانند فوق العاده نازک و سبک باشند.

• انواع جوش :

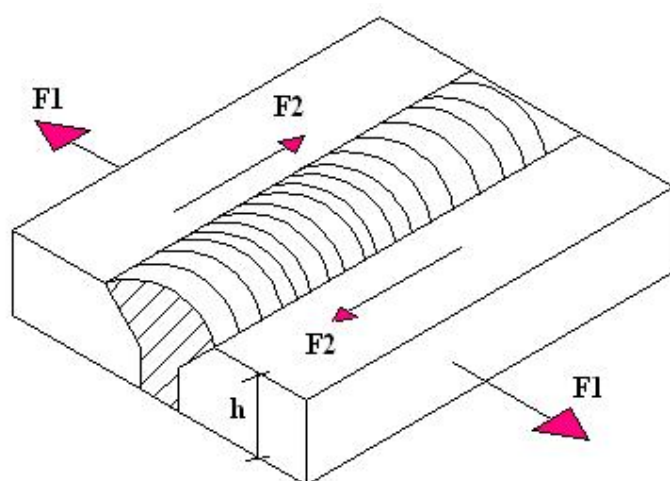
(۱) جوش لب به لب

(۲) جوش ماهیچه ای

(۱) جوش لب به لب (Butt weld):



بسته به ضخامت ورق زاویه ۶۰ درجه و مقدار ۲ میلیمتر می تواند تغییر کند.

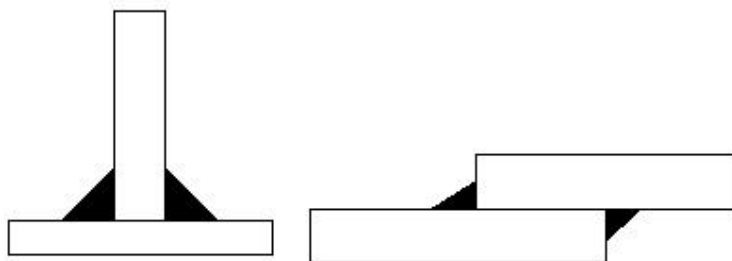


تنش هایی که در جوش لب به لب به موازات جوش هستند تنش برشی $\tau = \frac{F_2}{h.l}$ را و تنش هایی که عمود

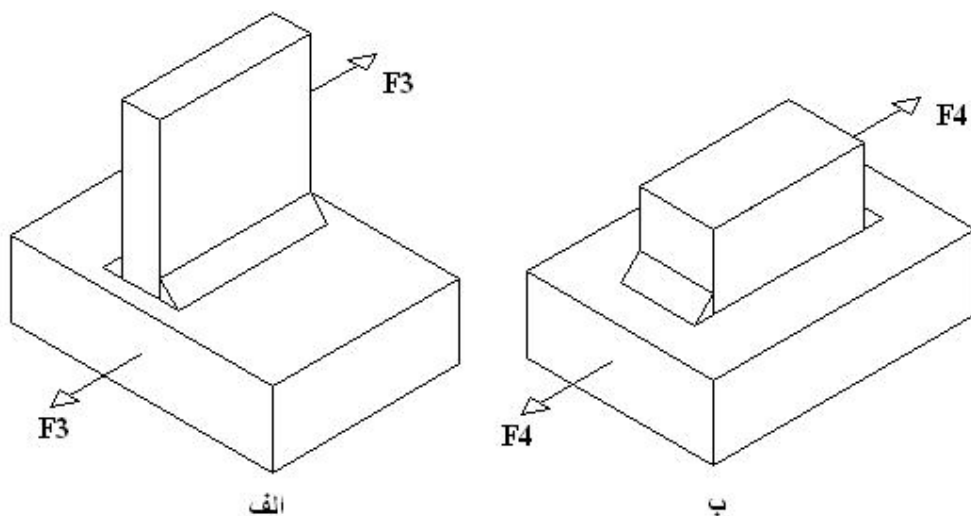
بر جوش هستند تنش نرمال $\sigma = \frac{F_1}{h.l}$ را ایجاد می کنند.

خاطر نشان می گردد توزیع تنش ها تحت هیچ شرایطی به صورت یکنواخت نمی باشد و در محاسبات بایستی ضریب ایمنی در نظر گرفته شود.

(۲) جوش ماهیچه ای:



جوش های ماهیچه ای نیز می توانند تحت تنش برشی و نرمال قرار گیرند از آنجائیکه نظریه کشسانی در این نوع جوش ها جواب خوبی نداده اند؛ لذا از مقدار تنش بر روی گلولی جوش استفاده می کنند.



در حالت الف F_3 به موازات خط جوش است ، بنابراین تنش برشی داریم.

در حالت ب F_4 عمود بر خط جوش است ، بنابراین تنش نرمال ایجاد می کند.

خاطر نشان می گردد در جوش های ماهیچه ای برای اینکه جواب ها در تنش های نرمال جواب دقیق ندارند تنش های نرمال نیز به تنش برشی تبدیل می کنیم :

$$\tau = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{F_3 \text{ or } F_4}{\sum_{i=1}^n h_i l_i \cos 45}$$

$$\cos 45 = 0.707$$

نکته تجربی :

به دلایل عملی ارتفاع جوش (h) می بایستی در مقایسه با ضخامت جوشکاری شده از تناسب معقولی برخوردار باشد.

$$h_{\min} = \begin{cases} 3 & t \leq 6mm \\ 15 & t \geq 150mm \end{cases}, h_{\max} = 0.8t$$

که t ضخامت ورق می باشد .

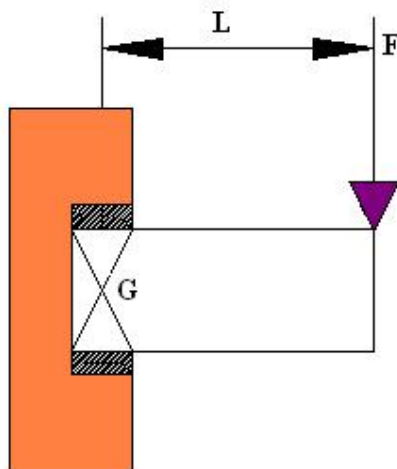
بد نیست برای جایی که زیاد حال و حوصله محاسبات را نداریم از $h_{\max} = 0.8t$ برای طراحی جوش استفاده کنیم.

نکته : اگر جوش زیاد بریزید ورق را خشک می کند در نتیجه ترک از اینجا ایجاد و فاتحه قطعه خوانده خواهد شد.

• پیچش در اتصال های جوشکاری شده:

در بسیاری از موارد احساس می کنیم ممان حاصل از انتقال یک نیرو به یک نقطه خاص باعث پیچیدن جوش می شود در این حالت می گوییم جوش تحت پیچش قرار گرفته است.

در شکل زیر یک جوش تحت پیچش را مشاهده می کنید. مشخصه عمده جوش های تحت پیچش این است که نیروی وارده در صفحه جوش اما خارج از مرکز جوش می باشد. دو نوع تنش برشی، یکی ناشی از نیروی برشی F و دیگری تُرک پیچشی T در هر نقطه جوش به وجود می آید.



برای حل چنین مسائلی به فرم زیر عمل می کنیم:

(۱) انتقال نیرو به مرکز ثقل جوش

(۲) مشخص نمودن تنش برشی ناشی از نیرو.

در شکل زیر دو نوار جوش به طول l داریم بنابراین، برش اولیه ناشی از نیروی برشی F خواهد شد:

$$\tau' = \frac{V}{A} = \frac{F}{A}$$

(۳) مشخص نمودن تنش برشی ناشی از تُرک در نقاطی که max فاصله از مرکز ثقل را دارد.

تنش برشی ثانویه ناشی از گشتاور پیچشی T برابر است با:

$$\begin{cases} \tau'' = \frac{T \cdot r}{J} \\ T = F \cdot d \end{cases}$$

جهت و مقدار τ'' در همه نقاط یکسان است، اما τ'' در هر نقطه عمود بر خط واصل تا گرانیگاه O می باشد.

. طبق رابطه ای که برای τ'' گفته شده است واضح است که τ'' دورترین نقطه از گرانیگاه O ماکزیمم است. بنابراین بحرانی ترین نقطه جوش را می توان با توجه به مقدار و جهت τ'' بدست آورد.

(۴) مقدار تنش برشی کل در هر نقطه مطابق شکل فوق از جمع برداری τ' و τ'' بدست می آید، و به طور کلی برای محاسبه برآیند تنش برشی با استفاده از فرمول زیر داریم:

$$\tau = \sqrt{\tau'^2 + \tau''^2 + 2\tau'\tau''\cos\alpha}$$

(۵) برای مقدار A و j از جدول ۹-۱ صفحه ۳۸۰ استفاده می کنیم.

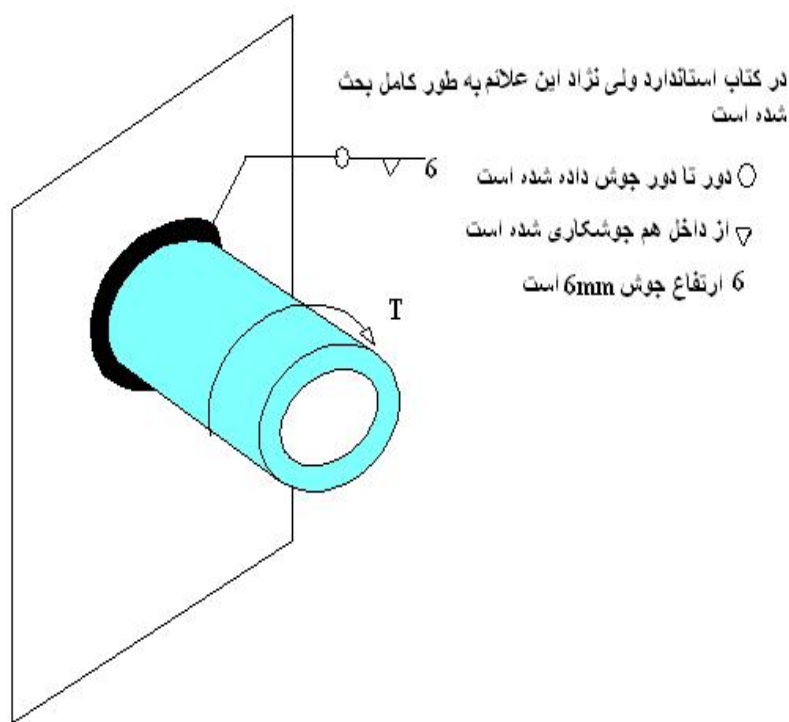
در جدول j ای که وجود دارد j_u (گشتاور دوم قطبی سطح واحد) است بنابراین با ضرب آن در ضخامت جوش برای محاسبه j داریم:

$$j = 0.707 j_u \times h$$

تذکر: اگر همین ورق در دیوار فرو رفته بود به جای پیچش، خمش داشتیم.

(۶) استفاده از یک معیار تسلیم مناسب و تعیین ضریب ایمنی.

مثال: اگر تنش برشی مجاز 140 MPa باشد $\tau_{\max}$ ترکی را که بر قطعه جوش داده شده در شکل زیر می توان اعمال کرد محاسبه کنید.



حل:

از صفحه ۳۷۸ جدول ۹-۱ برای A داریم:

$$A = 1.414 \pi r h$$

$$j_u = 2\pi r^3$$

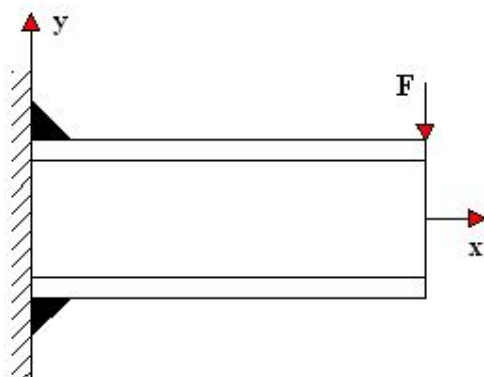
$$j_u = 2\pi (25^3) = 98.175 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$j = 0.707 j_u = 416.457 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

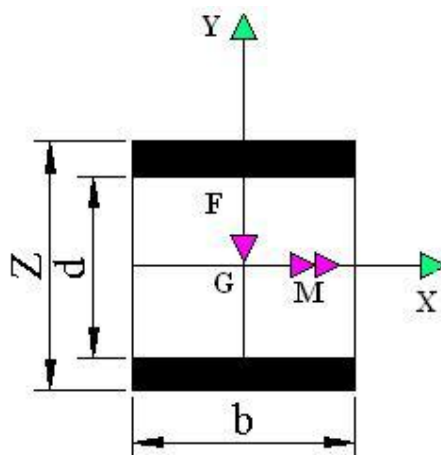
$$\tau = \frac{T \cdot r}{j} \Rightarrow 140 = \frac{T_{\max} (25)}{416.457 \times 10^3} \Rightarrow T_{\max} = 2.33 \text{ KN.m}$$

• خمش در اتصالات جوشکاری :

شکل زیر میله ای با مقطع مستطیل که لبه های بالا و پایین آن جوش داده شده و تحت خمش قرار دارد را نشان می دهد. مشخصه اصلی جوش های تحت خمش این است که نیروی وارده در صفحه جوش نمی باشد.



نیروی اعمال شده ، سبب ایجاد یک نیروی برشی V و یک گشتاور خمشی M جوش می شود.



تنش برشی اولیه ناشی از نیروی برشی عبارت است از :

$$\tau' = \frac{V}{A} = \frac{F}{A}$$

که A سطح مقطع جوش می باشد.

گشتاور M تنش عمودی σ در جوش ها ایجاد می کند ، که می توان آن را برابر با تنش برشی گرفت و مقدار آن برابر است با :

$$\tau = \sigma = \frac{MC}{I}$$

I گشتاور دوم سطح می باشد که در صفحه ۳۸۴ کتاب شیگلی می توانید برای اشکال مختلف بدست آورید و برای شکل فوق برابر است با:

$$\begin{cases} I = 0.707 I_u \\ I_u = \frac{bd^2}{2} \end{cases} \rightarrow I = 0.707 \frac{bd^2}{2} \rightarrow \tau = \sigma = \frac{1.414M}{bdh}$$

I_u گشتاور دوم سطح واحد می باشد که با ضرب آن در کلفتی جوش ، می توان گشتاور دوم سطح را برای مسئله مورد نظر پیدا کرد.

پس از بدست آوردن مؤلفه های تنش با ترکیب آنها به کمک نمودار دایره موهر تنش های اصلی یا ماکزیمم تنش های برشی بدست می آیند ؛ در این صورت اگر بخاطر بیاوریم :

$$\sigma' = [\sigma^2 + 3\tau^2]^{\frac{1}{2}}$$

و ضریب ایمنی با استفاده از معیار میزر $n = \frac{S_y}{\sigma'}$ می شود.

• بار گذاری خستگی در جوش :

وقتی صحبت از خستگی می شود اولین پارامتری که باید به آن پرداخته شود S_e یا ضرایب مارین می باشد.

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'_e$$

K_a : آهنگری شده $\leftarrow S_{ut}$ را هم داریم $\leftarrow K_a$ را بدست می آوریم.

K_b : با توجه به شکل مقطع جوش در قدم اول d_{eq} را بدست می آوریم و سپس با استفاده از فرمول کوگوتل به محاسبه K_b می پردازیم .

$$K_b = 1.189 d_{eq}^{-0.097}$$

K_e : ضریب تمرکز تنش را از جدول ۹-۴ صفحه ۳۸۷ می خوانیم و با فرمول $K_e = \frac{1}{K_f}$ به محاسبه K_e می پردازیم.

K_f	نوع جوش
۱,۲	جوش لب به لب تقویت شده
۱,۵	لبه جوش های ماهیچه ای عرضی
۲,۷(Over design)	انتهای جوش های ماهیچه ای موازی
۲	اتصال لب به لب T شکل با گوشه های تیز

نکته : K_f را همواره ۲,۷ بگیرید تا مسئله Over design شود.

مثال :

لچکی نشان داده شده در شکل یه پایهء خود در سر تا سر نشیمنگاه جوش داده شده است.
با فرض اینکه جوش دارای ضخامت ۷mm و ضخامت لچکی ۱۰mm و جنس جوش و قطعه از ماده ای با

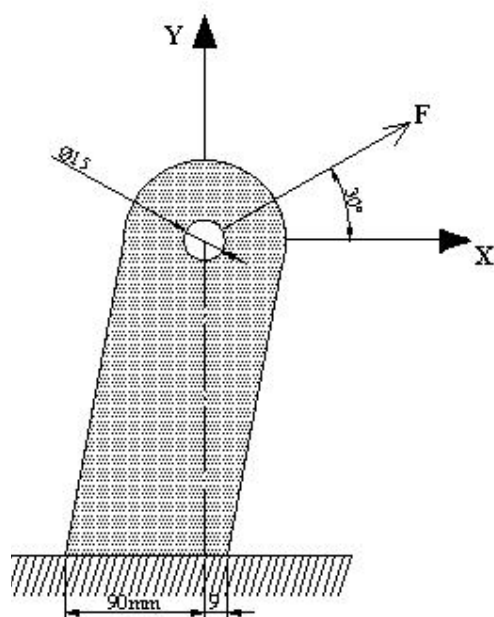
$$\text{مشخصات} \begin{cases} S_{ut} = 400 \text{ MPa} \\ S_y = 220 \text{ MPa} \end{cases} \text{ باشد. مطلوبست:}$$

الف) ضریب ایمنی جوش را برای بار استاتیکی ۶KN محاسبه نمایید.

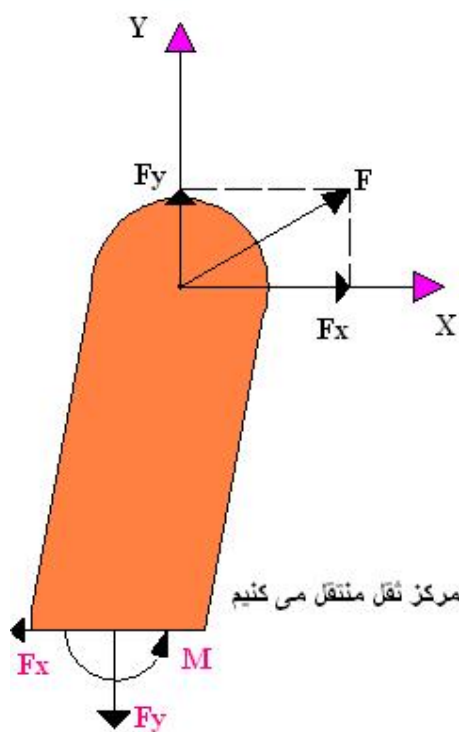
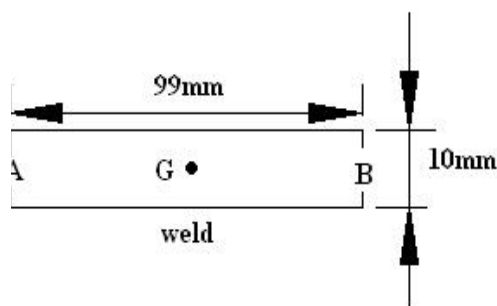
ب) در ناحیه جوش شده ضریب ایمنی عضو را محاسبه نمایید.

ج) تنش یاتاقانی در محل سوراخ را محاسبه نمایید.

د) در صورتیکه بار بین صفر تا ۶KN تغییر نماید ضریب ایمنی جوش را بدست آورید.



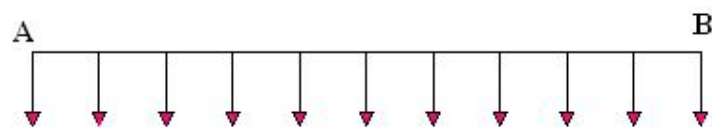
حل (الف)



عکس نیرو ها را به مرکز ثقل منتقل می کنیم

$$\begin{cases} F_x = 6 \cos 30^\circ = 5.196 \text{ KN} \\ F_y = 6 \sin 30^\circ = 3 \text{ KN} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} \\ F = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r = 40.5 \hat{i} + 30 \hat{j} \\ F = 5.196 \hat{i} + 3 \hat{j} \end{cases}$$

$$M = \vec{r} \times \vec{F} \rightarrow M = (40.5 \times 3) \hat{k} - (30 \times 5.196) \hat{k} = +34.38 \text{ KN.mm}$$



حاصل از نیروی F_y

A مقطع جوش B



حاصل از M

از آنجائیکه F_y و M در A با هم جمع می شوند و در B از هم کم می شوند بنابراین در نقطه A نسبت به شرایط بحرانی تر داریم.

$$\rightarrow \text{جدول ۹-۲} \rightarrow \begin{cases} A = 1.414h(b + d) = (1.414)(7)(10 + 99) = 1079 \text{ mm} \\ I_u = \frac{d^2}{6}(3b + d) = \frac{(99^2)}{6}(3(10) + 99) = 210.72 \times 10^3 \text{ mm}^3 \\ I = 0.707hI_u = (0.707)(7)(210.72 \times 10^3) = 1.043 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{cases}$$

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{(34.38) \times 10^3 \times \frac{99}{2}}{1.043 \times 10^6} = 1.63 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{F_x}{A} = \frac{5.196 \times 10^3}{1079} = 4.82 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{F_y}{A} = \frac{3000}{1079} = 2.78 \text{ MPa}$$

چون F_x موازی خط جوش است پس تنش برشی می دهد.

چون F_y عمود بر خط جوش است پس تنش نرمال می دهد.

نکته مهم این است که تنش های نرمال در جوش های ماهیچه ای جواب دقیقی نمی دهند ، لذا بایستی آنها را به

تنش برشی تبدیل کنیم پس داریم :

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \tau_1 = 1.63 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = 4.82 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{F_y}{A} = \tau_3 = 2.78 \text{ MPa}$$

همانطور که قبلاً هم گفتیم تنش های نرمال در A با هم جمع می شوند یعنی :

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{MC}{I} \Rightarrow \tau = (\tau_1 + \tau_3) = 4.41$$

$$\tau = \sqrt{(\tau_1 + \tau_3)^2 + \tau_2^2} = \sqrt{(4.41)^2 + (4.82)^2} = 6.53 \text{ MPa}$$

$$S_{sy} = 0.577 S_y = (0.577)(220) = 126.94 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{126.94}{6.53} = 19.4$$

از اینکه ضریب ایمنی استاتیکی بالا شده است نترسید برای اینکه این ضریب ایمنی معمولاً مقدار بالایی به خود می گیرد.

حل (ب) :

وقتی می گوید در ناحیهء جوش شده ضریب ایمنی عضو را بدست آورید یعنی شما دیگر حق ندارید تنش های نرمال را به برشی تبدیل کنید چون اینکار برای طراحی جوش ماهیچه می کردیم نه خود عضو.

لذا برای عضو داریم :

$$A = bd \rightarrow A = 990$$

$$I = \frac{bd^3}{12} \rightarrow I = 808.58 \times 10^3$$

$$C = \frac{d}{2} \rightarrow C = 49.5$$

$$\sigma_y = \frac{MC}{I} + \frac{F_y}{A} \rightarrow \sigma_y = \frac{(34.38 \times 10^3)(49.5)}{(808.58 \times 10^3)} + \frac{3000}{990} = 5.135 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{F_x}{A} = \frac{5.196 \times 10^3}{990} = 5.25 \text{ MPa}$$

$$\sigma' = [\sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2]^{\frac{1}{2}} = 10.443 \rightarrow \text{برای خمش و پیچش}$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{220}{10.443} = 21.06$$

حل (ج):

$$\sigma_b = \sigma_H = \frac{F}{t.d} = \frac{6 \times 10^3}{(10)(15)} = 40 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_H} = \frac{220}{40} = 5.5$$

حل (د):

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'_e$$

$$S_e = (0.54)(0.78)(1)(1)(0.37)(1)(200) = 34.8 \text{ MPa}$$

$$d_{eq} = 0.05bd = 0.07d_{eq}^2 \Rightarrow d_{eq} = 0.808\sqrt{bd}$$

$$K_b = \begin{cases} d_{eq} = 0.808\sqrt{(10)(99)} = 25.42 \\ K_b = 1.189d_{eq}^{-0.097} \end{cases} \Rightarrow K_b = 0.78$$

$$K_f = 2.7 \Rightarrow K_e = 0.37$$

$$S'_e = 0.5S_{ut} = 200$$

$$\begin{cases} F_{\max} = 6 \\ F_{\min} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \tau_{\max} = 6.53 \text{ MPa} \\ \tau_{\min} = 0 \end{cases}$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{6.53}{2} = 3.27 \text{ MPa}$$

$$\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{sy}} = \frac{1}{n_f} \Rightarrow n_f = 5.63$$

$$\begin{matrix} 0.577S_e & 0.577S_y \end{matrix}$$

فصل دهم

فنر های مکانیکی

• فنر های مکانیکی :

از فنر های مکانیکی برای اعمال نیرو ، ایجاد انعطاف پذیری ، و ذخیره یا جذب انرژی در ماشین ها استفاده می شود.

فنر ها را می توان به سه دسته تقسیم نمود :

(۱) فنر های مارپیچ (Helical spring)

(۲) فنر های تخت (Flat spring)

(۳) فنرها با شکل ویژه (Special Spring).

در کتاب شیگلی فنر های پیچشی تحت بار گذاری کششی ، فشاری و یا پیچشی مورد بررسی قرار می گیرد.

این فنر ها با سیمهایی با مقطع گرد یا مربعی ساخته می شوند.

در این کتاب (شیگلی) به فنر هایی که به صورت گرد پیچیده می شوند و مفتول آنها نیز دارای مقطع گرد است اشاره خواهد شد.

فنرها به دو صورت پیچیده می شوند :

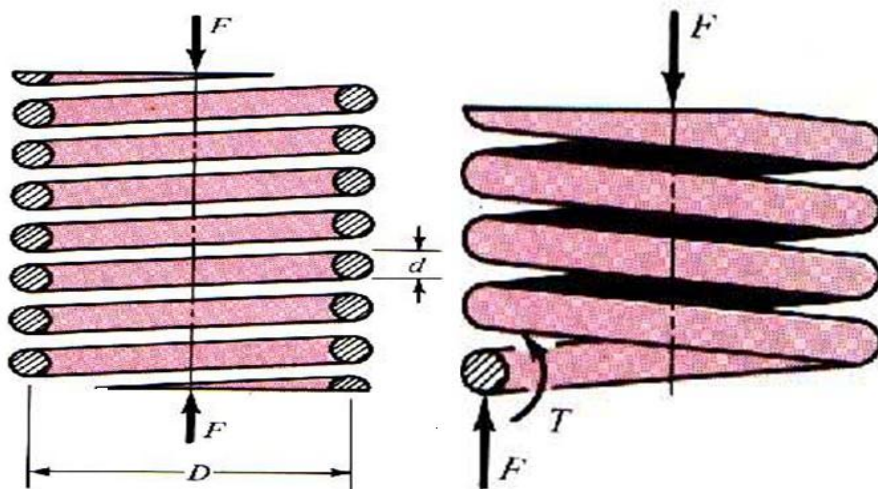
(الف) گرم : با گرم کردن سیم مورد نظر را دور لوله می پیچانند.

(ب) سرد : با اعمال زور سیم دور لوله پیچانده می شود.

تنش های به وجود آمده در فنر های مار پیچی :

D : قطر میانگین ، d : قطر سیم.

اگر فنر را در نقطه ای ببریم مانند شکل زیر :



$$\tau_{\max} = \pm \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A} \quad (\text{الف})$$

که جمله Tr/J ، مقدار پیچش و F/A تنش برشی مستقیم (نه خمشی) است. اگر به جای $T = FD/2$ ،
 $r = d/2$ ، $J = \pi d^4/32$ و $A = \pi d^2/4$ را بگذاریم، می شود:

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \quad (1)$$

د راین معادله، چون پیشوند نشانه بیشترین تنش برشی لازم نبوده، حذف شده است. از معادله (الف) علامت مثبت را برگزیده ایم و از آنجا، معادله (۱) مقدار تنش برشی را در لایه درونی فنر بدست می دهد.

نکته: نقطه بحرانی در شعاع داخلی فنر قرار دارد؛ اگر در شکل فوق جهت نیروی F کششی شود باز هم نقطه بحرانی در داخل فنر خواهد بود (نقطه A).

حال شاخص فنر یا اندیس فنر (Spring index) را بعنوان معیار انحنای مارپیچ تعیین می کنیم:

$$C = \frac{D}{d} \quad (2)$$

C می تواند مقادیری بین ۵ تا ۱۲ به خود اختصاص دهد اما جهت حرکت به سمت جواب بهتر $6 < C < 12$ انتخاب می شود.

با این رابطه، می توان معادله (۱) را چنین نوشت:

$$\left\{ \begin{aligned} \tau &= \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{8FD}{\pi d^2} \left(1 + \frac{0.5}{C}\right) \rightarrow \tau = \frac{8FD}{\pi d^2} K_s \\ K_s &= 1 + \frac{0.5}{C} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

معادله (۳) یک معادله عمومی است و برای هر بار استاتیکی یا دینامیکی قابل استفاده است.

K_s ضریب تصحیح تنش برشی یا ضریب ضرب شونده تنش برشی گویند. و با معادله زیر تعریف شد:

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C} = \frac{2C+1}{2C} \quad (4)$$

کاربرد مفتول با مقطع مربع یا مستطیل برای فنرها سفارش نمی شود. مگر تنگی جا اجبار کند. تولید فنرهای با مفتول به شکل های خاص، به اندازه تولید فنرهای با مفتول گرد نیست، و روی بهبود آنها کار نمی شود و از این رو ممکن است به اندازه فنرهای با مفتول گرد قوی نباشد. چنانچه تنگی جا چشمگیر باشد، باید همیشه کاربرد فنرهای مارپیچ با مفتول گرد درون یکدیگر را بررسی نمود. ممکن است چه از نظر اقتصادی و چه از نظر مقاومت برتر از فنرهای با مقطع غیرگرد باشد.

اثر انحنا یا خمیدگی سیم (Effect Curves) :

در سطح درونی یک فنر مارپیچ، اثری که خیلی شبیه به تمرکز تنش است پدید می‌آید. وجود انحنای سیم، تنش را در درون فنر، افزایش می‌دهد ولی در سطح بیرون آن کمی کاهش می‌دهد. تنش مربوط به خمیدگی سیم آنچنان موضعی است که فقط برای بارهای خستگی اهمیت دارد. برای بارگذاری ایستا، می‌توان از این تنش چشم‌پوشی کرد، زیرا برای نخستین بار که بار وارد می‌شود، تسلیم موضعی، سبب آزاد شدن این تنش می‌گردد. آزمایش نشان داده است $\tau_{\max}$ مقداری از مقدار محاسبه شده در معادله (۳) بزرگتر است. (اثر انحنایی). ضریبی که به طور تجربی به دست آمده است و در تمام هند بوک ها و کتابها مورد استفاده قرار می‌گیرد ضریب وال می‌گویند.

این ضریب برابر است با :

$$K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} \quad (5)$$

و مقداری از K_S بزرگتر است.

علت بزرگتر بودن K_W این است که به علت پیچیدن مفتول به دور خودش (در اثر ایجاد شکل فنر) مقداری تمرکز تنش به وجود می‌آید و به آن اثر انحنایی می‌گویند.

$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3} \quad (6)$$

نخستین ضریب را ضریب «وال» Wahl گویند و دومی به ضریب «برگ اشتاسر» Bergstasser معروف است. چون نتایج این دو معادله کمتر از یک درصد تفاوت دارند، معادله (۶) بهتر است. اکنون می‌توان ضریب تصحیح برای انحنا را با حذف اثر تنش برشی بدست آورد. اگر بخواهیم تنها اثر انحنا را بدست آوریم بایستی K_B را به K_S تقسیم کنیم پس داریم :

$$K_C = \frac{K_B}{K_S} = \frac{\frac{4C+2}{4C-3}}{\frac{2C+1}{2C}} = \frac{2C(4C+2)}{(4C-3)(2C+1)} \quad (7)$$

نکته مهم :

اگر بار گذاری استاتیکی باشد فنر در لایه درونی تسلیم می‌شود و این تنش را آزاد می‌کند. لذا در مورد بار گذاری استاتیکی می‌توان از تنش انحنایی صرف نظر نمود و از K_S معادله (۳) برای بدست آوردن تنش استفاده کرد. اما اگر بار گذاری دینامیکی باشد یا ماده فنر را ترد بدانیم، از K_C به عنوان ضریب کاهش استحکام خستگی استفاده می‌شود پس باز هم از معادله (۳) می‌توان تنش را محاسبه نمود.

$$K_e = \frac{1}{K_C}$$

• خیز فنر های مارپیچی :

جزئی از فنر به طور d_x را در نظر بگیرید (قطر d) خط ab را بر روی سطح سیم به موازات محور فنر در نظر بگیرید .

این خط به اندازه زاویه γ می چرخد و موقعیت جدید ac را پیدا می کند از قانون هوک در پیچش داریم :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{8FD}{\pi d^3 G}$$

ضریب اصلاحی وال برابر ۱ فرض شد.

برای زاویه ای که یک مقطع در حول آن نسبت به دیگری می چرخد داریم:

$$d\alpha = \frac{rdx}{d/2} = \frac{2rdx}{d}$$

$$bc = \gamma dx$$

اگر تعداد پیچه های فعال با N مشخص شود لذا طول فنر عبارت است از $l = \pi DN$

$$\alpha = \int_0^{\pi DN} \frac{2\gamma dx}{d} = \int_0^{\pi DN} \frac{16FD}{\pi d^4 G} d_x = \frac{16FD^2 N}{d^4 G}$$

بار F گشتاور $D/2$ را دارد . بنابراین خیز برابر است با :

$$y = \alpha \frac{D}{2} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

$$F = Ky \rightarrow K = \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

K سختی فنر یا ضریب فنریت می باشد.

در این فرمول K و G معلوم است ولی N ، D و d مجهول است ، لذا بی نهایت جواب داریم ولی بعضی اوقات به

علت وجود محدودیتهایی (مانند فضا) یک جواب نیز نمی توانیم بدست آوریم.

نکته: قطر فنر D در کشش و فشار ثابت می ماند.

l_f (Free length): طول آزاد فنر. N_t : تعداد کل کوپل های فنر.

l_s (solid length): طول جمع شده فنر. N_D : کوپل های مرده یا نافع.

تعداد کوپل های فعال :

$$N_{active} = N_t - N_D$$

کوپل های مرده به دو دلیل وجود دارند :

(۱) باعث افزایش طول فنر می شوند.

(۲) در فنرهای فشاری که می خواهیم فنر را بر روی سطح زمین قرار دهیم سر و ته فنر را تخت می کنند لذا

کوپل های مرده به وجود می آیند.

البته راه دوم برای بدست آوردن ثابت فنر استفاده از قضیه کاستیگلیانو به صورت زیر است:

رابطه‌ای بین تغییر مکان و نیرو، به آسانی از قضیه «کاستیگلیانو» Castigliano بدست می‌آیند. همه انرژی کرنش فنر مارپیچ از ترکیب دو مؤلفه پیچشی و برشی بدست می‌آید. انرژی کرنش چنین است :

$$U = \frac{T^2 l}{2Gl} + \frac{F^2 l}{2AG} \quad (\text{الف})$$

اگر $T = F^d / 2$ ، $l = \pi DN$ ، $J = \pi d^4 / 32$ ، $A = \pi d^2 / 4$ را در آن بگذاریم، می‌شود :

$$U = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{F^2 DN}{d^2 G} \quad (\text{ب})$$

که $N = N_a$ = تعداد حلقه‌های فعال. پس با بکار بردن قضیه کاستیگلیانو داریم :

$$y = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) \approx \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \quad (\text{ج})$$

چون $C = D/d$ ، می‌توان معادله (ج) را چنین نوشت :

$$y = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) \approx \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

چون ضریب فنریت (نرخ فنر) $K = F/y$ است پس :

$$K = \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

فنرهای کششی (Tensional springs):

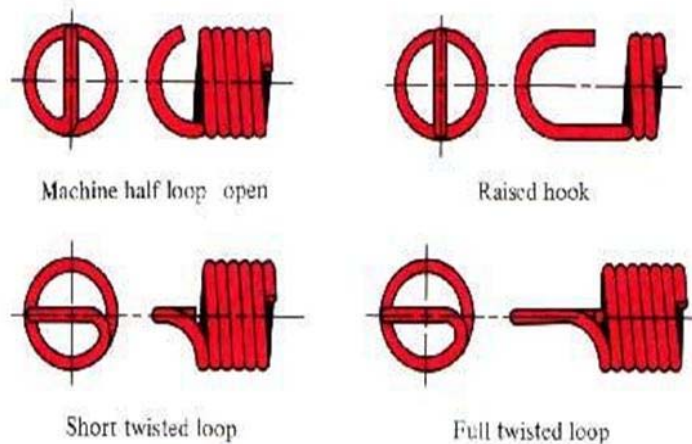
معمولاً فنرها را به صورت کششی یا فشاری مورد استفاده قرار می‌دهند زیرا اگر هم در فشار و هم در کشش مورد استفاده قرار گیرد σ_a بزرگ می‌شود و بار خستگی قابل توجهی به فنر اعمال می‌گردد.

معمولاً هنگامیکه فنری جهت بار کششی طراحی می‌شود با پیچه‌های (کوپلهای) در تماس با یکدیگر ساخته می‌شود و به آنها تنگ پیچیده می‌گویند ؛ لذا این فنر اصلاً تحت فشار نمی‌تواند کار کند.

البته در فنرهای تنگ پیچیده مقداری کشش اولیه قرار می‌دهند تا طول آزاد فنر با دقت بیشتری مشخص شود. هنگام پیچیدن فنر به دور لوله یک کشش اولیه به علت چرخش سیم به وجود می‌آید. هنگامی که فنر آماده و از میله جدا شد ، کشش اولیه در آن باقی می‌ماند زیرا فنر دیگر نمی‌تواند کوتاه‌تر شود.

برای انتقال بار از تکیه‌گاه فنر کششی به تنه آن، باید سر فنر را به صورت قلابدار در آورد ، البته به دلیل تمرکز تنش ناشی از خم تند نمی‌توان قلاب را با همان استحکام بدنه طرح کرد.

در شکل زیر چند نوع سر فنر (قلاب) را می‌بینید:

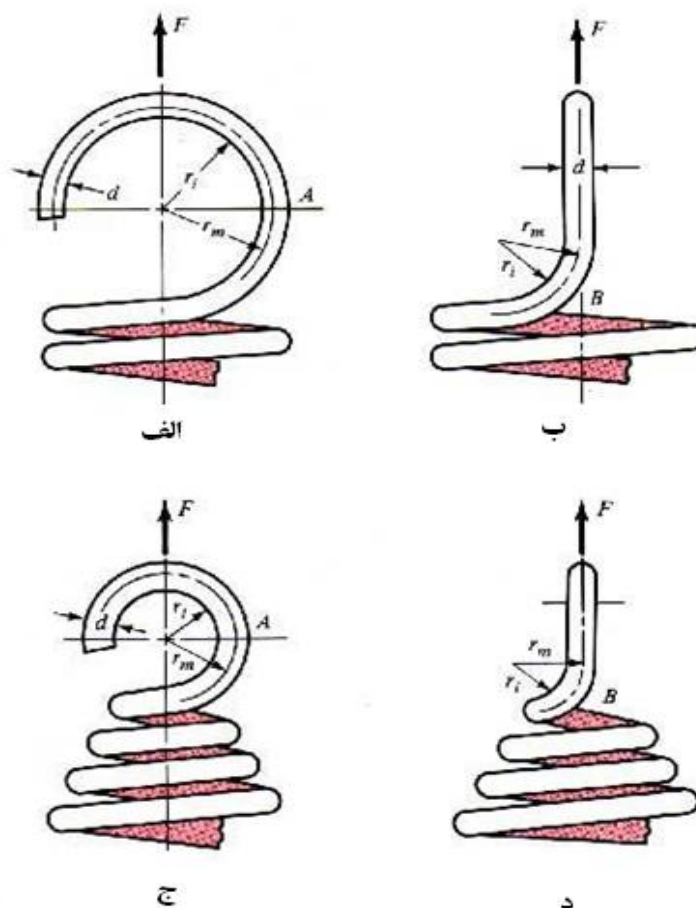


ضریب تمرکز تنش در قلاب ها با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$K = \frac{r_m}{r_i}$$

نکته:

در صورتیکه قطر پیچه کاهش یابد (در سری که قلاب داریم) نیاز به اعمال ضریب تمرکز تنش در بار محوری نیست. (شکل ۱۰-۶ ج ود) فقط کاهش بازوی گشتاور نیرو است. در شکل الف و ب هم یک قلاب دو خم دار را از دو نما می بینید.



• فنرهای فشاری (pressure springs):

تنش ها در فنر های فشاری نیز مانند فنر های کششی است با این تفاوت که بایستی در فنر های فشاری مسئله کمانش را نیز در نظر گرفت.

جهت بررسی مسئله کمانش از نمودار صفحه ۳۹۸ استفاده می کنیم. منحنی های A, B بر روی این نمودار نشان دهنده نوع بارگذاری بر روی فنر هستند.

نمودار:

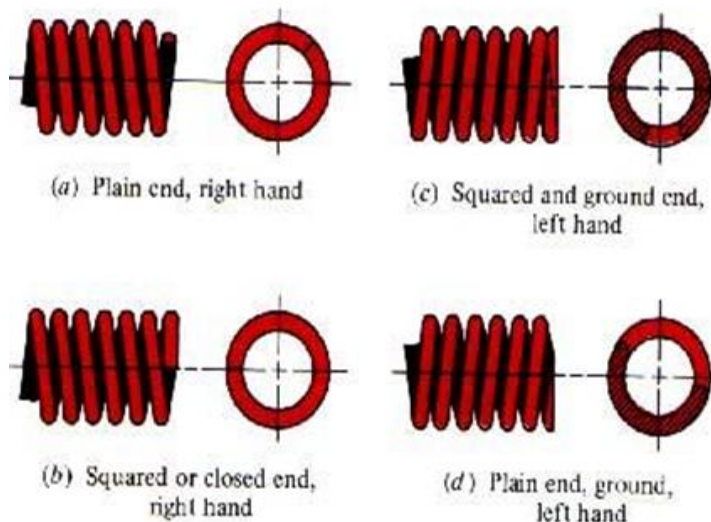
نکته: در صورتیکه فنری در اثر کمانش از خود ضعف نشان دهد این مورد را می توان با قرار دادن فنر بر روی میله ای یا درون لوله ای برطرف نمود. پدیده کمانش در فنرهایی به وجود می آید که طول آزاد آنها از چهار برابر قطر میانگیشان بیشتر باشد.

نکته: برای آنکه بتوان فنر ها را بر روی سطح صاف قرار داد بایستی امتداد و انتهای آنها را اصلاح نمود لذا یک سری کوپل مرده به وجود می آید که با توجه به شکل ۱۰-۸ صفحه ۴۰۱ تعداد کوپل مرده N_D قابل شناسایی است. نکته: روش معمول در ساخت فنر های فشاری این است که ارتفاعشان را به ارتفاع مرده نزدیک می کنند، این عمل یک تنش پسماند در جهت مخالف با تنش کاری ایجاد می کند و استحکام فنر را افزایش می دهد.

پیش تاب Presenting یا رفع وضعیت set removal فرآیندی است که برای القای تنش های پسماند سودمند، به هنگام ساخت فنر های فشاری بکار می رود. برای این کار فنر را بلندتر از اندازه لازم می سازند و سپس آنرا تا طول بسته آن می فشارند. این کار فنر را به طول پسماندی در آن القاء می شود که خلاف جهت تنشهایی است که به هنگام کار در آن بوجود می آید.

پیش تاب، مقاومت فنر را افزایش می دهد و بخصوص هنگامی که فنر برای ذخیره کردن انرژی بکار می رود، سودمند خواهد بود. با این حال اگر فنر با خستگی سر و کار دارد، نباید پیش تاب را بکار برد.

چهار گونه سر فنر که معمولاً برای فنر های فشاری بکار می روند را در شکل زیر می بینیم. در فنر دو سر ساده Plain ends هیچ تغییر در مارپیچ داده نمی شود، دو سر آن درست به همان صورت، که یک فنر دراز را از یک جا ببرند و دو قسمت کنند، می ماند. فنری که دو سر آن ساده و تخت یا بسته باشد، از کج کردن سرهای آن به صورت مارپیچی با زاویه صفر بدست می آید. برای کارهای مهم باید همیشه سر فنرها را تخت و سنگ زد، تا انتقال بار بهتر باشد.



• پایداری (Stability):

هرگاه تغییر شکل یک فنر فشاری بیش از اندازه شود، کمانه می‌کند. معادله تغییر شکل بحرانی چنین است:

$$y_{er} = \left[L C_1 \left(1 - \left(1 - \frac{C_2}{\lambda_{eff}^2} \right)^{1/2} \right) \right] \quad (1)$$

که y_{er} مقدار تغییر شکل، در مرز ناپایداری است. سمانوف Samanov می‌گوید که این معادله را «وال» Whal عنوان کرده و «هرینگس» Harringx با تجربه آنرا تأیید کرده است. در معادله ۱ کمیت λ_{eff} ضریب رعنائی مؤثر و معادله آن چنین است:

$$\lambda_{eff} = \frac{\alpha L_0}{D} \quad (2)$$

C_1 و C_2 ثابت‌های کشسانی هستند که معادله مقدار هر یک چنین است:

$$C_1 = \frac{E}{2(E - G)} \quad (3)$$

$$C_2 = \frac{2\pi^2(E - G)}{2G + E} \quad (4)$$

در معادله ۲، α ثابت وضع سر فنر end-condition constant است. این ثابت به چگونگی نصب سر فنر بستگی دارد.

• مواد فنر:

مفتول فنر را از هر فولادی می‌توان ساخت اما به طور کلی اگر $\frac{D}{d} < 4$ یا $d > 6mm$ باشد از سیم پیش سخت شده نباید استفاده کرد.

با استفاده از جدول ۱۰-۲ صفحه ۴۰۵ می توان با انتخاب جنس خواص فولاد را مشخص نمود.

با استفاده از این جدول A و m برای هر جنسی قابل خواندن است:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \quad \text{و} \quad d: \text{ قطر مفتول فنر}$$

$$S_y = 0.75S_{ut} \quad \text{و} \quad S_{sy} = 0.577S_y$$

در صورتیکه اطلاعات دقیقتری در دسترس نباشد و از اطلاعات فوق استفاده کنیم بایستی در فنرهای کششی ضریب ایمنی بزرگتری اعمال نماییم.

مثال) مشخصه های زیر از یک فنر کششی متعلق به ماشین لباسشویی از کار افتاده ای به دست آمده:

$D = 10\text{mm}$ ، $d = 1.8\text{mm}$ ، $N = 122$ پیچیه فعال با دو سر قلابدار که فاصله بین قلاب ها 244mm است (شکل ۱۰-۵)؛ $r_m = 5\text{mm}$ در شکل (الف ۱۰-۶)؛ $r_m = 2.5\text{mm}$ در شکل (ب ۱۰-۶) پیش بار 25N ؛ ماده رنگ شده و از جنس سیم سخت کشیده شده به نظر می آید.

الف) استحکامهای تسلیم کششی و پیچشی سیم را تخمین بزنید.

از جدول ۱۰-۲ $m = 0.192$ و $A = 1750\text{MPa}$

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{1750}{(9.8)^{0.192}} = 1560\text{MPa} \quad S_y = 0.75S_{ut} = 1170\text{MPa} \quad S_{sy} = 0.577S_y = 675\text{MPa}$$

ب) تنش پیچشی اولیه در سیم را محاسبه کنید.

$$C = \frac{D}{d} = \frac{10}{1.8} = 5.56 \quad \text{و} \quad K_s = 1 + \frac{0.5}{C} = 1.0899 \cong 1.09$$

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3} = 1.09 \times \frac{8 \times 25 \times 10}{\pi (1.8^3)} = 119\text{MPa}$$

ج) آهنگ فنر چقدر است؟

با فرض $G = 79.3\text{GPa}$ داریم:

$$K = \frac{d^4 G}{8D^3 N} = \frac{(1.8^4) \times (79.3 \times 10^3)}{8 \times (10^3) \times 122} = 0.853 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 853 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

د) چه نیرویی می تواند بدنه فنر را تحت تنشی به اندازه استحکام تسلیم قرار دهد؟

$$\tau = K_s \left(\frac{8FD}{\pi d^3} \right) \rightarrow 675 = 1.09 \times \frac{8 \times F \times 10}{\pi (1.8^3)} \Rightarrow F = 141.8\text{N}$$

ه) چه نیرویی لازم است تا تنش پیچشی در دو سر قلاب به استحکام تسلیم برسد؟

$$r_i = 2.5 - \frac{d}{2} = 1.6\text{mm} \quad \text{و} \quad r_m = 2.5\text{mm} \quad \text{داریم: (ب ۱۰-۶)}$$

$$K = \frac{r_m}{r_i} = \frac{2.5}{1.6} = 1.56 \rightarrow 675 = 1.56 \left(\frac{8 \times F \times 10}{\pi (1.8^3)} \right) \Rightarrow F = 99.1\text{N}$$

و) چه نیرویی لازم است تا تنش عمودی در دو سر قلاب به استحکام تسلیم کششی برسد؟

$$\sigma = \frac{MC}{I} + \frac{F}{A} = K \left(\frac{(32F)(r_m)}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \right) = S_y = 1170 \quad (*)$$

K با توجه به (شکل ۱۰-۶ الف) مشخص می شود:

$$r_i = r_m - \frac{d}{2} = 5 - \left(\frac{1.8}{2}\right) = 4.1 \text{ mm}$$

$$K = \frac{r_m}{r_i} = \frac{5}{4.1} = 1.22 \xrightarrow{(*)} F = 106 \text{ N}$$

ز) اگر کوچکترین نیروی بدست آمده در (د)، (و) و (ز) اعمال شود، فاصله بین دو سر قلاب چقدر است؟

کوچکترین نیرو بین سه نیرو عبارت است از $F_{\max} = 99.1 \text{ N}$. باید بر پیش بار 25 N فدر، قبل طویل شدن آن چیره شود لذا:

$$F = 99.1 - 25 = 74.1 \text{ N}$$

$$y = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} = \frac{8 \times 74.1 \times (101^3 \times 122)}{(1.8^3) \times 79.3 \times 10^3} = 86.87 \text{ mm} \Rightarrow l_{\text{new}} = l_0 + y = 244 + 86.9 = 330.9 \text{ mm}$$

پارامترهای مهم در طراحی فدر:

طراحی یک فدر نیاز به بررسیهای زیر دارد:

۱. فضایی که فدر باید در آن جا داده شود و کار کند.
۲. مقدار F (این فدر چه نیرویی باید اعمال کند).
۳. مقدار تغییر مکان (تغییر مکان مجاز چقدر است؟)
۴. قابلیت اعتماد (R)
۵. توترانس
۶. شرایط کاری و درجه حرارت.

طراح، با در دست داشتن اطلاعات فوق و مقادیر مناسب (N_D)، (d)، (l_f)، (l_s)، (N)، (D) را بدست آورد.

بسامد بحرانی فنرهای مارپیچ (Frequency critical)

هرگاه با یک تحریک کننده در یک طرف استخر شنایی موجی بوجود آوریم، این موج در طول استخر جابجا می شود و به انتهای استخر که رسید برمی گردد؛ این رفت و برگشت آنقدر ادامه می یابد تا آرام شود. همین پدیده در فنرهای مارپیچ رخ می دهد که آنرا تب و تاب فدر Spring surge گویند. اگر سر یک فدر فشاری را به سطح تختی تکیه دهیم و سر دیگر آن را تحریک کنیم، یک موج فشاری بوجود می آید که درست مانند موج آب در استخر از این سر فدر به سر دیگر آن پیش و پس می رود.

سازندگان فدر از تب و تاب فدر سوپاپ موتور خودرو فیلم آهسته تهیه کرده اند. این تصاویر تب و تاب آشکاری را در آن نشان می دهد، طوری که فدر از سطح تماس خود بیرون می پرد.

هنگامی که فنرهای مارپیچ با نوسان تند بکار می روند، طراح باید مطمئن شود که اندازه های فیزیکی فدر آنچنان است که بسامد نوسانهای وارد به آن، نوسانهای نزدیک به بسامد لرزش طبیعی فدر بوجود نمی آورد. در غیر اینصورت احتمال دارد تشدید رخ دهد که منجر به تنشهای زیانبار می گردد، زیرا میرایی درونی مواد فدر

کاملاً پایین است. بنابراین در هنگام تحلیل یا طراحی فنرها برای مقاومت در برابر خستگی، همواره باید بسامد بحرانی را بررسی کرد تا مطمئن شد که ضربه زدن فنر مسئله ای ایجاد نخواهد کرد.

معادله حاکم بر فتری که بین دو سطح تخت و موازی قرار دارد، معادله موجی به شکل زیر است:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{W}{kg l^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

که k ثابت فنر، g شتاب ثقل، l طول فنر بین دو سطح و W وزن فنر می باشد.

بسامد های طبیعی بر حسب رادیان بر ثانیه به صورت رابطه زیر می شود:

$$\omega = m\pi \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

که بسامد اصلی برای $m=1$ و هارمونیک دوم برای $m=2$ و الی آخر بدست می آید.

با استفاده از رابطه $\omega = 2\pi f$ بسامد اصلی بر حسب دور بر ثانیه خواهد بود:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

همچنین «ولفورد» Wolford و «اسمیت» Smith ثابت کرده اند که بسامد فتری که یک سر آن به سطح

تخت تکیه دارد و سر دیگر آن آزاد است، برابر است با:

$$f = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

وزن قسمت فعال یک فنر مارپیچ برابر است با:

$$W = AL\rho = \frac{\pi d^2}{4} (\pi DN_a)(\rho) = \frac{\pi^2 d^2 DN_a \rho}{4}$$

که ρ وزن حجم واحد (نه جرم) است.

بسامد بحرانی اصلی باید ۱۵ تا ۲۰ برابر بسامد نیرو یا حرکت فنر باشد تا از تشدید با هارمونیک ها جلوگیری شود. اگر بسامد به اندازه کافی زیاد نباشد، باید فنر را برای افزایش k یا کاهش W طراحی کرد.

بنابراین

بارگذاری خستگی (Fatigue loading)

فنرها را برای کار در زیر بارهای خستگی می سازند و تقریباً همیشه به همین منظور بکار می روند. در بسیاری از موارد مانند فنر قفلها یا فنر مفصل زانویی کلیدهای برق، تعداد دفعات تکرار بار کم، مثلاً چند هزار است. اما فنر سوپاپ یک موتور خودرو باید میلیون ها دفعه تکرار بار بدون شکست را تحمل کند، یعنی باید برای عمر دائمی طراحی شود.

در مورد میل محورها و بسیاری قطعات دیگر ماشین، بارگذاری خستگی با تنشهای کاملاً دوطرفه امری عادی است. از سوی دیگر، فنرهای مارپیچ هرگز به عنوان فنرهای فشاری و کششی به طور همزمان بکار نمی روند. در حقیقت معمولاً آنها را با پیش بار سوار می کنند که بار عملی به آن اضافه می شود. از این رو نمودار

تنش - زمان بیانگر شرایط معمول برای یک فنر مارپیچ است. بنابراین بدترین شرایط هنگامی روی می دهد که پیش بار وجود نداشته یعنی $\tau_{\min} = 0$ باشد.

نمودار:

$$\left. \begin{matrix} F_{\max} \\ F_{\min} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} F_a = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2} \\ F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \tau_a = k_s \frac{8FD}{\pi d^3} \\ \tau_m = k_s \frac{8F_m D}{\pi d^3} \end{matrix} \right.$$

اما برای محاسبه ضریب ایمنی از

$$\text{روابط زیر استفاده می کنیم:} \quad \begin{cases} \tau_a = S_{se} \\ \tau_a + \tau_m = \tau_{\max} = S_{sy} \end{cases}$$

اکنون بایستی S_{se} را مشخص نمود.

$$S_{se} = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_{se}$$

جهت انتخاب S'_{se} از نتایج آزمایش های زیمرلی استفاده می کنیم؛ زیمرلی به این واقعیت دست یافت که اندازه ماده و استحکام کششی هیچ اثری بر روی حد دوامهای (فقط عمر نامتناهی) فولاد های فنری که اندازه های آنها کمتر از 10mm است ندارد.

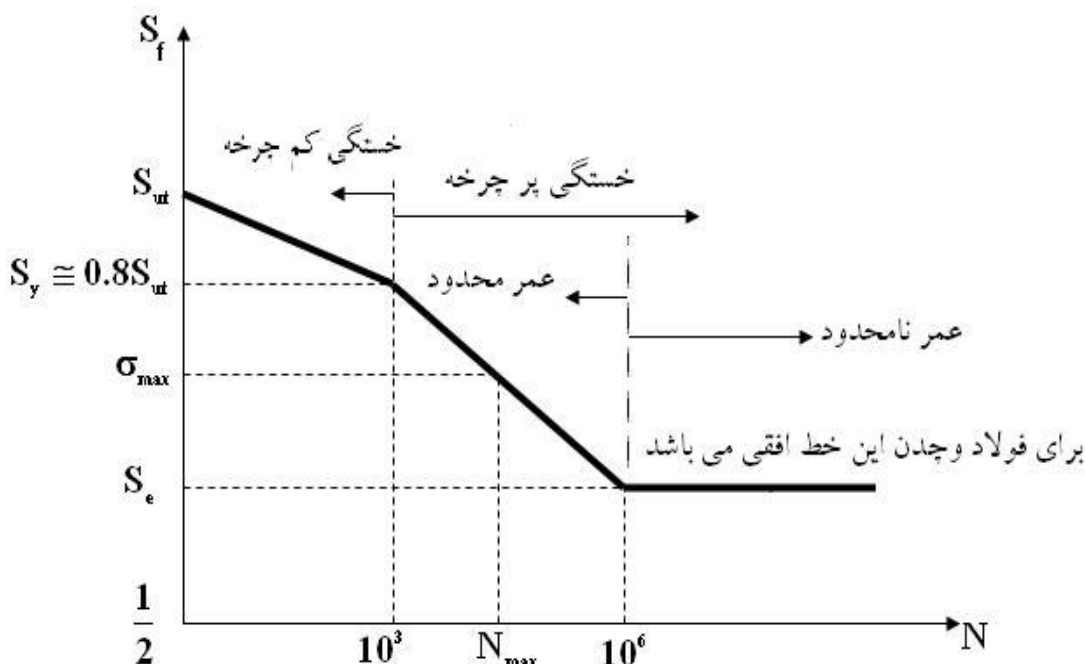
$$\text{نتایج زیمرلی} \quad \begin{cases} S'_{se} = 310 \text{ MPa} \rightarrow \text{برای فنر های سرد کاری نشده} \\ S'_{se} = 465 \text{ MPa} \rightarrow \text{برای فنر های سرد کاری شده} \end{cases}$$

این نتایج برای تمام فولاد های فنری ذکر شده در جدول ۱۰-۲ صادق اند.

این فولاد ها از لحاظ پرداخت سطح و اندازه اصلاح شده اند ($K_a, K_b = 1$) ولی از لحاظ قابلیت اعتماد، دما یا تمرکز تنش اصلاح نشده اند؛ لذا K_c و K_d مانند قبل و $K_f = K_c \leftarrow K_e = \frac{1}{K_c}$ که در این فرمول

K_e همان ضریب اثر انحنا است.

همانطور که قبلاً هم اشاره شد فنر سوپاپ یک موتور خودرو باید میلیونها دفعه تکرار بار بدون شکست را تحمل کند، یعنی باید برای عمر دائمی طراحی شود. اما فنر هایی مانند فنر ضامن (کلید ضامن) بایستی دارای عمر محدود باشند لذا از دیاگرام S-N استفاده می کنیم:



(تا زمانی که عدد منتشر شده ای نداریم از فرمول روبرو استفاده کنیم). $S_{su} = 0.67S_{ut} \xrightarrow{\text{sup pose}}$

نکته: همانطور که قبلاً هم گفته شد، در هنگام تحلیل یا طراحی فنرها برای مقاومت در برابر خستگی، همواره باید بسامد بحرانی را بررسی کرد تا مطمئن شد که ضربه زدن فنر مسئله ای ایجاد نخواهد کرد.

فنرهای مارپیچ پیچشی (Torch helix springs)

این فنرها ترک را انتقال می دهند و در مقابل ترک پیچشی مقاومت دارند. این فنرها بایستی به گونه ای بارگذاری شوند که تعداد کوپل ها افزایش یابد و نه کاهش.

فنرهای پیچشی که برای لوله های درب و راه انداز (starter) خودروها و یا در واقع برای هر جا که گشتاور پیچشی نیاز داریم بکار می رود. آنها را مانند فنرهای فشاری یا کششی می پیچند ولی دو سر آنها را برای انتقال گشتاور پیچشی شکل می دهند.

چون سیم یک فنر پیچشی در عمل زیر اثر گشتاور خمشی $M=Fr$ است، در آن تنش عمودی پدید می آید. می بینید که با فنرهای مارپیچ فشاری یا کششی تفاوت دارد؛ زیرا در سیم آنها تنش پیچشی بوجود می آید. البته تنش پسماندی که با پیچاندن آنها پدید می آید؛ در جهت عمودی ولی در خلاف جهت تنشهای کاری آنها است که حین کار پدید آمده اند. چون این تنشهای پسماند مخالف تنشهای کار آنهاست، سبب قوی تر شدن فنر می گردد، زیرا که همیشه بار در جهت باز شدن فنر به آن وارد می شود. به همین دلیل که تنش پسماند مخالف تنش کار فنر است، می توان فنرهای پیچشی را برای سطوح تنشی حتی تا بیش از مقاومت تسلیم سیم آن، طراحی کرد.

نکته: اگر راهنما یا شاخه ای در داخل فنر بود باید بعد از بارگذاری که قطر کم می شود، قطر از قطر قطعه راهنما کمتر نشود؛ زیرا فنر مانند تیر یک سر گیردار عمل می کند و سریعاً شکسته می شود.

تنش خمشی را می‌توان با بکار بردن نظریه تیر خمیده بدست آورد. بهتر است که رابطه را به شکل زیر بنویسیم :

$$\sigma = K \frac{Mc}{I} \quad (\text{الف})$$

طوری که K در اینجا به عنوان ضریب تمرکز تنش می‌باشد و نقش ضریب کاهش مقاومت را ندارد. مقدار K به شکل سیم و اینکه تنش خواسته شده برای لایه درونی حلقه است یا لایه بیرونی حلقه، بستگی دارد. وال بطور تحلیلی، مقادیر K را برای سیم گرد به قرار زیر تعیین کرده است :

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C-1)} \quad K_o = \frac{4C^2 + C - 1}{4C(C+1)}$$

که C شاخص فنر و اندیس‌ها i و o به ترتیب مربوط به لایه‌های درونی و بیرونی حلقه فنر است. چون K_o همیشه کمتر از واحد است، پس برای تعیین تنشها، فقط K_i را بکار خواهیم برد. هنگامی که گشتاور خمشی $M=Fr$ و مدول مقطع $I/c = \pi d^3/32$ را در معادله :

$$\sigma = K_i \frac{32Fr}{\pi d^3} \rightarrow \text{که تنش خمشی را برای یک فنر پیچشی با سیم گرد می‌دهد}$$

تغییر شکل

انرژی کرنش در خمش از معادله زیر چنین است :

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EI}$$

برای فنر پیچشی، گشتاور $M=Fr$ است و انتگرال گیری باید در طول سیم انجام شود. نیروی F سبب تغییر شکل در فاصل $r\theta$ می‌گردد که θ کل تغییر شکل زاویه‌ای فنر است. با بکار بردن قضیه کاستیگلیانو داریم :

$$r\theta = \frac{\partial U}{\partial F} = \int_0^{\pi DN} \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{F^2 r^2 dx}{2EI} \right) = \int_0^{\pi DN} \frac{Fr^2 dx}{EI}$$

برای سیم گرد $I = \pi d^4/64$ می‌گذاریم و از معادله (ج)، θ را بدست می‌آوریم :

$$\theta = \frac{64FrDN}{d^4E} \quad (۱)$$

که θ تغییر شکل زاویه‌ای فنر به رادیان است. پس نرخ فنر (ضریب فنریت) برابر است با :

$$k = \frac{Fr}{\theta} = \frac{d^4E}{64DN} \quad (*)$$

نرخ فنر را می‌توان بصورت گشتاور پیچشی لازم برای یکدور پیچیدن فنر نیز بیان کرد.

این مقدار با ضرب معادله (*) در 2π بدست می‌آید. یعنی :

$$k' = \frac{d^4E}{10.2DN}$$

این معادلات تغییر شکل، بدون احتساب خمیدگی سیم، بدست آمده است. آزمایشهای عملی نشان می‌دهد

که اگر به جای ضریب 10.2 از ضریب 10.8 استفاده کنیم جواب بهتری می‌گیریم پس داریم :

$$k' = \frac{d^4 E}{10.8 D N}$$

فترهای پیچشی را اغلب به دور یک میله گرد (پین) سوار می‌کنند. زمانی که به یک فتر پیچشی بار وارد می‌شود، سبب پیچیدن آن و کاهش قطر درونی آن می‌گردد. بنابراین بهتر است مطمئن شویم که قطر درونی فتر هرگز به اندازه قطر میله یا پین نخواهد شد؛ وگرنه، شکست فتر رخ خواهد داد. قطر درونی یک فتر پیچشی زیر بار را می‌توان چنین بدست آورد.

$$D'_i = \frac{N}{N'} D_i$$

که :

N = تعداد حلقه‌های بدون بار

D_i = قطر درونی بدون بار

N' = تعداد حلقه‌ها پس از بارگذاری

D'_i = قطر درونی فتر پس از بارگذاری

در این فترها به جای استفاده از تئوری گودمن از تئوری گزیر استفاده می‌کنیم :

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = \frac{1}{n}$$

با هر دور پیچش قطر داخلی و خارجی نیز کاهش می‌یابد.

بقیه مراحل طراحی این فترها همانند فترهای کششی و فشاری است.

• فترهای سری و موازی :

برای فترهای موازی $\leftarrow k_e = k_1 + k_2 + k_3 + \dots$

برای فترهای سری $\leftarrow \frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$

مثال (۱) :

یک فتر کششی از سیم موسیقی $0.6mm$ ساخته شده و قطر بیرونی آن $4.8mm$ است. فتر با پیش کشش $1.1N$ پیچیده شده است و بار بین این مقدار و $6.8N$ نوسان می‌کند. چون فتر ممکن است به طور استاتیکی یا بر اثر خستگی گسیخته شود، ضریب ایمنی را برای هر دو گسیختگی پیدا کنید.

حل:

$$D_0 = 4.8mm \quad d = 0.6mm \quad F_{min} = 1.1N \quad F_{max} = 6.8N$$

$$D = D_0 - d = 4.8 - 0.6 = 4.2mm$$

$$A = 2170MPa \rightarrow m = 0.146 \quad \text{و} \quad S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{2170}{(0.6)^{0.146}} \Rightarrow S_{ut} = 2338MPa$$

$$\begin{cases} S_{ut} = 2338MPa \\ S_y = 0.75S_{ut} = 1753.5MPa \\ S_{sy} = 0.577S_y = 0.577 \times 1753.5 = 1011.78MPa \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_m = \frac{6.8+1.1}{2} = 3.95N \\ F_a = \frac{6.8-1.1}{2} = 2.85N \end{cases} \quad \text{و} \quad C = \frac{D}{d} = \frac{4.2}{0.6} = 7$$

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C} = 1 + \frac{0.5}{7} = 1.07 \quad \text{و} \quad K_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} = 1.21$$

$$K_c = \frac{K_w}{K_s} = 1.13 \rightarrow K_e = \frac{1}{1.13} = 0.885$$

$$\tau_a = K_s \frac{8F_a D}{\pi d^3} = 1.07 \times \frac{8 \times 2.85 \times 4.2}{\pi (0.6)^3} = 151 \text{ MPa}$$

$$\tau_m = K_s \frac{8F_m D}{\pi d^3} = 1.07 \times \frac{8 \times 3.95 \times 4.2}{\pi (0.6)^3} = 209.27 \text{ MPa}$$

$$S'_{es} = 310 \text{ MPa} \rightarrow S_{es} = 1 \times 1 \times 1 \times 0.885 \times 1 \times 310 = 274.35 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \tau_a + \tau_m = \frac{S_{sy}}{n_s} \Rightarrow 360.27 = \frac{1011.78}{n_s} \Rightarrow n_s = 2.8$$

$$\tau_a = \frac{S_{se}}{n_f} \Rightarrow n_f = \frac{274.35}{151} = 1.82$$

مثال (۲) - مدرج کردن در کار ماشین، زمانی بکار می‌رود که بخواهیم قطعه گردی را که می‌سازیم به چند پاره معین تقسیم کنیم. هنگامی که تکمه را بیرون می‌کشیم قطعه ۶ که قطعه کار را نگه داشته است به سوی وضعیت بعدی می‌چرخد و با آزاد کردن پین مدرج، در جای خود قفل می‌شود. در این مثال می‌خواهیم فنری را برای وارد کردن نیرویی حدود ۱۴ نیوتن طراحی کنیم تا در جایی که در طرح برای آن منظور شده است جا بیفتد.

حل - چون این گیره تولید بالایی ندارد. یکی از فنرهای موجود در انبار را بکار می‌بریم که از نوع سیم موسیقی است. در یک کاتالوگ ۷۶ فنر موجود است که قطر بیرونی آن ۱۲ میلیمتر و برای کار درون یک سوراخ به قطر ۱۲/۵ میلیمتر طراحی شده است. آنها را از ۷ اندازه گوناگون سیم ساخته‌اند که بین ۰/۹۵ تا ۱/۶ میلیمتر است و طول آزاد آنها بین ۱۲/۵ تا ۶۲/۵ است که به اندازه سیم بستگی دارد.

چون تکمه کششی باید تا ۱۸/۸ میلیمتر برای تقسیم بالا بیاید و هنگام پایین بودن پین فضای مجود برای فنر ۳۴/۴ میلیمتر است، طول بسته نمی‌تواند بیشتر از ۱۵/۶ باشد.

اکنون از فنری آغاز می‌کنیم که قطر بیرونی آن ۱۲ میلیمتر، اندازه سیم ۱/۲۶ میلیمتر، طول آزاد ۴۳/۸ میلیمتر، تعداد کل حلقه‌ها ۱۱/۵ و دو سر آن ساده است. پس برای سیم موسیقی $m=0.163$ و $A=2060 \text{ MPa}$ است. بنابراین

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{206}{(1.26)^{0.163}} = 1984 \text{ MPa}$$

و

$$S_{sy} = 0.45S_{ut} = 0.45(1984) = 892.7 \text{ MPa}$$

و برای فنر با دو سر ساده $N_a = N_t = 11.5$. همچنین :

$$D = D_0 - d = 12 - 1.26 = 10.74$$

پس از آن نرخ فنر چنین است :

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 N_a} = \frac{(1.26)^4 (79.23)(10)^6}{8(10.74)^3 (11.5)} = 1752 \text{ N/m}$$

همچنین طول بسته فنر برابر است با :

$$L_s = d(N_t + 1) = 1.26(11.5 + 1) = 15.75 \text{ mm}$$

آنگاه که پین پائین است، نیروی فنر چنین می شود :

$$F_{\min} = ky = 1752(43.8 - 34.4)(10^{-3}) = 16.47 \text{ N}$$

هنگامی که پین را بالا می کشیم، نیروی فنر برابر است با :

$$F_{\max} = 1752(43.8 - 15.75)(10^{-3}) = 49.14 \text{ N}$$

اگر $C = D/d = \frac{10.74}{1.26}$ و $K_s = (2C + 1)/2C = 1.059$ بکار بریم تنش برای طول بسته برابر است با :

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3} = 1.059 \frac{8(49.14)(10.74)}{\pi (1.26)^3} = 711 \text{ MPa}$$

ولی این فنر خیلی قوی است و طول بسته آن بسیار بلند است. بنابراین باید یک سیم نازکتر بکار بریم :

پس از چند سعی و خطا، فنی که پیدا می شود $F_{\min} = 10.4 \text{ N}$ و $F_{\max} = 32.9 \text{ N}$ و $\tau_{\max} = 652 \text{ MPa}$ است. کماتش رخ نخواهد داد. ویژگیها و دیگر نتایجی که برای این فنر پیدا می شود چنین است :

جنس سیم موسیقی

دو سر ساده

قطر سیم $d = 1/16 \text{ mm}$

قطر بیرونی $D_0 = 12/16 \text{ mm}$

قطر متوسط $D = 11/16 \text{ mm}$

کل تعداد حلقه ها $N_t = 11/5$

طول آزاد $L_0 = 44 \text{ mm}$

طول بسته $L_s = 14/16 \text{ mm}$

شاخص فنر $C = 9/7$

نرخ فنر $k = 1106 \text{ N/M}$

مقاومت تسلیم پیچشی $S_{sy} = 960 \text{ MPa}$