

به نام پروردگار یکتا

اصول عملیات واحد

(جلسه دوم)

مدرس: عباسی

مثال: نشان دهید:

$$dx_A = \frac{dw_A}{M_A M_B \left(\frac{w_A}{M_A} + \frac{w_B}{M_B} \right)^2}$$

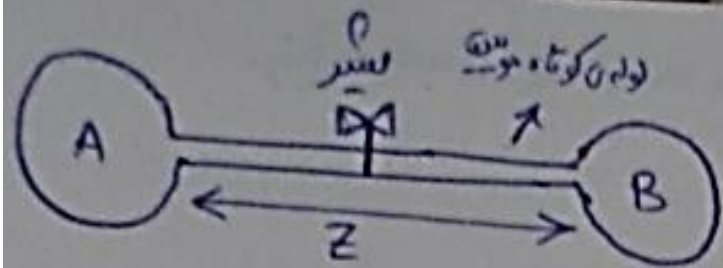
پیش: $x_A = \frac{C_A}{C}$
 $C_A = \frac{\rho_A}{M_A}$
 $C = C_A + C_B$

$$\Rightarrow x_A = \frac{\frac{\rho_A}{M_A}}{\frac{\rho_A}{M_A} + \frac{\rho_B}{M_B}}, \quad w_A = \frac{\rho_A}{\rho} \Rightarrow x_A = \frac{\frac{w_A}{M_A}}{\frac{w_A}{M_A} + \frac{w_B}{M_B}}$$

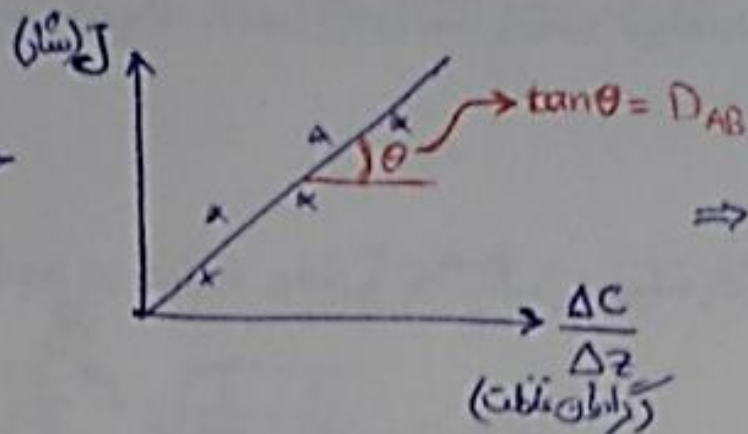
مشتق گیری $\Rightarrow dx_A = \frac{\left(\frac{w_A}{M_A} + \frac{w_B}{M_B} \right) \frac{1}{M_A} dw_A - \frac{w_A}{M_A} \left(\frac{dw_A}{M_A} + \frac{dw_B}{M_B} \right)}{\left(\frac{w_A}{M_A} + \frac{w_B}{M_B} \right)^2} \quad (*)$

$w_A + w_B = 1 \Rightarrow dw_A = -dw_B \quad (*) \Rightarrow dx_A = \frac{dw_A}{M_A M_B \left(\frac{w_A}{M_A} + \frac{w_B}{M_B} \right)^2}$

تکلیف ۲: در یک مخلوط جوهری، ارتباط بین x_A و w_A را به دست آورید؟



$$D_{AB} = f(T, P, C, \dots)$$



$$\Rightarrow J \propto \frac{dC}{dz} \Rightarrow J_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

چون گرادیان غلظت مثبت است، این علامت منفی، شمار را مثبت می‌کند.

نمود پذیرش/ضریب نفوذ (diffusivity)

مشارایا آزمایش و قانون فیک :

- ۱- دما و فشار ثابت
- ۲- عدم وجود نیروی خارجی
- ۳- مخلوط یا سیستم رقیق

$$C_t \frac{dx_A}{dz} = \frac{dC_A}{dz}$$

برای غلظت ثابت
 $C = cte$

$$J_A = -CD_{AB} \frac{dx_A}{dz}$$

حالت کلی تر برای
 $C \neq cte$

غلظت کل ثابت

$$* \text{ برای گازها و مایعات } \Rightarrow PV = nRT \Rightarrow \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} \Rightarrow C_A = \frac{n_A}{V} = \frac{P_A}{RT}$$

* N ، شمار نسبت به محل مشخص از فضا (ناظر ساکن) و J ، شار یک جزء نسبت به سرعت مولی متوسط همه اجزا است.

مثال: نشان دهید که در یک سیستم دوجزئی با نظمت کلی ثابت ، $D_{AB} = D_{BA}$.

$$\left. \begin{array}{l} \sum J_i = 0 \quad \xrightarrow{\text{برای سیستم دوجزئی}} J_A + J_B = 0 \\ J_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} , \quad J_B = -D_{BA} \frac{dC_B}{dz} \end{array} \right\} \Rightarrow -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} + \left(-D_{BA} \frac{dC_B}{dz} \right) = 0 \quad (*)$$

$$C_t = \text{cte} \Rightarrow C_A + C_B = \text{cte} \Rightarrow \frac{dC_A}{dz} = -\frac{dC_B}{dz} \xRightarrow{(*)} D_{AB} = D_{BA}$$

مثال: ثابت کنید اگر $J_A = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z}$ ، C باید ثابت باشد.

$$\begin{aligned} \text{پاسخ: } C = C_A + C_B & \xrightarrow{\times U} CU = C_A U + C_B U \\ U = \frac{1}{C} (C_A U_A + C_B U_B) & \xrightarrow{\times C} CU = C_A U_A + C_B U_B \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} C = C_A + C_B \\ U = \frac{1}{C} (C_A U_A + C_B U_B) \end{aligned}} \right\} \Rightarrow C_A U + C_B U = C_A U_A + C_B U_B \quad (*)$$

$$\left. \begin{aligned} J_A = C_A (U_A - U) & \Rightarrow -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} = C_A U_A - C_A U \\ J_B = C_B (U_B - U) & \Rightarrow -D_{AB} \frac{\partial C_B}{\partial z} = C_B U_B - C_B U \end{aligned} \right\} \xRightarrow{\text{ع.}} -D_{AB} \left(\frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_B}{\partial z} \right) = C_A U_A + C_B U_B - (C_A U + C_B U)$$

$$\xRightarrow{(*)} \frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_B}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} (C_A + C_B) = 0 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \Rightarrow C = \text{cte}$$

* در این درس ، هدف پیدا کردن سطر انتقال جرم و درختیات ، مقدار انتقال جرم است . در این راه نیاز است مقدار ضریب نفوذ را محاسبه کنیم .

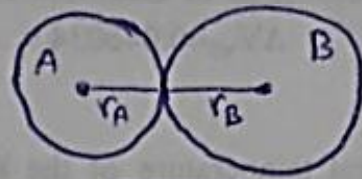
منابع: نفوذ در گازها

برای مخلوط گازهای غیر قطبی، ریا یک گاز قطبی همراه با یک گاز غیر قطبی، رابطه Wilk-Lee ارائه شده است:

$$D_{AB} = \frac{2 \times 10^{-22} (1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}) T^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P_t (S_{AB})^2 \Omega_D} \rightarrow \text{kg/kgmol}$$

$\downarrow m^2/s$
 $\downarrow Pa$
 $\downarrow m$
 $\downarrow$ تابع برخورد
 $\downarrow$ مقدار جابجایی دو اتم هنگام برخورد

$$\delta_{AB} = \frac{r_A + r_B}{2}$$

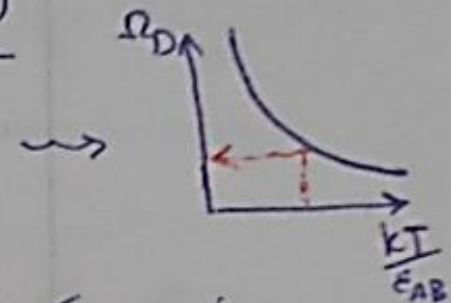


$$\Omega_D = f\left(\frac{KT}{\epsilon_{AB}}\right) \rightarrow \epsilon_{AB} = \sqrt{\epsilon_A \cdot \epsilon_B}$$

$$K = 1.381 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$$

ثابت بولتزمن

compound	r (Å)	$\frac{\epsilon}{K}$ (K)



در مواردی که اطلاعات جدول بالا در دسترس نباشد، از روابط زیر کمک می‌گیریم:

$$\begin{cases} r = 1.18 V_c^{1/3} \rightarrow \left(\frac{cm^3}{gmol}\right) \text{ حجم مولکولی در دما بحرانی} \\ \frac{\epsilon}{K} = 1.21 T_b \rightarrow (K) \text{ نقطه جوش نرمال} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 0.833 V_c^{1/3} \rightarrow \left(\frac{cm^3}{gmol}\right) \text{ حجم جابجایی} \\ \frac{\epsilon}{K} = 0.75 T_c \rightarrow (K) \text{ دمای بحرانی} \end{cases}$$

جدول (۳-۳): مقدار σ بر حسب آنگستروم و $\epsilon/k (K)$ برای گازهای مختلف

علامت یا فرمول	نام	$\sigma (A^{\circ})$	$\epsilon/k (K)$
Argon	Ar	۳/۵۴۲	۹۳/۳
Helium	He	۲/۵۵۱	۱۰/۲۲
Krypton	Kr	۳/۶۵۵	۱۷۸/۹
Neon	Ne	۲/۸۲۰	۳۲/۸
Xenon	Xe	۴/۰۴۷	۲۳۱/۰
Air	Air	۳/۷۱۱	۷۸/۶
Bromine	Br _۲	۴/۲۹۶	۵۰۷/۹
Carbon tetrachloride	CCl _۴	۵/۹۴۷	۳۲۲/۷
Carbon tetrafluoride	CF _۴	۴/۶۶۲	۱۳۴/۰

علامت یا فرمول	نام	$\sigma (A^{\circ})$	$\epsilon/k (K)$
Chloroform	CHCl _۳	۵/۳۸۹	۳۴۰/۲
Methylene chloride	CH _۲ Cl _۲	۴/۸۹۸	۳۵۶/۳
Bromide Methyl	CH _۳ Br	۴/۱۱۸	۴۴۹/۲
Chloride Methyl	CH _۳ Cl	۴/۱۸۲	۳۵۰
Methanol	CH _۳ OH	۳/۶۲۶	۴۸۱/۸
Methane	CH _۴	۳/۷۵۸	۱۴۸/۶
Monoxide Carbon	CO	۳/۶۹۰	۹۱/۷
dioxide Carbon	CO _۲	۳/۹۴۱	۱۹۵/۲
disulfide Carbon	CS _۲	۴/۴۸۳	۴۶۷
Acetylene	C _۲ H _۲	۴/۰۳۳	۲۳۱/۸
Ethylene	C _۲ H _۴	۴/۱۶۳	۲۲۴/۷
Ethane	C _۲ H _۶	۴/۴۴۳	۲۱۵/۷
Ethyl Chloride	C _۲ H _۵ Cl	۴/۸۹۸	۳۰۰
Ethanol	C _۲ H _۵ OH	۴/۵۳۰	۳۶۲/۶
Methyl ether	CH _۳ OCH _۳	۴/۳۰۷	۳۹۵/۰
Propylene	CH _۳ CHCH _۳	۴/۶۷۸	۲۹۸/۹
Methylacetylene	CH _۳ CCH	۴/۷۶۱	۲۵۱/۸
Cyclopropane	C _۳ H _۶	۴/۸۰۷	۲۴۸/۹
Propane	C _۳ H _۸	۵/۱۱۸	۲۳۷/۱
n- Propyl alcohol	n - C _۳ H _۷ OH	۴/۵۴۹	۵۷۶/۷
Acetone	CH _۳ COCH _۳	۴/۶۰۰	۵۶۰/۲
Methyl acetate	CH _۳ COOCH _۳	۴/۹۳۶	۴۶۹/۸
n -Butane	n - C _۴ H _{۱۰}	۴/۶۸۷	۵۳۱/۴
Isobutane	iso C _۴ H _{۱۰}	۵/۲۷۸	۳۳۰/۱
Ethyl ether	C _۲ H _۵ OC _۲ H _۵	۵/۶۷۸	۳۱۳/۸
Ethyl acetate	CH _۳ COOC _۲ H _۵	۵/۲۰۵	۵۲۱/۳
n- Pentane	n - C _۵ H _{۱۲}	۵/۷۸۴	۳۴۱/۱
Benzene	C _۶ H _۶	۵/۳۴۹	۴۱۲/۳

علامت یا فرمول	نام	$\sigma (A^{\circ})$	$\epsilon/k (K)$
Cyclohexane	C _۶ H _{۱۲}	۶/۱۸۲	۲۹۷/۱
n-Hexane	n - C _۶ H _{۱۴}	۵/۹۴۹	۳۹۹/۳
Chlorine	Cl _۲	۴/۲۱۷	۳۱۶/۰
Fluorine	F _۲	۳/۳۵۷	۱۱۲/۶
Hydrogen bromide	HBr	۳/۳۵۳	۴۴۹
Hydrogen cyanide	HCN	۳/۶۳۰	۵۶۹/۱
Hydrogen chloride	HCl	۳/۳۳۹	۳۲۴/۷
Hydrogen fluoride	HF	۳/۱۴۸	۳۳۰
Hydrogen iodide	HI	۴/۲۱۱	۲۸۸/۷
Hydrogen	H _۲	۲/۸۲۷	۵۹/۷
Water	H _۲ O	۲/۶۴۱	۸۰۹/۱
Hydrogen peroxide	H _۲ O _۲	۴/۱۹۶	۲۸۹/۳
Hydrogen sulfide	H _۲ S	۳/۶۲۳	۳۰۱/۱
Mercury	Hg	۲/۹۶۹	۷۵۰
Iodine	I _۲	۵/۱۶۰	۴۷۴/۲
Ammonia	NH _۳	۲/۹۰۰	۵۵۸/۳
Nitric oxide	NO	۳/۴۹۲	۱۱۶/۷
Nitrogen	N _۲	۳/۷۹۸	۷۱/۴
Nitrogen oxide	NO _۲	۳/۸۲۸	۲۳۲/۴
Oxygen	O _۲	۳/۴۶۷	۱۰۶/۷
Phosphine	PH _۳	۳/۹۸۱	۲۵۱/۵
Sulfur dioxide	SO _۲	۴/۱۱۲	۳۳۵/۴
Uranium hexafluoride	UF _۶	۵/۹۶۷	۲۳۶/۸

جدول (۳-۴): مقدار تابع برخورد Ω بر حسب $\frac{kT}{\epsilon_{AB}}$

Ω	kT/ϵ	Ω	kT/ϵ	Ω	kT/ϵ
۰/۳۰	۲/۶۶۲	۱/۶۵	۱/۱۵۳	۴/۰	۰/۸۸۳۶
۰/۳۵	۲/۴۷۶	۱/۷۰	۱/۱۴۰	۴/۱	۰/۸۷۸۸
۰/۴۰	۲/۳۱۸	۱/۷۵	۱/۱۲۸	۴/۲	۰/۸۷۴۰
۰/۴۵	۲/۱۸۴	۱/۸۰	۱/۱۱۶	۴/۳	۰/۸۶۹۴
۰/۵۰	۲/۰۹۹	۱/۸۵	۱/۱۰۵	۴/۴	۰/۸۶۵۲
۰/۵۵	۱/۹۶۶	۱/۹۰	۱/۰۹۴	۴/۵	۰/۸۶۱۰
۰/۶۰	۱/۸۷۷	۱/۹۵	۱/۰۸۴	۴/۶	۰/۸۵۶۸
۰/۶۵	۱/۷۹۸	۲/۰۰	۱/۰۷۵	۴/۷	۰/۸۵۳۰
۰/۷۰	۱/۷۲۹	۲/۱	۱/۰۵۷	۴/۸	۰/۸۴۹۲
۰/۷۵	۱/۶۶۷	۲/۲	۱/۰۴۱	۴/۹	۰/۸۴۵۶
۰/۸۰	۱/۶۱۲	۲/۳	۱/۰۲۶	۵/۰	۰/۸۴۲۲

۰/۸۵	۱/۵۶۲	۲/۴	۱/۰۱۲	۶	۰/۸۱۲۴
۰/۹۰	۱/۵۱۷	۲/۵	۰/۹۹۹۶	۷	۰/۷۸۹۶
۰/۹۵	۱/۴۷۶	۲/۶	۰/۹۸۷۸	۸	۰/۷۷۱۲
۱/۰۰	۱/۴۳۹	۲/۷	۰/۹۷۷۰	۹	۰/۷۵۵۶
۱/۰۵	۱/۴۰۶	۲/۸	۰/۹۶۷۲	۱۰	۰/۷۴۲۴
۱/۱۰	۱/۳۷۵	۲/۹	۰/۹۵۷۶	۲۰	۰/۶۶۴۰
۱/۱۵	۱/۳۴۶	۳/۰	۰/۹۴۹۰	۳۰	۰/۶۲۳۲
۱/۲۰	۱/۳۲۰	۳/۱	۰/۹۴۰۶	۴۰	۰/۵۹۶۰
۱/۲۵	۱/۲۹۶	۳/۲	۰/۹۳۲۸	۵۰	۰/۵۷۵۶
۱/۳۰	۱/۲۷۳	۳/۳	۰/۹۲۵۶	۶۰	۰/۵۵۹۶
۱/۳۵	۱/۲۵۳	۳/۴	۰/۹۱۸۶	۷۰	۰/۵۴۶۴
۱/۴۰	۱/۲۳۳	۳/۵	۰/۹۱۲۰	۸۰	۰/۵۳۵۲
۱/۴۵	۱/۲۱۵	۳/۶	۰/۹۰۵۸	۹۰	۰/۵۲۵۶
۱/۵۰	۱/۱۹۸	۳/۷	۰/۸۹۹۸	۱۰۰	۰/۵۱۳۰
۱/۵۵	۱/۱۸۲	۳/۸	۰/۸۹۴۲	۲۰۰	۰/۴۶۴۴
۱/۶۰	۱/۱۶۷	۳/۹	۰/۸۸۸۸	۳۰۰	۰/۴۳۶۰

اگر اجزاء سازنده هوای ثابت باشد، می توان آن را به صورت یک ماده ی واحد در نظر گرفت و ضریب نفوذ در هوا را محاسبه کرد.

مثال: ضریب نفوذ بخارات نفتالین را در هوای منفرد به سائت گراد و فشار اتمسفر به دست آورید.

پاسخ: $A = \text{نفتالین}$, $B = \text{هوا}$

$$\xrightarrow{\text{مراجع}} T_{CA} = 748.4 \text{ K} , V_{CA} = 408 \frac{\text{cm}^3}{\text{g mol}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\epsilon_A}{K} = 0.75 T_{CA} = 0.75 \times 748.4 = 561.3 \text{ K} \\ r_A = 0.833 V_{CA}^{1/3} = 0.833 (408)^{1/3} = 6.18 \text{ \AA} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جدول}} \begin{cases} \frac{\epsilon_B}{K} = 78.4 \\ r_B = 3.711 \text{ \AA} \end{cases} \quad \boxed{78.6}$$

Neon	Ne	۲/۰۴۷	۲۲/۰
Xenon	Xe	۳/۷۱۱	۷۸/۶
Air	Air		

$$\Rightarrow s_{AB} = \frac{r_A + r_B}{2} = \frac{6.18 + 3.711}{2} = 4.945 \text{ \AA} = 4.945 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \frac{\epsilon_{AB}}{K} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{K} \cdot \frac{\epsilon_B}{K}} = \sqrt{(561.3)(78.4)} = 209.99 \text{ K} \Rightarrow \frac{KT}{\epsilon_{AB}} = \frac{273}{209.99} = 1.3$$

$$\Rightarrow D_{AB} = \frac{2 \times 10^{-22} (1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{128.16} + \frac{1}{29}}) (273)^{1/3} \sqrt{\frac{1}{128.16} + \frac{1}{29}}}{101325 (4.945 \times 10^{-10}) (1.273)} = 6.074 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \boxed{1.24}$$

جدول (۳-۴): مقدار تابع برخورد Ω بر حسب $\frac{kT}{\epsilon_{AB}}$

Ω	kT/ϵ	Ω	kT/ϵ	Ω	kT/ϵ
۰/۳۰	۲/۶۶۲	۱/۶۵	۱/۱۵۳	۴/۰	۰/۸۸۳۶
۰/۳۵	۲/۴۷۶	۱/۷۰	۱/۱۴۰	۴/۱	۰/۸۷۸۸
۰/۴۰	۲/۳۱۸	۱/۷۵	۱/۱۲۸	۴/۲	۰/۸۷۴۰
۰/۴۵	۲/۱۸۴	۱/۸۰	۱/۱۱۶	۴/۳	۰/۸۶۹۴
۰/۵۰	۲/۰۹۹	۱/۸۵	۱/۱۰۵	۴/۴	۰/۸۶۵۲
۰/۵۵	۱/۹۶۶	۱/۹۰	۱/۰۹۴	۴/۵	۰/۸۶۱۰
۰/۶۰	۱/۸۷۷	۱/۹۵	۱/۰۸۴	۴/۶	۰/۸۵۶۸
۰/۶۵	۱/۷۹۸	۲/۰۰	۱/۰۷۵	۴/۷	۰/۸۵۳۰
۰/۷۰	۱/۷۲۹	۲/۱	۱/۰۵۷	۴/۸	۰/۸۴۹۲
۰/۷۵	۱/۶۶۷	۲/۲	۱/۰۴۱	۴/۹	۰/۸۴۵۶
۰/۸۰	۱/۶۱۲	۲/۳	۱/۰۲۶	۵/۰	۰/۸۴۲۲

۰/۸۵	۱/۵۶۲	۲/۴	۱/۰۱۲	۶	۰/۸۱۲۴
۰/۹۰	۱/۵۱۷	۲/۵	۰/۹۹۹۶	۷	۰/۷۸۹۶
۰/۹۵	۱/۴۷۶	۲/۶	۰/۹۸۷۸	۸	۰/۷۷۱۲
۱/۰۰	۱/۴۳۹	۲/۷	۰/۹۷۷۰	۹	۰/۷۵۵۶
۱/۰۵	۱/۴۰۶	۲/۸	۰/۹۶۷۲	۱۰	۰/۷۴۲۴
۱/۱۰	۱/۳۷۵	۲/۹	۰/۹۵۷۶	۲۰	۰/۶۶۴۰
۱/۱۵	۱/۳۴۶	۳/۰	۰/۹۴۹۰	۳۰	۰/۶۲۳۲
۱/۲۰	۱/۳۲۰	۳/۱	۰/۹۴۰۶	۴۰	۰/۵۹۶۰
۱/۲۵	۱/۲۹۶	۳/۲	۰/۹۳۲۸	۵۰	۰/۵۷۵۶
۱/۳۰	۱/۲۷۲	۳/۳	۰/۹۲۵۶	۶۰	۰/۵۵۹۶
۱/۳۵	۱/۲۵۳	۳/۴	۰/۹۱۸۶	۷۰	۰/۵۴۶۴
۱/۴۰	۱/۲۳۳	۳/۵	۰/۹۱۲۰	۸۰	۰/۵۳۵۲
۱/۴۵	۱/۲۱۵	۳/۶	۰/۹۰۵۸	۹۰	۰/۵۲۵۶
۱/۵۰	۱/۱۹۸	۳/۷	۰/۸۹۹۸	۱۰۰	۰/۵۱۳۰
۱/۵۵	۱/۱۸۲	۳/۸	۰/۸۹۴۲	۲۰۰	۰/۴۶۴۴
۱/۶۰	۱/۱۶۷	۳/۹	۰/۸۸۸۸	۳۰۰	۰/۴۳۶۰

مهلت ارسال پاسخ: تا یک هفته پس از ارسال فایل تدریس

ارسال پاسخ به ایمیل:

a.abasi.eng2014@gmail.com

در عنوان ایمیل حتما "تکلیف دوم درس اصول عملیات واحد" نوشته شود.

نام فایل، نام دانشجو باشد.

دقت کنید که انجام تکالیف و ارسال آن ها به منزله حضور در کلاس مجازی است.