

جزوه درس مقاومت مصالح

نیم نصاب

دسیسول ها:

در کسیت ها چه دسیسین بین الفللی (SI) یاد دسیسین انسی کسیت ها طارر شائل

جرم (m)، لچ (t) و طول (L) می باشند

بنابراین داریم: $F = ma = M \cdot \frac{L \cdot T^{-2}}{a}$ نیرو $F = k \cdot x$ نیرو

سرعت $v = \frac{L}{T} = LT^{-1}$

پا = نیرو = $\frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$ سطح

تاب $a = \frac{v}{T} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$

نکته: در بحث دسیسول ها فقط از سواحد بالا استفاده می شود

یادگیری

$$\begin{aligned} 1 \text{ ft} &= 12 \text{ inch} \\ 1 \text{ inch} &= 2.54 \text{ cm} \\ 1 \text{ ft} &= 30.48 \text{ cm} \end{aligned}$$

شماره ای اصلی مکانیک جامدات برپس مقاومت داخلی و تغییر شکل اجسام تحت اثر بارها خارجی، می باشد

بر اساس مفهوم فوق در مکانیک جامدات بحث نیرو و تغییر شکل و اهمیت دارد.

Shahab-

بر اساس دو مفهوم نیرو و تغییر شکل مفهوم انرژی تعریف می شود، این امر مستلزم مطالعه

نیروهای است که در داخل جسم به وجود می آیند تا صورتها نیروهای خارجی مؤثر جسم تعادل

آن را برقرار کنند

از این گام در تعادل، تهیه یک رایزنم (Free body) از جسم یا قطعه مورد بررسی باید

که مکان کلیه نیروها در نقاط تأثیرشان مشخص شده اند.

اسطلاحاً این رایزنم را رایزنم جسم آزاد می گویند.

به دلیل اینکه می بینیم نیروها داخلی ناشی از نیروهای خارجی بر جسم موضوع علمی درس تعادلات

مطابق می باشد، در گام بعدی منصفه ای فرضی درخواه از جسم عبور داده می شود لغوی که جسم

بفرد کامل به دو قسمت مجزا تقسیم گردد. این روش را روش مقطع می گویند.

نکته: اگر جسمی کاملاً در تعادل باشد هر جزو آن نیز باید در تعادل باشد در نتیجه:

نیروهای خارجی مؤثر در یک طرف هر مقطع وخواه بانبرهای به وجود آمده در سطح مقطع طرف

(که نیروهای مقاوم را هم نامیده می شود) در تعادل هستند. بنابراین:

نیروهای مقاوم داخلی، نیروهای خارجی را تعادل می کنند.

یا ددی از استای:

تعریف جسم سلب (rigid):

جسم سلب جسمی است که با تراعات نیرو هیچ گونه تغییر شکلی ندارد، به عبارت دیگر تغییر

موقعیت نقاط یا اجزای مختلف آن جسم نسبت به یکدیگر منفرد باشند

معادلات تعادل:

برای معادلات استای برای تعادل یک جسم سلب (rigid) باید هم برای تعادل انتقالی

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

و هم تعادل دورانی داشته باشد یعنی

بنابراین مجموع مؤلفه‌های تمام نیروها مؤثر بر جسم در سه استوار مجبور به هم (x, y, z)

باید منفرد باشند، همچنین برای حفظ تعادل مجموع گشتاورهای تعادل نیروها حول این 3 محور

مجبور به هم باید منفرد باشند. به همین علت در مورد مسائل دینامیکی، کلیه اعضاء و نیروها در یک

$$\sum F_x = 0$$

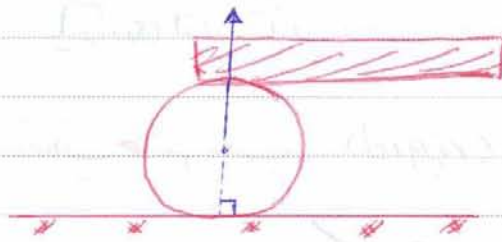
$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

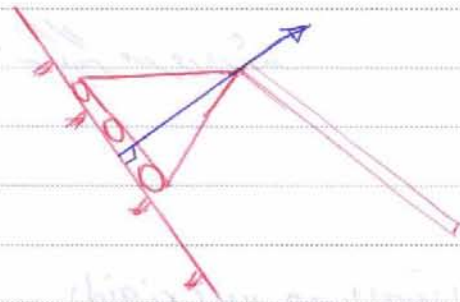
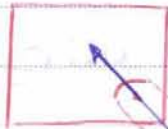
مصفه قرار دارند به طور مثال در مصفهی $(x-y)$ باید داشته باشیم:

در سه رابطه‌ی دیگر که در فضا نیاز بود خود به خود ارضا می‌شوند.

علائق ترسیمی گنگاهها:



۱- گنگاه غلغلی و عملی:



با توجه به درجه آزادی این گنگاه (آزادی رفتار) تنها مقدار معین برای اعمال و انس توسط خط چین نمایش داده شده است.

۲- در عفا گنگاه غلغلی و عملی $\delta F_z = 0$ است



۲- گنگاه معطلی

گنگاه معطلی در برابر نیروها و بارها در صورت دخواه می تواند مقاومت کند ولی در مقابل نیروها عملاً

مقاومت ندارد. عبارت دیگر گنگاه معطلی چیزی جز نیروی تغییر مکان انتقالی را نمی برد و بنابراین دارای

عکس العمل ها گنگاه انتقالی می باشد.

اجازه بدهیم در معادلات در برابر گسترهای یا مؤلفه ها دوران نداریم بنابراین هیچ روزه عکس العمل

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

و در صفحه

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

تنگناهای دورانی ندارد

در صفحه

3- تیرها تیر دار

این نوع تیرها ظاهر با تیرها مؤثر در هر جهت و گسترهای مؤثر را تحمل می کنند به عبارت دیگر

اجازه هرگونه تغییر مکان انتقالی و تغییر مکان دورانی را از جسم می گیریم بنابراین دارای

توازن عکس العمل ها تیرها انتقالی و دورانی می باشد



یا گسری

shear wall

دیوار برشی

Brace

باربند

Column

ستون

Beam

تیر

Shahab

5

نقشه grid Engineering stiffness
 strength of materials solid mechanics
 stiffener بن‌کننده

تجربه: مطالعه یک جسم حرکت یک جسم تحت اثر نیروهای خارجی را علم مکانیک می‌گویند.

نوعانی که نیروهای وارده بر یک جسم را یک سیستم سازه‌ای در آن ابعاد ستاد تعریف آن نیروها را

در حال تعادل و جسم و سیستم را متعادل می‌گویند.

یعنی $a = \frac{dr}{dt} = 0$ و این یعنی مایعیت صفر بوده و سرعت معیاری ثابت داشته است.

در مقاومت مصالح ما فقط با $V=0$ کار داریم، در این حالت مطالعه‌ی جسمی که در حال تعادل

است موضوع علم استاتیست می‌باشد.

فرض مهم استاتیست طلب بودن اجسام مورد مطالعه می‌باشد، اما موضوع علم مقاومت مصالح

مطالعه‌ی اثرات داخلی ناشی از عوامل خارجی مؤثر بر اجسام شکل پذیر می‌باشد بنابراین هم نیرو

و هم تغییر شکل اهمیت دارد.

چون اگر جسم مورد فرض نمی‌شود، بنابراین بطور کلی فرق اساسی علم استاتیست با علم

مقاومت مصالح این است که:

در استاتیست به عنوان مثال یک تیر دارای طولی خاص در تعادل بارها وارده دارد، اما در

مقاومت مصالح منحنی فرض شکل زیر بودن نیروی ابعاد و اندازه های تیر بصورتی که تیر

کشند یا بیش از اندازه و حد مجاز خم شود.

طبیعت مقاومت مصالح در طرح سازه ها (structure) و سازه های (Building)

در تیر منحنی مطرد زیر می باشد:

1- مقاومت (strength)

2- سختی (stiffness) ← در بحث انعطاف پذیری بررسی می شود

3- پایداری (stability) ← سیستم طوطی شده باید بتواند در مقابل بارها وارده تعادل خود را حفظ نماید

ضروریات اساسی در مقاومت مصالح:

باتوجه به پدیدگی رفتار سیستم ها در حالت کس معمولاً در مقاومت مصالح فرض های خاصی داریم

که برپای سازه ها را بسیار ساده می نماید این فرض ها معمولاً در مورد خواص مصالح نگارنده

و همچنین در مورد چگونگی بارها وارده و رفتار اجزای مختلف سازه تحت بارها مورد حواس بود

1- یونیفرم (continuous)

مصارف یکبار زنده در سازه ها معمولاً یونیفرم در تقویر زنده می شوند، یکی از روش های اساسی در آنالیز یک جسم در مقاومت مصالح، بررسی خواص قطعی کوپی از حجم و آنالیز سری از نتایج حاصل می باشد. به متغیرین آنالیز سری فزون یونیفرم خواص مصالح سطحی کوپی نسبت به سایر سیستم ها ساده تر می کند.

2- هموژن بودن مصالح (Homogeneous)

بعضی خواص مصالح را در تمام نقاط یک جسم یکسان فرض می کنند، غلظت را معمولاً می توان کاملاً هموژن در تقویر زنده، مصالح یکبار زنده و بین درجه هموژنی کوپی دارند، مثلاً در بتن خواص یکبار زنده با هم به یکدیگر تفاوت می باشد اما تجربه نشان داده است برای یک مصالح ساختمانی، حتی بین فزون هموژن بودن نتایج قابل قبولی خواهد داشت.

غیر انیزوتروپیک anisotropic

3- انیزوتروپیک مصالح (Isotropic)

مصارف یکبار زنده در ساختمان ها اغلب انیزوتروپ فزون می شوند یعنی خواص مصالح را در تمام جهات یکسان فرض می کنند. مطالعاتی دقیق نشان می دهد که خواص گسترده مصالح مختلف در جهات

مقاومت میان بتن و فولاد گسترش در یک امتداد معادمتی به دلیل معادمت جهت محصور

بر جهت اعلی را دارد.

ولی چنین مصالح از گسترش های بزرگ به طور نامشخص قرار گرفته اند شعله شده است و قرار این

گسترش ها بسیار زیاد است. بنابراین جسم را می توان با حفظ کوچک انزو در یک در تقویت

در مورد بتن مسلح (آسیه concrete قوسه Beton) (وقتی در داخل بتن که عموماً در محاور می شود

مصالح نامیده می شود) وقتی فولاد داخل بتن قرار می گیرد جسم را باید غیر انزو در یک در تقویت

از مصالح دیگر غیر انزو در یک می توان خاک و چوب و آرماتور. در مورد چوب به دلیل اینکه

نیروها در جهت الیاف و یا محصور بر الیاف چوب می توانند اعمال شوند، چوب نسبتاً متفاوتی

از فولاد است می دهد.

4- عدم وجود نیروها داخلی قبل از بارگذاری

قبل از بارگذاری فرض می شود که در حجم هیچ نیروی داخلی وجود نداشته باشد، از نیروهای

اجبار شده حاصل از ذرات حجم بزرگتر، نیروی مویکولی و در هم معمولاً معروف تقریبی شود

به عنوان نمونه در فلزات معمولاً در اثر سرد شدن غیر یکنواخت قطعات یا عمل آنها نیروهای

داخلی تولید می شوند.

در طبع سازه‌ها معمولاً از این نیروها صرف‌نقده می‌شود اما در برخی است اگر این نیروها قابل توجه باشند به مطالعات دقیق‌تر در طبع سازه نیاز داریم که معمولاً قطعاتی از این اجسام را جدا کرده و با آن‌ها شرایط ویژه معمار نیروها را داخل تولید شده را مشخص می‌کنند.

۵- اصل جمع آثار و عوا (super position)

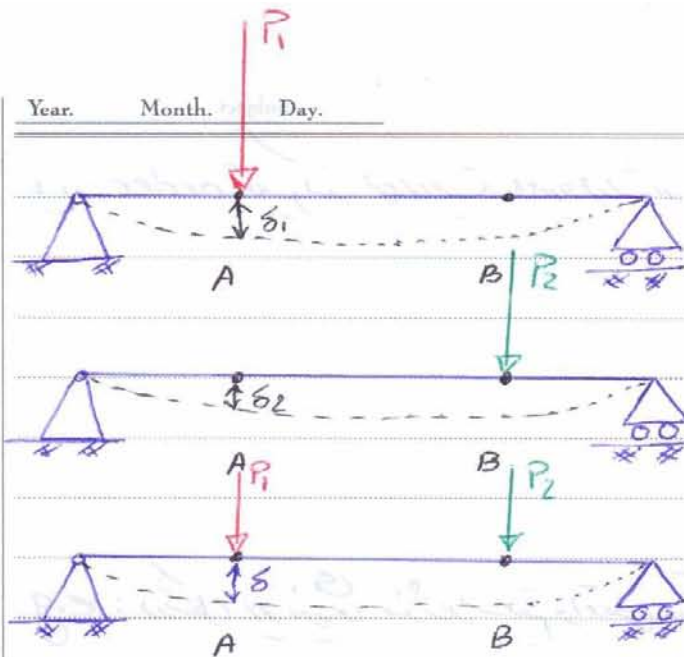
اگر یک مجموعه نیرو بر روی یک جسم بزرگ جمع آثار هر کدام از نیروها بوده و مستقل از ترتیب و نحوه اثر نیروها می‌باشد این اصل در استاتیگ کاربرد فراوانی دارد اما در عقاید مصالح با شرایط زیر قابل استفاده می‌باشد:

نشر اول: تغییر مکان نقاط اثر نیروها در مقابل ایجاد جسم کوچک باشد (اصطلاحاً تغییر شکل‌های کوچک در ناحیه الاستیک داشته باشیم و در ناحیه پلاستیک نشویم)

نشر دوم: تغییر شکل جسم تابع خطی از نیروها واره باشد

نشر سوم: روابط تکیه گاه‌ها نیز تغییر نکنند

و مثلاً: تغییر شکل زیر بحث اثر نیروی P_1 در نقطه‌ای A به اندازه‌ی δ_1 تغییر شکل داده است و این نقطه تحت اثر نیروی P_2 که در نقطه‌ای B به اندازه‌ی δ_2 جابجایی کرده است. با استفاده از جمع آثار تغییر مکان نقطه A تحت اثر دینردی P_1 و P_2 برابر $\delta_1 + \delta_2$ می‌باشد:



$$\Rightarrow \delta = \delta_1 + \delta_2$$

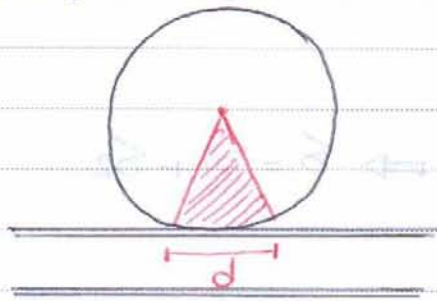
6- اصل سبب - وین (Saint - Venant)

نبردهای داخلی تقاطعی که در آن محل نیروهای خارجی باشند بستگی کمی به جزییات آن نیروها دارد. داریم با مقبول این اصل می توان یک مجموعه نیرو را با مجموعه دیگری معادل از نظر استاتیکی جایگزین کرد و می توان به سادگی آن را ساده تر نمود.

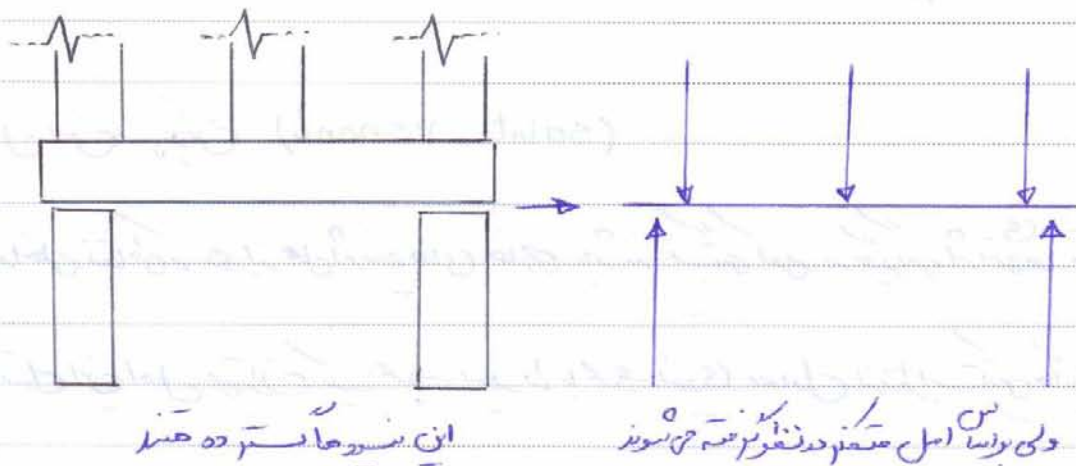
به عنوان نمونه در جری یک قطار علاوه بر نیروهای مؤثر بر بدنه و چرخ و دایره تیرها، نیروی متغیر در تقاطع استاتیکی معادل نیروی حاصل از وزن قطار روی چرخ می باشد. تجربه نشان داده است که مقدار $1.5d$ تا $2d$ از سطح اثر نیروی چرخ بزرگتری در نبردهای داخلی این تقاطع اثر قابل توجهی ندارد.

بی نهایت مهندسی با بی نهایت در ریاضیات متفاوت است. مثلاً در مهندسی اگر اعداد یک order

به order تغییرند به نیت نامیده می شوند (مثلاً 20000 به order از 200 به نیت)



e.g. در شکل زیر نیروها مؤثر بر سیستم واقعی در تحلیل به صورت صفتور دقت گرفته می شود

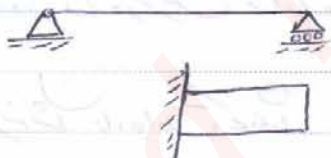


این نیروها استر ده هند

ولی بر اساس اصل صفتور دقت گرفته می شوند

انواع تیرها:

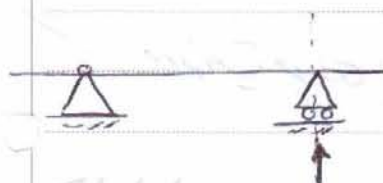
تیرها معمولاً بر حسب شرایط و نوع تغییرات به سه دسته تقسیم می شوند:



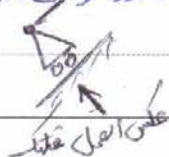
1- تیر ساده: تیر با یک سر معلق

2- تیر قوسه یا قوسه: تیر با یک سر گیردار یک سر آزاد

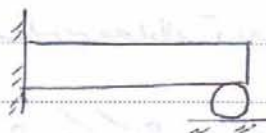
3- تیر دو سر گیردار:



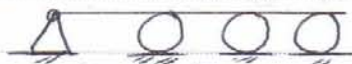
4- تیر یک سرین بار: همان تیر ساده است که در یک سر آن آزاد می باشد



Shahab



5- تیر یک سر پیوسته و یک سر ساده



6- تیر معین: یک سر مفصل و بقیه غلظ می باشد

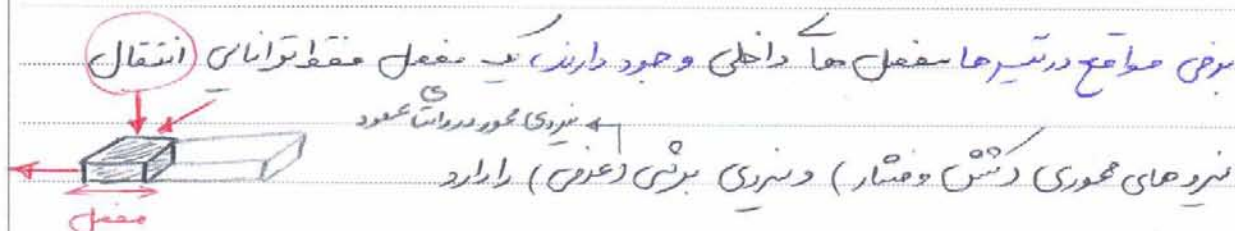
مسابی دانش تیرها:

اولین کار در تحلیل سازه تعیین روش های کاهشی می باشد، و این ها عموماً نیروهای

خارجی هستند که برای تحلیل بارها خارجی مؤثر باشد بر سازه مورد نظر اعمال گردد.

برای تعیین و این ها در فضا که معادله تعادل استاتی و در صفحه 3 معادله تعادل استاتی استفاده می شود.

ملاحظات خاص:



نکته: مفصل هیچ گونه نیروی (کشش ها و فشاری) را انتقال نمی دهد، بنابراین یک مفصل داخلی

لقطای مناسبی برای اعمال روش مقطع و انفصال سازه به درجهت جدا برای می باشد و این ها باید

چون هر مفصل داخلی شرط عبور از برای نوشتن معادله نیروها معوض می کند بنابراین

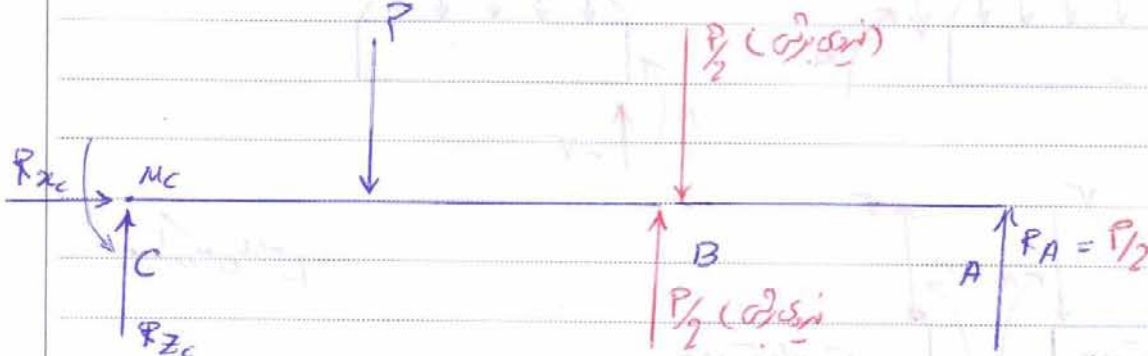
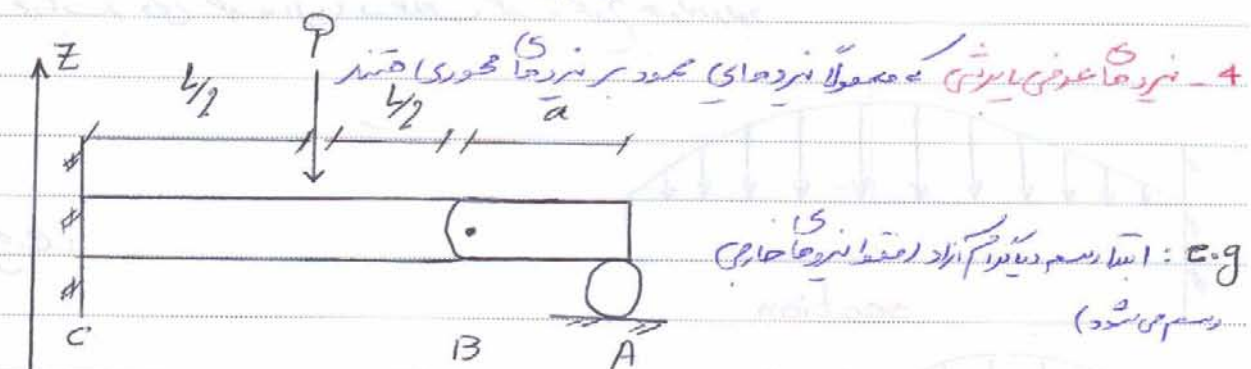
یک مصدر به محالات معادل کل ستم اعنایه می شود بنابراین اگر سازه یک در معنی

دسته باشند (کیفیت محمول اعنایه) با تعبیر یک مفعول داخلی در آن سازه معنی می شود

ترجمه: دانش ها مفعول داخلی در دو مسعت جدا از یکدیگر در خلاف جهت یکدیگر رفتار می کنند

انواع تلاش ها: (مقاومت نیروهای استاتیکی می تواند برسانه اثر کند)

- 1- نیروهای محوری (کش یا فشار): مثلاً در خرپاها اعضا فقط تحت نیروهای محوری می آیند.
- 2- فشار و جفتی: مثلاً در تیرها اعضا هم جفتی داریم و معمولاً از نیروهای محوری مدافقت نمی شود.
- 3- فشار و جفتی: فکر کنید علاوه بر کش می تواند در اعضای تیر و ستون اجبار به جفتی و کش بیفتد. مثلاً در ستون ها در اثر بار زلزله گاهی دچار جفتی می شوند.



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M_y = 0 \rightarrow \sum M_C = 0 \Rightarrow P \cdot \frac{L}{2} - \frac{P}{2} \times (L + a) = M_C$$

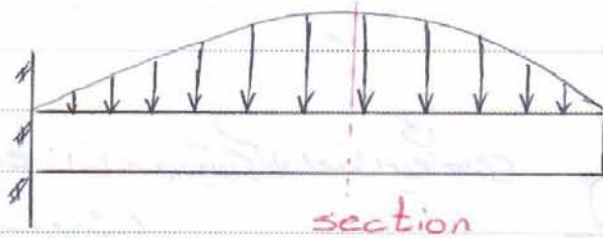
$$\Rightarrow -\frac{P \cdot a}{2} = M_C$$

Shahab

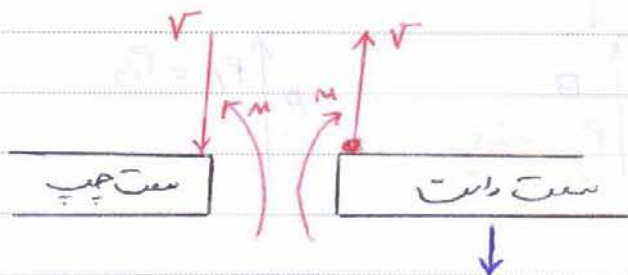
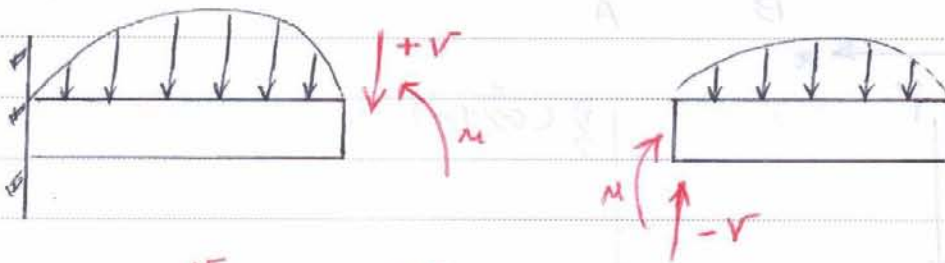
نیروی برشی در تیرها:

برای اینکه یک بخش از تیر در حال تعادل باشد باید یک نیروی داخلی قائم V در مقطع باشد تا معادلی $\sum F_y = 0$ ارضا شود، این نیروی داخلی V که عمود بر محور تیر می باشد نیروی برشی متعادل داخلی یا به اختصار نیروی برشی گویند.

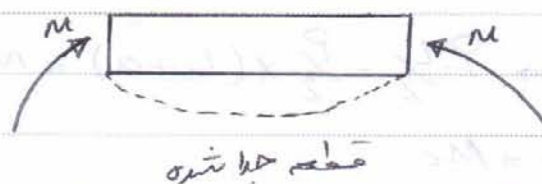
مقدار نیروی برشی برابر است با مجموع جبری مؤلفه های قائم بدنه بارها وارده بر مقطع جدا شده می باشد ولی جهت آن در خلاف جهت مجموع خواصه بود.



e.g.



مغیر از این:



نیروهای محوری در تیرها:

در یک مقطع از تیر علاوه بر نیروی برشی (V) برای حفظ تعادل حتمی است یک نیروی افقی

مانند P در امتداد محور تیر لازم باشد، مقدار و جهت این نیرو از معادله $\sum F_x = 0$ حاصل می‌گردد

(اما بر تیرهای اغلب درشها در بیشتر موارد از نیروی محوری تیر صرف نظر می‌شود)

کنگر حتمی در تیرها: (تفریح ساده حتمی)

وجود نیروهای برشی و محوری در یک مقطع تعیین می‌کند که معادلات تعادل (در ۲ یا ۳ ها)

ارضا گردد. در مسائل در محوری معادله دوم تعادل یعنی $\sum M = 0$ نیز باید صادق باشد و این امر

فقط در صورت وجود یک تیر مقاوم داخلی در مقطع امکان پذیر است.

این تیر در مقابل تیر حاصل از نیروها خارجی در جهت عکس آن باید عمل کند تا تعادلی

$\sum M_z = 0$ ارضا گردد.

دیگرام تغییرات نیروی محوری، برشی و کنگر حتمی

مقدار و جهت نیروی محوری، برشی و کنگر حتمی را می‌توان در هر مقطع از تیر تعیین کرد.

با درست داشتن مقادیر و جهت این کمیت‌ها در مقاطع مختلف می‌توان تغییرات نیروی

محوری، برشی و کنگر حتمی را در طول تیر بدست آورد و دیگرام آن را رسم نمود.

معادلات دینامیک متعادل:

تغییرات برشی $\rightarrow$

$$\textcircled{I} \frac{dV}{dx} = q \Rightarrow dV = q dx \xrightarrow[\text{انتگرال گیری}]{\text{از طرفین}} V = \int q dx$$

$\rightarrow$ برگزیده

تغییرات در طول (درشت)

$$\textcircled{II} \frac{dM}{dx} = V \Rightarrow dM = V dx \xrightarrow[\text{انتگرال گیری}]{} M = \int V dx$$

باتوجه به رابطه $\textcircled{I}$ با استفاده از شرایط تعادل، نیروها قائم را محاسبه می‌نماییم و با استفاده

از این روش می‌توانیم بیشترین تغییرات نیروی برشی را رسم نمود.

بر روش مشابه و با استفاده از رابطه $\textcircled{II}$ می‌توانیم تغییرات گشتاور را رسم نمود.

توجه: بر این اساس بین هر دو مقطع مشخص یک تغییر در نیروی برشی برابر است با جمع

حمیری گشته نیروهای که در بین دو مقطع در تیر وارد می‌شوند.

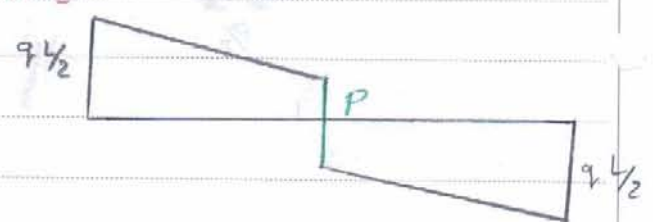
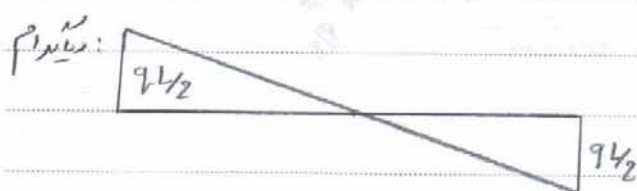
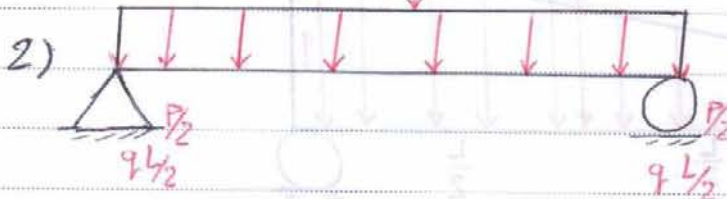
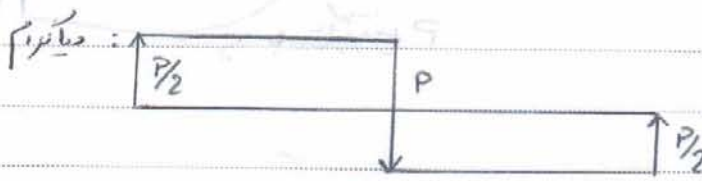
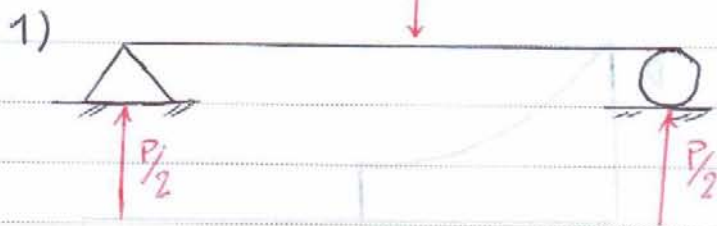
توجه: اگر هیچ نیروی بین دو مقطع بر تیر وارد نشود هیچ گونه تغییری در مقدار نیروی برشی رخ

نمی‌دهد.

اگر یک بار متغیر اعمال گردد در جمع حمیری در مقدار برشی ناپوشانی یا برشی رخ می‌دهد.

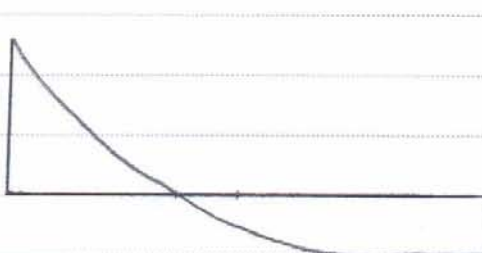
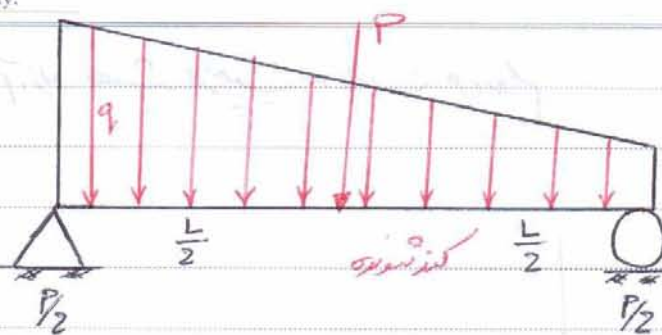
نقص: در رسم ماکزیمم آزاد همیشه از چپ به راست می‌رویم

رسم ماکزیمم برش

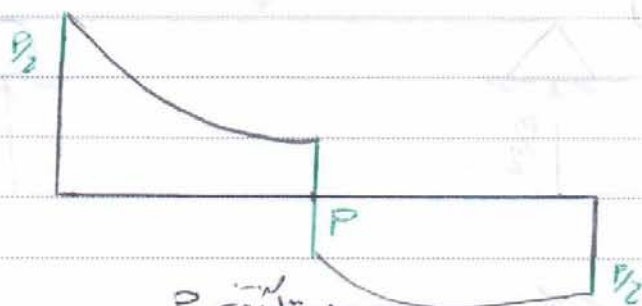


اگر فقط بار q داشته باشیم

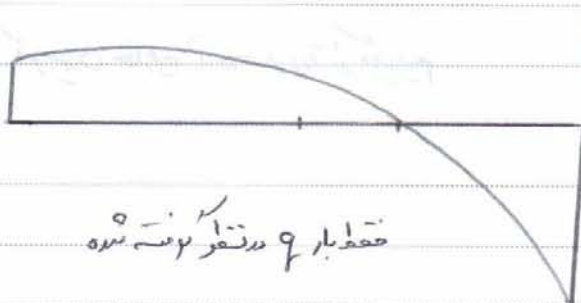
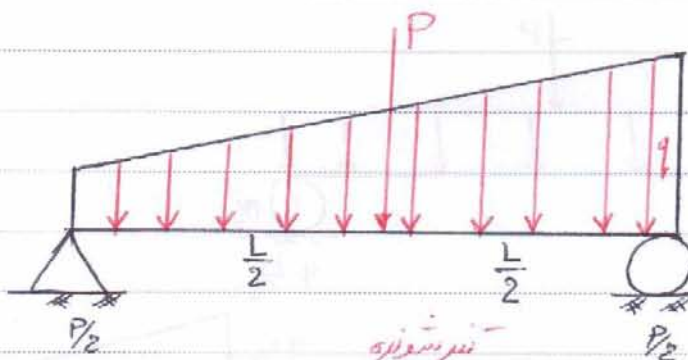
اگر نیروی خارجی P داشته باشیم



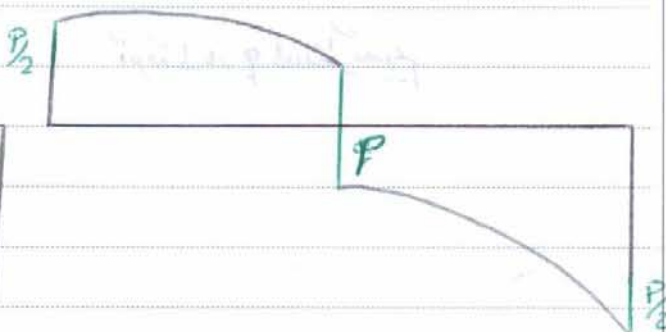
خط بار q در تقاطع صفر است

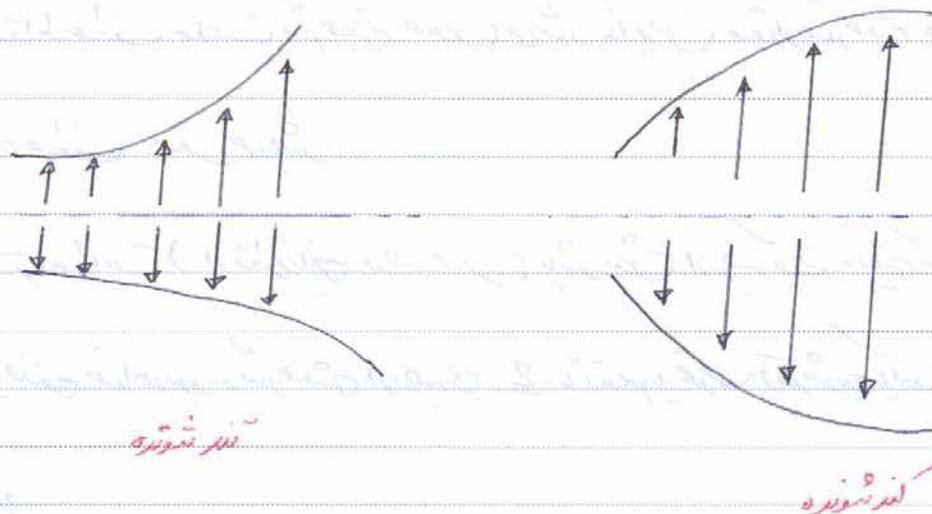


بار تقاطع P



خط بار q در تقاطع صفر است





در کاربرد روش جمع وزن باید توجه خاصی به تغییراتی مدنظر داشته باشیم. چون اگر آنها در جمع وزن سطح زیر فشار (دیایتریک آزاد گیر) وارد می شود و در نقطه اثر نیرو مقعر و خارجی یک تغییر ناخواسته (برش) مساوی نیرو مقعر در دیایتریک تغییرات نیرو غشی خواهیم داشت.

در دیایتریک تغییرات نیرو غشی، ششلی که محور یک نیرو در هنگام بارگذاری به خود می برد را منفی تغییر شکل ارتجاعی نیز یا غشی ارتجاعی می گویند.

در مستقیم از نیرو که نیرو غشی مثبت می باشد منفی ارتجاعی بعکس محور خواهد بود.

در مستقیم از نیرو که نیرو غشی منفی می باشد غشی ارتجاعی مقعر خواهد بود.

در منفی ارتجاعی نقاط انتقالی که درین جهت انحنای غشی عوض می شود را نقاط عطف می گویند.

در نقاط عطف علامت $\frac{dy}{dx}$ عوض می شود یا برین مقدار $\frac{dy}{dx}$ وارد برتر

درستی عفو منفرد است

۱. از بارگسترده (از تقویری درج صفر) باشد بیش از درجه یک یعنی یک خط باشد

مثبت یا منفی خواهد بود در نظر منفی از روی 2 با تقصیر یا عجب (تند شوند یا کند شوند) مقصود

خواهر بود

به همین ترتیب اگر باز کرده از ده صبیح باشد (یک غوطه شیب مثبت و منفی) برش از

در 2 دینار از راه 3 خواهد بود

عصیان ۱۸ بار از درجه ۲ (کف فخری)، برش از درجه ۳ و شیر از درجه ۴ می باشد

کشش

- تنش قائم (Normal stress)

- تنش: نیرو بر واحد سطح

با این تعریف تنش عمودی که برای سطح مقطع A تحت اثر نیروی محوری P قرار دارد بصورت

$$\text{زیر محاسب می شود} \quad \sigma = \frac{P}{A}$$

بار محوری $\rightarrow$ P $\leftarrow$ سطح A

توجه: σ (کشش) بیانگر متوسط تنش در سطح مقطع می باشد و بیانگر تنش در نقطه خاصی

خواهر بود

- تنش کششی (tensile stress) راست در تقارن و علامت تنش کششی(compressive stress) راست در تقارن می گیریمیکی از واحدهای مهم برای تنش $\frac{N}{m^2}$ (نیوتن بر متر مربع) یا Pa (پاسکال) می باشد و در سیستم

$$ksi = \frac{klb}{in^2} \quad , \quad psi = \frac{lb}{in^2}$$

(پوند) $\rightarrow$ klb $\leftarrow$ (اینچ) in^2

BS داریم:

$$mega = 10^6 \quad , \quad MPa = \frac{N}{mm^2}$$

یادآوری:

واحد	SI	BS
جرم	kg	پوند lb
زمان	sec	sec
طول	m	inch = 2.54cm ft = 12inch

باتوجه به اینکه سطح مقطع عضو تحت اثر نیروی محوری، بسته به فشاری یا کشش بودن آن

افزایش یا کاهش می یابد تنش را با استفاده از سطح مقطع اولیه یا سطح مقطع می توان

محاسبه کرد. در حالت اول تنش محاسبه شده تنش مهندسی نام دارد و در حالت دوم تنش واقعی
تنش مهندسی: محاسبه شده از سطح مقطع اولیه
تنش واقعی: محاسبه شده از سطح مقطع در لحظه یا استفاده از سطح مقطع
محاسبه می شود. (اغلب در محاسبات مصالح در سطح کارشناسی تنش مهندسی سرکارداریم)

تنش برشی (shearing stress)

چنانچه نیروی P عمود بر محور طولی عضو به موازات سطح مقطع A در عضو وارد گردد،

در عضو تنش برشی اِثار خواهد نمود.

با تقسیم برش P بر مساحت A تنش برشی میانگین در مقطع میسر می شود

$$\tau_{ave} = \frac{P}{A} \rightarrow \text{نیروی برشی}$$

توجه: برخلاف تنش قائم نمی‌توان توزیع تنش برشی در مقطع را نیز یافت مگر کرد

و معیار واقعی τ از منفر در سطح عضو تا مقدار τ_{MAX} تغییر می‌کند که ممکن است

τ_{MAX} از τ_{ave} بسیار بزرگتر باشد. این تنش (برشی) اغلب در سطح ها و پرچ ها مورد استفاده

برای اتصال اعضا به وجود می‌آید.

توجه: با مقایسه تنش برشی و تنش قائم می‌توان به نکات زیر دست یافت:

1- تنش برشی بصورت محال بر سطح مقطع اعمال می‌گردد، در صورتی که تنش قائم (معمول)

بصورت عمود بر سطح مقطع اعمال می‌گردد.

(مهم) 2- تنش برشی روی سطوح عمود بر هم بصورت هم زمان و در ادی به وجود می‌آید. اعداد در اثر

جمع رابطی
هم ندارند



تنش قائم روی سطوح عمود بر هم هیچ گونه رابطی با هم ندارند.

3- در اثر تنش برشی در عضو اعوجاج (deflection) به وجود می‌آید و زوایای تغییر می‌کند

اعداد در اثر تنش قائم اعوجاجی به وجود نمی‌آید.

4- تنش برشی خالص (زمانی که فقط بر رادار هم) هیچ تغییر طولی را در ابعاد عدد باعث

نخواهد شد بلکه فقط باعث تغییر در ابعاد می‌گردد، بنابراین تحت اثر برش خالص هیچ تغییر حجمی

نخواهیم داشت، ولی تنش قائم خالص باعث تغییر طول و تغییر حجم خواهد شد.

تنش کوبشی (crushing stress) ← از جنس مصالح می باشد

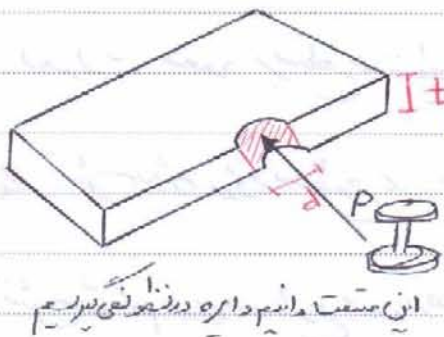
تنش ایجاد شده در سطح تماس المانهای یک اتصال در سطح تکیه گاه اعضا تنش کوبشی نامند

اگر سطح تحمل توسط نیروی P بر سطح دار گرد می تازد سطح مؤثر در مقابل نیروی P

را مستطیلی که همان تصویر برج نبوی و قفل صفت می باشد در نظر گرفت

این مستطیل دارای ابعاد t (مضامین صفت) و d (قطر برج یا بیج) می باشد بنابراین

تنش کوبشی که آن تنش تکیه گاه می تواند بصورت برجی باشد می شود:



$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{t \cdot d}$$

مساحت مستطیل



$$\text{تنش کوبشی} = \frac{\text{نیرو}}{\text{تصویر برج نبوی}} \rightarrow \text{ارتفاع بیج درجه} \times \text{قطر} \times \text{سطح بیج}$$

(Residual stress)

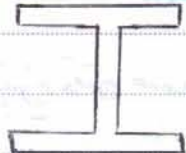
← Cold forming (web) Warm forming (flange)

در مقاطع نورد شده در مرحله سرد شدن عموماً، فولادها و وسط جانها که تقریباً هم

در آنها تغییر می باشد زودتر سرد می شوند و تغییر شکل دارند ولی مقاطع جانها که تقریباً

همیشه تغییر می باشد جانها از این کاهش شکل می گردد و در نتیجه در فولادها و وسط جانها

نشی های پهنانه کششی و در محوری تقاطع جان و بال نشی پهنانه کششی به وجود می آید.



جهت این نشی ها پهنانه عمود بر سطح مقطع در راستای طولی می باشد.

درجه مقاومت پروفیل ها بیشتر باشد نشی پهنانه بیشتر شود. مثلاً پروفیل IPE 300 نشی

پهنانه بیشتری نسبت به پروفیل IPE 180 دارد. نشی پهنانه در مقاومت اعضای کششی

تغییر ندارد ولی در زمان بارگذاری تأثیر دارد و باعث می شود قطعات کششی به هنگام جاری شدن،

کنش بیشتری از خود نشان دهند.

آر بوم نشی پهنانه در مقاومت اعضای کششی می باشد که در محاسبات استوار اعضا باید مورد توجه

قرار گیرد.

نشی وارد بر صفحه ی جان در بارگذاری محوری

نیروی محوری می باشد که بر محور عضو عمود نباشد. نشی کششی قائم با محور

همزمان با ابعاد می باشد. در شکل زیر که عضو دایره ای تحت اثر نیروی محوری P قرار دارد، اگر مقطعی

از عضو را در نظر بگیریم که با صفحه ی قائم زاویه θ را بسازد. مقدار تنش برشی و کششی قائم از

رابطه زیر می باشد:

در روابط زیر A_0 بیانگر سطح مقطع عمود بر محور عضو می باشد (یعنی $\theta = 0$) و تنش قائم

ماکزیمم $\left(\frac{P}{A_0}\right)$ با موهومی می‌ند و تنش برشی صفر خواهد بود.

همچنین وقتی موهومی مقطع با موهومی قائم زاویه 45° برابر تنش برشی به مقدار ماکزیمم

خود می‌شود $\frac{P}{2A_0}$ هر دو

$$\text{if } \theta = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{P}{A_0}$$

$$\text{if } \theta = 45^\circ \Rightarrow \tau_{\text{MAX}} = \frac{P}{2A_0}$$

در صفحات عمود بر محور تنش

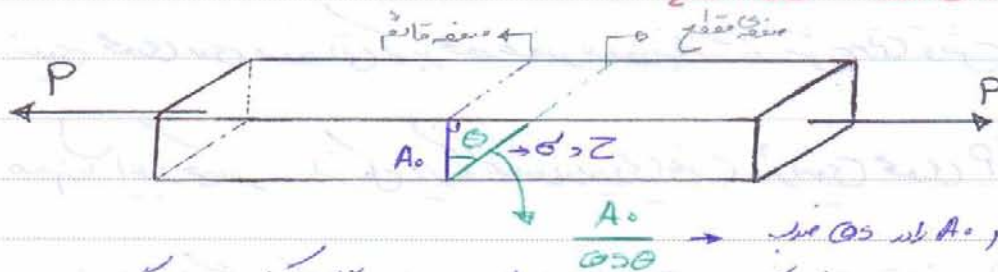
$$\sigma_{\text{تنش قائم}} = \frac{P}{A} = \frac{P \cos \theta}{\frac{A_0}{\cos \theta}} = \left(\frac{P}{A_0} \cos^2 \theta \right)$$

اثبات $\tau = \frac{P}{2A_0} \sin 2\theta$

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{P \sin \theta}{\frac{A_0}{\cos \theta}} = \frac{P}{A_0} \frac{\sin \theta \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{P}{2A_0} \sin 2\theta$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\theta = \sin \theta \cdot \cos \theta$$



چون سطح افزایش یافته اگر A_0 باشد $\cos \theta$ برابر $\frac{A_0}{\cos \theta}$ کنیم بدونی که می‌شود دانه مربعی یک به یک و این افزایش سطح برابر $\cos \theta$ تقسیم کنیم تا عددی را به دست آوریم

مؤلفه‌های تنش (تانسور تنش)

اگر یک عضو مدنی شکل را از جیبی تحت اثر نیرو قرار دارد ارزیابی کنیم مشاهده می‌شود که این

عضو دارای 9 مؤلفه تنش می‌باشد، 3 مؤلفه آن مربوط به تنش‌ها قائم و 6 مؤلفه

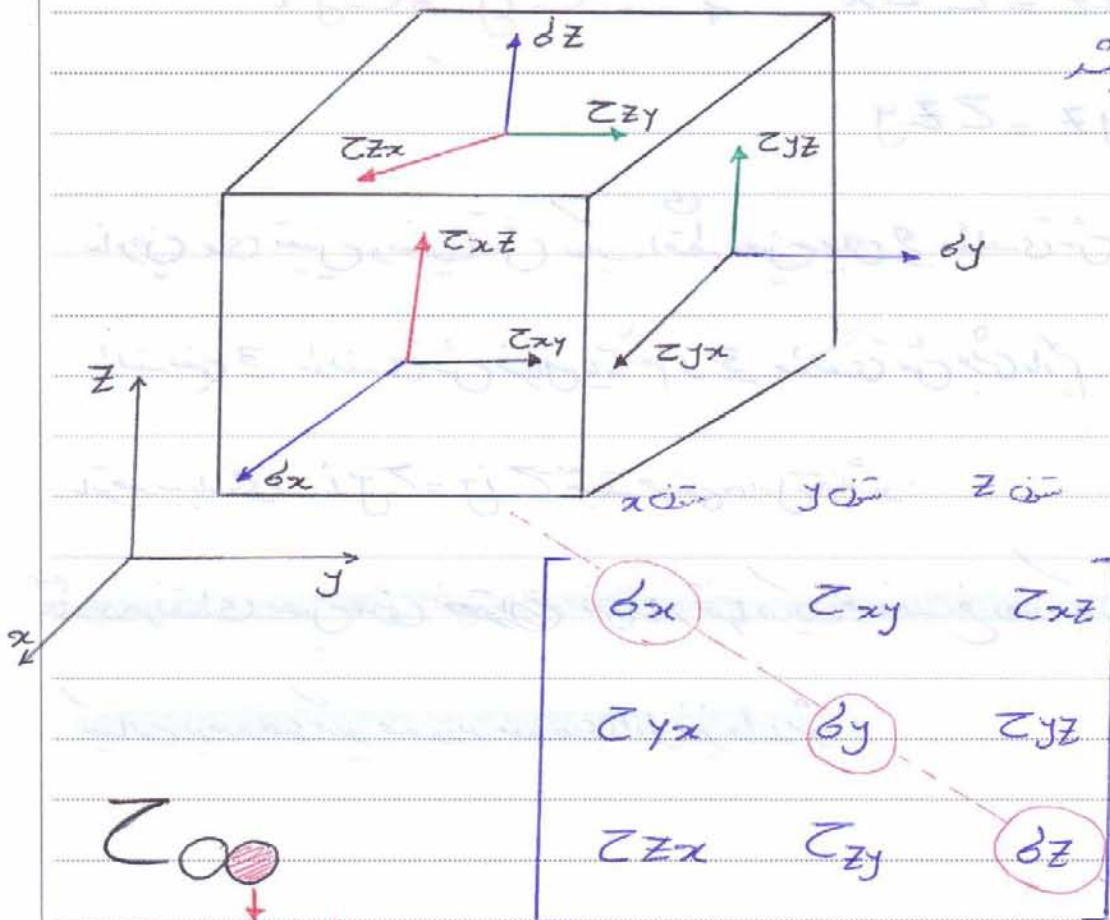


آن مربوط به تنش‌ها برشی خواهد بود.

البته بدیهی است تنش‌ها برشی مستقل از یکدیگر نمی‌باشند، اگر همه مؤلفه‌های تنش را

در دو یک ماتریس قرار دهیم، این ماتریس را تانسور تنش گویند و رابط خاصی بین مؤلفه‌های

آن حاکم می‌باشد.



شان درجه جهت محور می‌باشد

مقاومتی

ترتیب ۱ در مؤلفه‌ی نش z که محور عمود بر مفضله‌ی نش را مشخص می‌کند

و x نیز راستای نش را مشخص می‌کند به عنوان نمونه $z \times y$ بیانگر نشی است که بر

مفضله‌ی عمود بر محور z ها وارد می‌شود و در y جای باشد. بدین است جنس

نش از نوع برشی (عربی) خواهد بود که در اینجا مطلق معادلات متقابل کدر را حول 3 محور

مختصات بنویسیم خواص داشت:

$$z \times y = z \times x$$

$$z \times z = z \times x \quad \leftarrow \quad z \times z = z \times x$$

$$z \times y = z \times z$$

بنابراین برای تعیین وضعیت نش در یک نقطه معین جای 3 مؤلفه‌ی نش اولی تنها 3

مؤلفه‌ی 3 مؤلفه‌ی نش در حال باقی‌ماندن و 3 مؤلفه‌ی نش برشی داریم

با توجه به رابطی $z \times z = z \times z$ نتیجه مهمی حاصل می‌شود:

دره و نقطه‌ای معین برشی نفس تراز نشها در یک مفضله رخ دهد بلکه باید نش برشی

بیان بر مفضله‌ی بر عمود بر مفضله‌ی اول نیز دارد شود.

هر تانسور تنش را می توان به صورت مجموع دو تانسور تنش باز نویسی نمود، یکی از تانسورها تانسور تنش خالص

دیگری تانسور تنش قائم خالص می باشد (مانند فشار هیدرو استاتیک)

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad \text{می باشد داریم:}$$

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \bar{\sigma} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \bar{\sigma} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \bar{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma} \end{bmatrix}$$

T_1 (تانسور تنش خالص)

T_2 (تانسور تنش نرمال خالص)

دستگاه T_1 مجموع عناصر روی قطر اصلی که جمعاً مجموع تنش ها را تشکیل می باشد برابر صفر خواهد بود بنابراین

آن را تانسور تنش خالص گویند.

(۳-۱) به دلیل اینکه مانند تانسور تنش خالص باعث ایجاد هیچ گونه تغییر حجمی نمی گردد و تنها باعث

ایجاد اعوجاج می شود می توان با چرخاندن المان T به تانسور اصلی ترش خاص

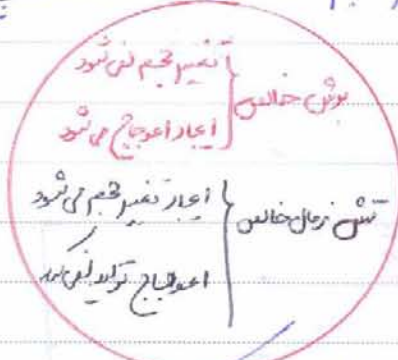
بصورت زیر تبدیل نمود:

تانسور اصلی ترش
خالص

$$\begin{bmatrix} \cdot & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \cdot & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \cdot \end{bmatrix}$$

تانسور T (مصفوف ترش نرمال) فقط باعث ایجاد تغییر حجم در المان می شود ولی هیچ گونه

اعوجاجی تولید نمی کند



تانسور ترش دارای دو ویژگی زیر می باشد:

1- مجموع عناصر روی قطر اصلی تانسور ترش با چرخاندن المان تغییر تغییر نمی کند و ثابت می ماند یعنی

روی قطر اصلی ثابت می ماند (در تانسور ترش نیز همین گونه خواهد بود)

2- مقادیر ویژه ی تانسور ترش همان ش های اصلی المان هستند با چرخاندن المان می توان

به آنها رسید

مقادیر ویژه با استفاده از معادله ی مشخصه بصورت زیر می شود:

ماتریس معادله $\rightarrow$ $\leftarrow$ مقادیر ویژه

$$|[\tau_{ij}] - \lambda I| = 0$$

$$\begin{bmatrix} \lambda & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \lambda & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \lambda \end{bmatrix}$$

حالت های خاص تنش به دو صورت زیر قابل بررسی می باشد:

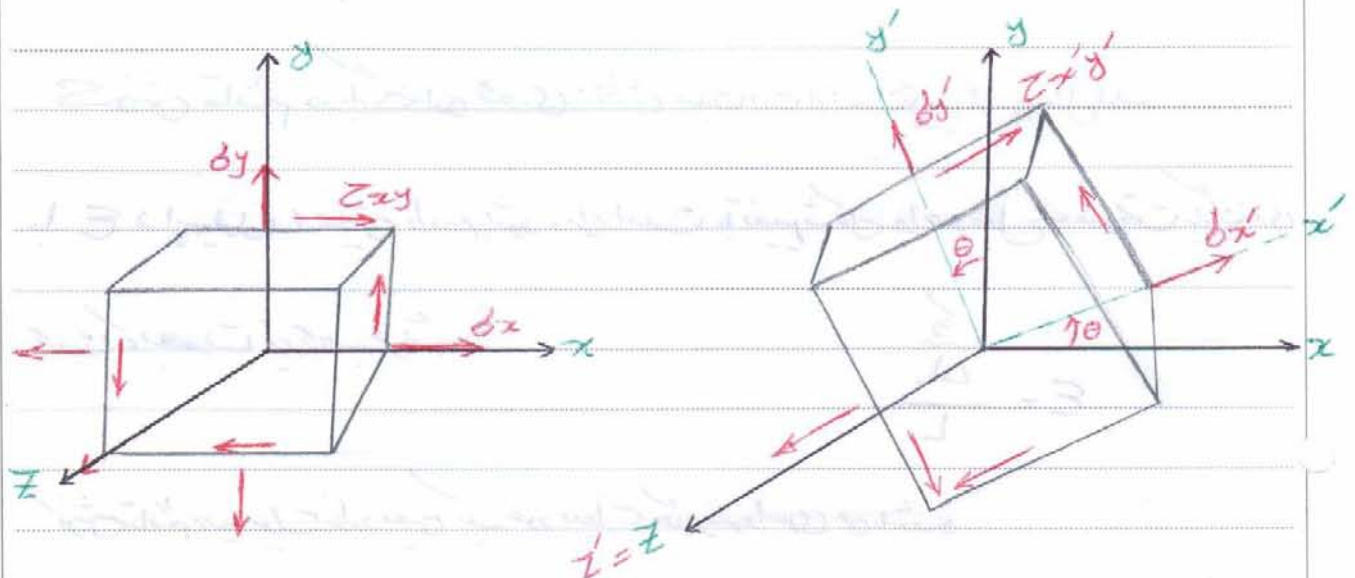
1- حالت تنش مسطح (تنش صفحه ای) (plane stress)

در این حالت تمام مؤلفه های تنش در یک امتداد برابر صفر می باشد بطور مثال در راستای z تنش ها

$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$$

بصورت در بر صفر می باشد

با توجه به این که در این مؤلفه های تنش نسبت به محور عمود بر صفحه تنش صفر می باشد



مؤلفه های تنش در حالت دو بعدی می باشد:

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

$$\sigma'_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

Shahab

(plane strain)
کشش

2- حالت کرنش مسطح (کرنش صفحه‌ای)

در این حالت تمام مؤلفه‌های کرنش در یک امتداد برابر صفر می‌باشد، به‌طور مثال کرنش در راستای

z برابر صفر می‌باشد

$$\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

← کرنش قائم (مدارک)

← کرنش برشی

توجه: معمولاً حالت کرنش مسطح هنگامی رخ می‌دهد که تغییرات طولی بسیار کوچک و معادل صفر باشد

کشش قائم دایره‌گذاری محوری: کشش عبارت است از نسبت تغییر طول به طول اولیه

با ϵ (ایپیلون) نمایش داده می‌شود و برابر است با تغییر شکل واحد طول عضو تحت بارگذاری

محوری که بصورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

کرنش قائم دایره‌گذاری ندارد یعنی یک عدد بی‌یمن و چپ دارد و همیشه واحدی می‌باشد

در صورتی که بار محوری وارد بر عضو کششی باشد (بار محوری مثبت) عضو افزایش طول خواهد داد

و اصطلاحاً نوع کرنش کششی (tensile strain) رخ می‌دهد

به همین ترتیب اگر در عضو بار محوری فشاری (بار محوری منفی) اعمال گردد تنش فشاری

(compressive strain) رخ می دهد یعنی عضو کاهش طول داده است.

منحنی تنش - کرنش

با رسم منحنی تنش $(\sigma = \frac{P}{A})$ بر حسب کرنش $(\epsilon = \frac{\Delta L}{L})$ به یک منحنی (curve)

می رسمیم که بستگی به ابعاد نمونه ندارد و مشخص کننده خواص می باشد. این منحنی، منحنی تنش -

کرنش نامیده می شود که برای بدست آوردن آن معمولاً پس از نمونه گیری از عضو مورد نظر و انجام

آزمایش کشش در آزمایشگاه مقاومت مصالح، نتایج را با خواندن مقادیر متناظر تنش و کرنش

به صورت یک منحنی ارائه می دهند.

در حالت عادی شکل پذیر، تنش کشش اساسی دارد، به طور مثال برای یک نمونه فولادی تحت اثر

بار محوری کشش، تغییرات در سطح مقطعی شکل رخ می دهد که با سطح اولیه نمونه تقریباً زاویه 45°

درجه می سازد.

بر خلاف مواد شکل پذیر، کشش برشی دارند و مواد ترد شکنی کشش ندارند و در شکست آنها

تنش قائم نقش اساسی دارد.

(Ductile materials) مواد شکل پذیر

(Brittle Materials) مواد ترد

بعبارت مثال یک مدله‌ی جبری تحت اثر بار محوری کشش، باریک‌نمایی در سطحی عمود بر بار دارد.
 در چار کشش می‌شود (کشش کشش) و تفاوت عمده‌ی زیر کشش، مواد شکل پذیر با مواد ترد است.
 این که در مواد شکل پذیر تحت کشش باریک‌نمایی (necking) رخ می‌دهد در حالتی که در مواد ترد
 قبل از هرگونه تغییر شکل عضو چار کشش می‌شود.

توجه: در مواد شکل پذیر از دیاد طولی معادل 200 برابر تغییر شکل آن عضو قبل از تسلیم یا جاری شدن
 (yield) بعد از شروع تسلیم دیده می‌شود.



توجه: باریک‌نمایی فقط مربوط به مواد شکل پذیر تحت اثر بار محوری کشش می‌باشد در حالت
 بار محوری فشاری هیچ‌گاه باریک‌نمایی رخ نمی‌دهد و در مواردی تنها کاهش خواهیم داشت.
 در مواد شکل پذیر منحنی کشش و بار P متناسب دارد و بخاطر مرحله‌ی باریک‌نمایی همراه
 بار P کشش منحنی نیز کاهش می‌یابد و کاهش واقعی (at) وابسته به زمان است و با بار P متناسب
 است. با سطح A نیز متناسب معکوس دارد.

بنابرین همچنان افزایش می یابد تا نمونه تسلیم گردد.

بطور مشابه برای کرنش نیز مقادیر هندسی و مقادیر واقعی تعریف می گردد.

کرنش هندسی برابر است با:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

و کرنش واقعی از رابطی $\epsilon_t = \ln \frac{L}{L_0}$ محاسبه می شود یعنی L طول نمونه در حین

بارگذاری می باشد و L_0 طول اولیه نمونه خواهد بود.

Hook law

قانون هاب

Hookian materials

مواد پادرتزی هاب

بیان می کند تنش (ک) با کرنش (E) رابطی خطی دارد.

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

← محاسبه کرنش و ضریب ارجاعی، الاستیک نشان

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

(دینامیک سطح) L^2

برای محاسبه کرنش و دینامیک تنش داریم

در رابطه‌ی هooke به دلیل اینکه تنش فقط در مایه‌ی الاستیک می‌باشد، E (ضریب ارتجاعی) یا تنش هم در مایه‌ی الاستیک می‌باشد.

حد تسلیم

→ بزرگترین مقدار تنش که برای آن می‌توان قانون هooke را برای ماده‌ی معینی به کار برد.

حد تناسب (limit of proportionality) این ماده می‌تواند.

معنی آن این است که بین تنش و کرنش یک تناسب خطی وجود دارد.

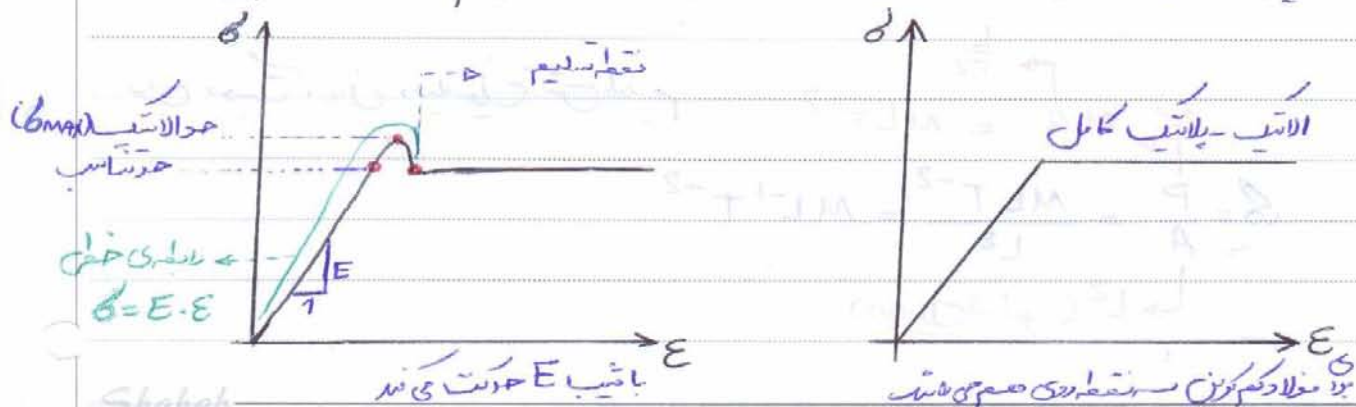
→ بزرگترین مقدار تنش که برای آن ماده رفتار الاستیک (Elastic) (ارتجاعی) یا تنش است.

ماده‌ی بی‌بازگشتی با هیچ گونه تغییر شکل دائمی در مایه‌ی الاستیک و تغییر شکل منفرد می‌باشد.

این، کرنش‌ها می‌توانند.

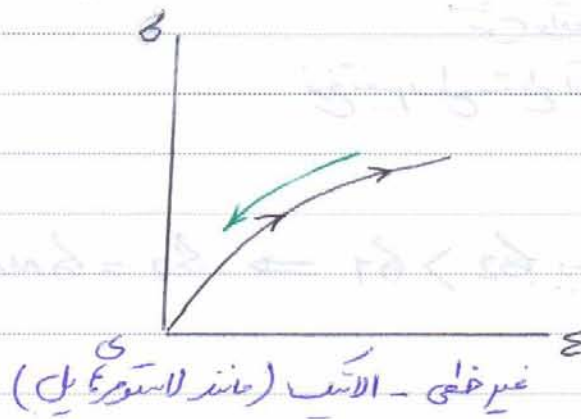
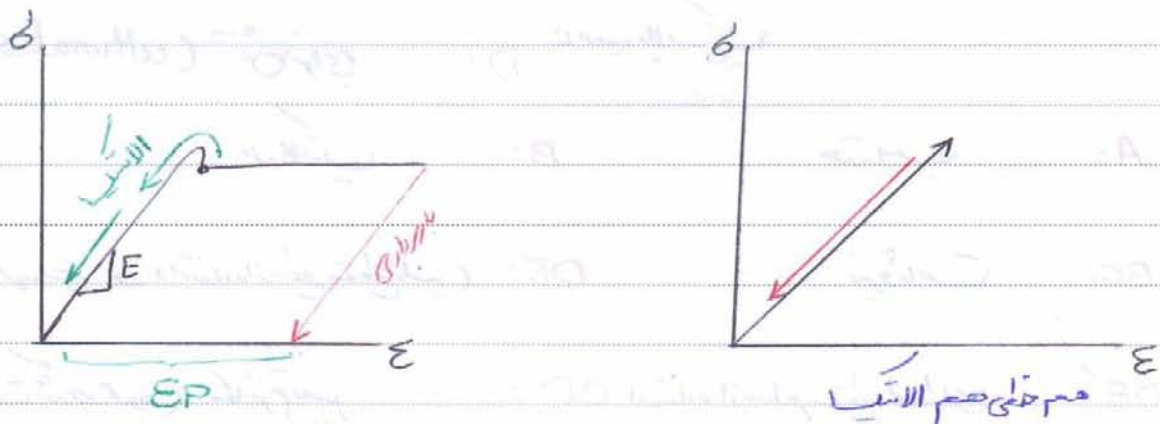
اگر ماده‌ای مانند فولاد کم کربن (low carbon steel) نقطه‌ی تسلیم به خوبی

تعریف شده‌ای داشته باشد حد تسلیم و حد تناسب و نقطه‌ی تسلیم هر دو هم منطبق هستند.



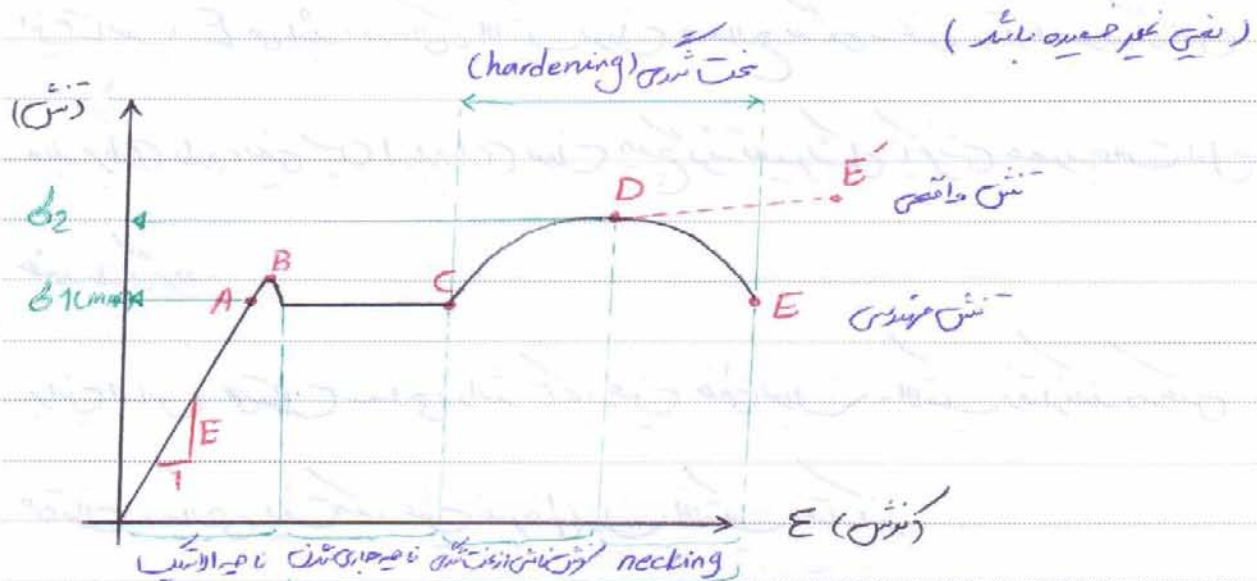
توجه: باید توجه داشت که بحث خلی بودن مصالح (مقاومت فولاد) از بحث الاستیک بودن مصالح متفاوت است. بحث خلی بودن مصالح اشاره به تناسب خلی تنش با کرنش دارد که منطبق بر این تناسب E می باشد. در حالی که الاستیک بودن مصالح بستگی به نحوه رفتار عضو در بارگذاری دارد. بار برادری دارد، یعنی پس از بار برادری بودن هیچ گونه تغییر شکل یا کرنشی عضو به حالت اول عود نمی کند.

بر این اساس می توان مصالحی داشت که در عین خلی بودن الاستیک رفتار نمایند و می توان مصالحی یافت که در عین غیر خلی بودن الاستیک رفتار نمایند.



فصل ۱: مایه‌های در حالت الاستیک خطی تغییر می‌شود

ماده تغییر می‌کند: مایه‌ای (عضوی) است که سطح آن در طول عضو ثابت و مستقیم باشد



D: تنش نهایی (ultimat stress)
 A: حد تناسب
 B: حد الاستیک

BC: نیرو ثابت
 DE: کشش موضعی (استفاده از سطح مقطع اولیه)

CD: منطقه از سطح مقطع لحظه‌ای
 DE': تنش واقعی
 (نقطه شکست محلی) مکانیزم تغییر

نرخ تغییر سطح مقطع از تغییر (کشش) تنش (کشش) می‌باشد

$$\sigma_2 > \sigma_1 \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_{MAX}$$

نکته: اگر مدیای طول L با سطح مقطع متغیر تحت اثر نیروی محوری P قرار گیرد بر اساس

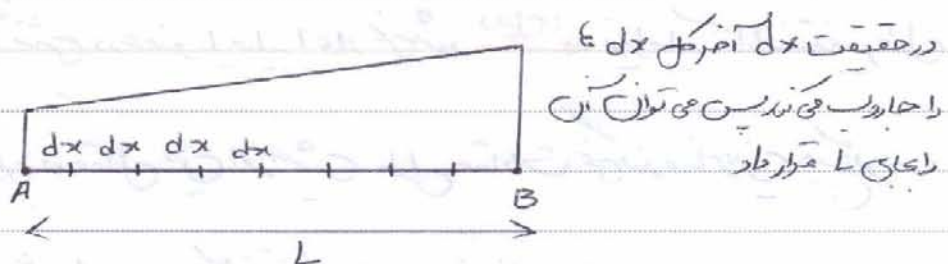
قانون هوک تغییر شکل ناشی از اعمال بار P بر عضو از رابطه زیر می شود (A و P تابعی

از طول عضو (x) می باشد)

$$\delta = E \cdot \epsilon$$

$$\frac{P}{A} = E \cdot \frac{\delta}{L} \Rightarrow \delta = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} \quad \text{چون سطح متغیر است}$$

$$\delta = \int_0^L \frac{P_x \cdot dx}{A_x \cdot E} \quad \text{نمایی می باشد}$$



حال اگر سطح مقطع عضو ثابت باشد:

$$\delta = \frac{P \cdot L}{A \cdot E}$$

تغییر دما:

مدیای با سطح مقطع یکنواخت بطول L با ضریب انبساط حرارتی α معروض است که از دما

یکی به سطح مقطع افقی منتقلی قرار گرفته است. اگر این مدیای تحت اثر تغییر دما ΔT

قدار داشته باشد تغییر طول آن برابر است با:

$$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

(تغییر طول ناشی از تغییر دما ΔT)

و برای نوشتن عبارتی داریم:

$$E_T = \frac{L \cdot \alpha \cdot \Delta T}{L} = \alpha \cdot \Delta T$$

(در نوشتن عبارتی ناشی از تغییر دما ΔT)

این تنش را تنش گرمايي (حرارتی) می‌گویند.

در این حالت هیچ نیروی تنش در عضو یا ماده ایجاد نمی‌شود. دلیل: زیرا اصلیه آزادانه تغییر طول

می‌تواند به حد تک ماده در مقابل این افزایش طول مقاومت نمی‌کند، بنابراین هیچ نیروی

تیرویی در عضو وارد نمی‌شود، پس هیچ نیروی تنش نیز در عضو نداریم.

اگر مطابق شکل زیر این عضو بین دو تکیه‌گاه ثابت *Fix* شده باشد، در ماده L از حجم

قدار دارد. دو تکیه‌گاه مانع از افزایش طول می‌شوند، اگر از طرف تکیه‌گاهها نیروی فشاری

F بر ماده اعمال گردد خواهیم داشت:

$$\frac{F \cdot L}{A \cdot E} - L \cdot \alpha \cdot \Delta T = 0 \Rightarrow \frac{F \cdot L}{A \cdot E} = L \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

تنش از نیروی F

$$\frac{F}{A} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow F = A \cdot E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

تنش ایجاد شده در عضو با تغییر دما ΔT

بارگذاری همگانی، بارگذاری خاص می باشد که می توان در آن بدون وجود تنش تنش ایجاد کرد

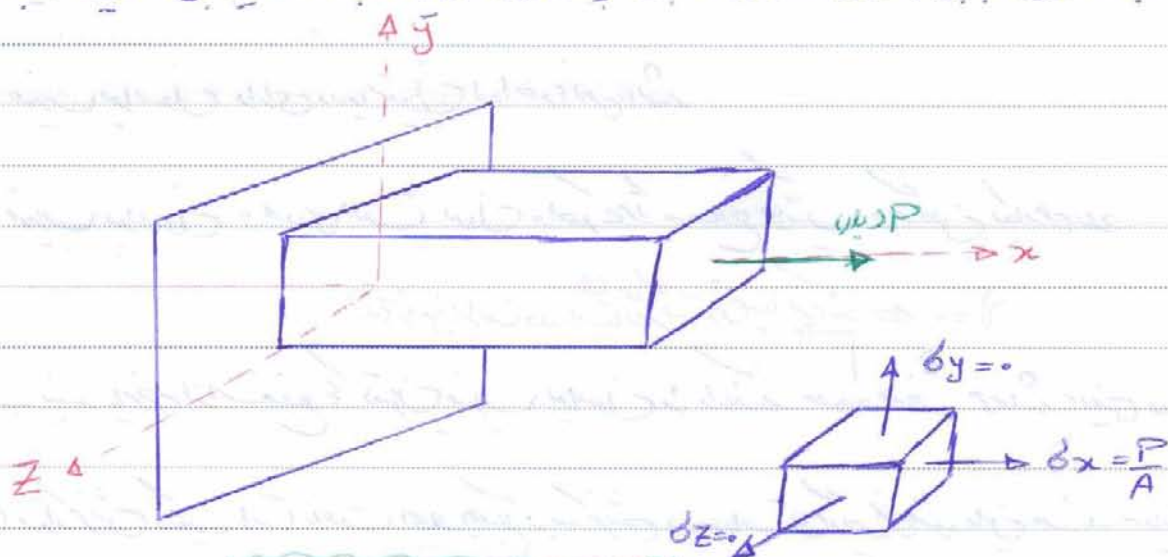
و یا نیز بدون وجود تنش، تنش ایجاد کرد. به از این نظر این بارگذاری متغیر از انواع دیگر بارگذاری است

نسبت پواسون (ν) (نر)

در مایه ای تحت اثر بار محوری، تغییرات تنش های قائم در دو وجه جانبی برابر منفی می باشد اما

کشش ها متناظر ϵ_x و ϵ_z صفر نمی باشد

نسبت کشش جانبی به کشش محوری را نسبت پواسون گویند و بصورت زیر تعریف می باشد:



$$-\nu \epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$$

$$\nu = \left| \frac{\text{کشش جانبی}}{\text{کشش محوری}} \right| = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

نسبت پواسون

$$\epsilon_y = -\nu \epsilon_x \quad \epsilon_z = -\nu \epsilon_x$$

بر اساس قانون هوک

$$\Rightarrow \sigma_x = E \cdot \epsilon_x \Rightarrow \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

Year. Month. Day. Subject.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_y &= -V \epsilon_x \\ \epsilon_x &= \frac{-\epsilon_y}{V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{-\epsilon_y}{V} = \frac{\delta x}{E} \Rightarrow \epsilon_y = -\frac{V \delta x}{E}$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_z &= -\frac{V \delta x}{E} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{-\epsilon_z}{V} = \frac{\delta x}{E} \Rightarrow \epsilon_z = -\frac{V \delta x}{E}$$

علاقت منفرد در روابط فوق برای آن است که تحت تأثیر تنش محوری، تغییرات کرنش جانبی و کرنش محوری مخالف یکدیگر می باشد.

معمولاً تغییر پواسون فلزات بین 0.25 تا 0.35 می باشد.

تغییر پواسون بتن معمولاً حدود 0.1 می باشد.

تغییر پواسون دارای دمای پایین (واحد) نمی باشد.

تغییر پواسون، محوری است بدون واحد و اگر مصالح الاستیک و همگن یکبارگی در

حالت یکدست و یکنواخت در دما و تنش قرار می گیرند $\nu = 0$

جواب مثبت یا منفی از آنست که تغییر پواسون را دارند و حدود منفی می باشد یعنی در

این موارد کرنش در یک راستا باعث ایجاد هیچ گونه کرنشی در دما و استاتیکی نمی شود و این صفت به دلیل

تخلخل موجود در بتن مواردی باشد.

در برخی از الاستیک ها و یا برخی از مصالح (مانند آب و بتن) که غیر قابل انقباض می باشند تغییر پواسون

بیشترین مقدار خود یعنی 0.5 می باشد، چون با افزایش دما و تنش حجم آن ثابت مانده و تغییر نمی کند.

در صورتیکه ماده تراکم پذیرتر باشد $\nu \downarrow$ در صورتیکه ماده تراکم ناپذیرتر $\nu \uparrow$

بالا از این مقدار مذوب پرواز کند ۱۵ است.

Year. Month. Day.

Subject.

نکته: داده‌ای که تغییر شکل پلاستیکی پیدا کرده است تغییر حجم نخواهد داشت و دارای مذوب

پواسون ۵/ خواهد بود

برای کارهای عطفی می‌توان مقدار عددی مذوب پواسون را تحت کشش و تحت فشار یکسان فرض

کرد.

← (غیر قابل تراکم) $\frac{1}{2} < \nu < 0$ (حاصل تراکم پذیر)

با این ترتیب می‌توانیم از این مقدار مذوب و مواد هوشمند ساخته شود از آن مذوب پواسون

مغیر دارند.

کشش عطفی جایی:

تغییر طول نسبی جایی را می‌تواند

بارگذاری چند محوری:

برای معرفی تحت اثر تنش‌ها سه جهت اصلی محورهای مختصات قرار می‌دهیم $(\delta x, \delta y, \delta z)$

با استفاده از قانون هooke مذوب پواسون و اصل جمع آثار می‌توان خواص را داشت:

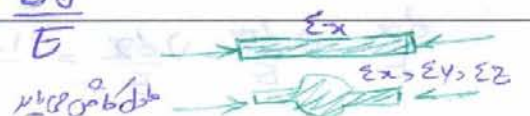
$$\epsilon_x = \frac{\delta x}{E} - \nu \frac{\delta y}{E} - \nu \frac{\delta z}{E}$$
 دبی علاوه بر تنش اصلی دورانی نیز
 اثر کشش و فشرش (در δz)
 طول را کاهش می‌دهد

$$\epsilon_y = \frac{\delta y}{E} - \nu \frac{\delta x}{E} - \nu \frac{\delta z}{E}$$

$$\epsilon_z = \frac{\delta z}{E} - \nu \frac{\delta x}{E} - \nu \frac{\delta y}{E}$$

Shahab

45



درابطه فوق تنها برای تغییر شکل ها عامل کوچک تنش های از حد تناسب تجاوز نکرده اند

ملاحظه فرمایید.

انضباط حجمی: (e)

انضباط حجمی یا تنش حجمی برابر است با:

تغییرات حجم به حجم اولیه

و برای عضو تحت اثر تنش ها قائم در سه راستای اصلی (x, y, z) می باشد که تنش حجمی

به صورت زیر تعریف می شود:

$$e = \frac{\Delta V}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$= \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

در حالت خاصی که جسم تحت اثر فشار هیدرواستاتیک P قرار دارد ($-P = \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$)

$$\Rightarrow e = \frac{1-2\nu}{E} (-3P)$$

آیات عملی تنش حجمی با استفاده از جدول های بارگذاری چند محوری

$$e = \frac{\Delta V}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} + \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} = \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) \sigma_x, \quad \frac{1-2\nu}{E} \sigma_y, \quad \frac{1-2\nu}{E} \sigma_z$$

اگر K مدول حجمی ماده‌ای نامعلوم باشد با الاستیسیته (E) هم بیان شود باشد

خواصم داشت

$$\delta x = \delta y = \delta z = -P$$

$$\rightarrow e = \frac{1-2\nu}{E} (-3P)$$

$$\rightarrow e = \frac{-P}{E} \rightarrow K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

گرایش برشی:

اگر محوری تحت تنش برشی قرار داشته باشد تنش برشی بر اساس قانون هک بر صورت زیر

تنش برشی

$$\tau = G \cdot \gamma$$

تنش برشی (الاستیسیته)

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

مدول ارجمانی

مدول پواسون

توجه: گرایش برشی نیز مانند تنش محوری بدین بیان می باشد

(مدول الاستیسیته) همان بیان می باشد

توضیح: تغییر زاویه و جبهه الفا (مغزو) بهایر نشین برش می باشد. اگر محورهای نرمال بر این

و جبهه x دل باشد، این نشین برش را با γ_{xy} نشان می دهند که بر اساس رابطه‌ای

محک برابر است با:

$$1) \quad \gamma_{xy} = \frac{\sum xy}{G}$$

$$2) \quad \gamma_{yz} = \frac{\sum yz}{G}$$

$$3) \quad \gamma_{xz} = \frac{\sum xz}{G}$$

نکات مهم:

1- برای مصالح از دسترس تغییر درجه حرارت هیچ گونه بگوشی برشی تولید نمی شود ($\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$)

2- یک حاره از دسترس حاره ای است که تغییر الاستیک بسیار در تقاطع مفاصل داشته باشد.

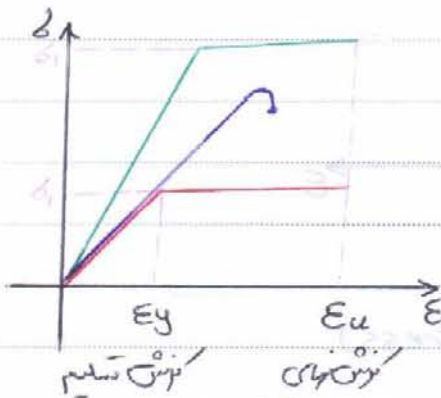
3- در تنش تک محوری زاویه بین صفحه تنش برش MAX و نیروی کشش برابر است با 45°

e (بگوشی حجمی)

4- تغییر حجم واحد حجم، برای عضو تحت برش حاصل قرار دارد برابر صفر می باشد.

مقاومت (strength) وابسته به حد تنش (σ_{MAX}) در ناحیه الاستیک مایلاتیک دارد.

شکل پذیری (Ductility)



آپنی: تردترین تیر می باشد.
••• حدود دایمی تحت بیانی هند (چون E یکسان دارند)

• دایمی مقاومت بیشتری می باشد چون $\sigma_2 > \sigma_1$

• مصالح همفرزب دایمی شکل پذیری بیشتری است

• دایمی مقاومت و نسبی کشش می باشد ولی شکل پذیری برابر با همفرزب دارد

$$\text{هر چه شکل پذیری بیشتر} \uparrow \quad \text{میلر (شکل پذیری)} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_y}$$

هر چه تنش کشش بیشتر باشد $\leftarrow$ شکل پذیری بیشتر است (شکل پذیری)

ضریب اطمینان (F.S.) Factor of safety

ضریب اطمینان در هر مصالحی با توجه به هدف طراحی ضریب و معنی می شود

هر چه تحت اثر بارگذاری ϵ کشش تنش مشخص به سنجش می رسد (کشش نهایی)

هدف یک طراحی این است که ابعاد مقاطع را برای یک عضو به گونه ای تعیین کنیم که مصالح

هیچ گاه تنش نهایی (σ_u) نرسد زیرا هدف طراحی یک قطعه این نیست که آنقدر

برق قلعہ بار وارد شود کے بہ نسبتی سرسید در این راستا نشی بانا آتش مجازے با σ_k نشی
می دهند (allowable stress) تعریف می شود که برابر است با

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{F.S.} \quad (\text{باید عددی نزدیک از 1 باشد})$$

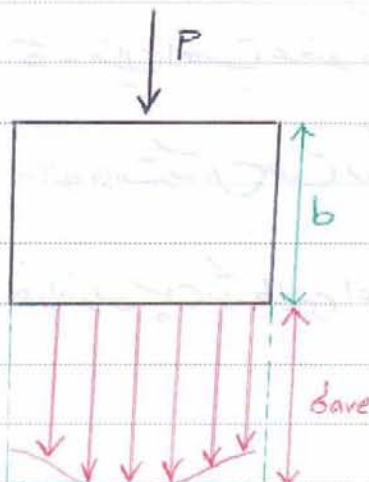
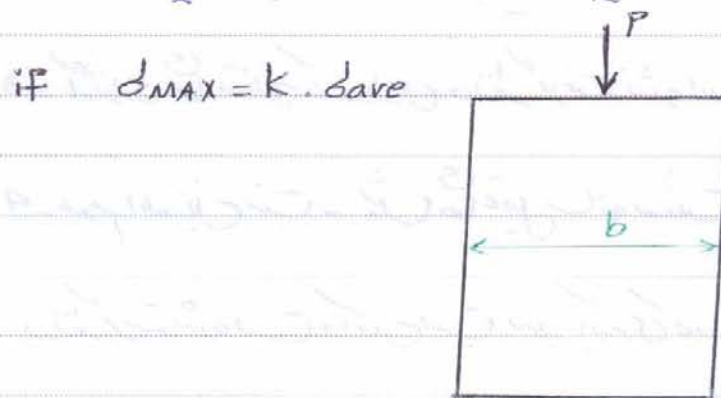
ضریب اطمینان تابع عوامل زیر می باشد

- 1- تغییرات خواص مصالح در حین اجرا برخلاف آنچه در طراحی در نظر گرفته شده است
- 2- توارد ضعیف بارگذاری و بعضی نشی ها خستگی در پل ها یا باردار عبور زیاد خودروها
- 3- بارگذاری ها اتفاقی در طراحی در نظر گرفته شده است
- 4- عدم اطمینان نسبت به روش ها محاسب ساز و جات فرضیات ساده کننده مهندسی در تحلیل ها
- در نظر گرفته شده است و ممکن است نیرو یا نیروی در طراحی استفاده شده است دقیق یا واقعیت باشد
- 5- ضرایب اهمیت عضو دایره عضو اصلی یا فرعی باشد (عضو اصلی حتماً و عضو فرعی است که پایداری
سازه وابسته به آن است در حالی که اعضای نقش زیادی در پایداری سازه ندارند اعضا فرعی
خواهند بود پس بزرگ طراحی اعضای اصلی باید ضریب اطمینان بزرگتری در نظر گرفته شود

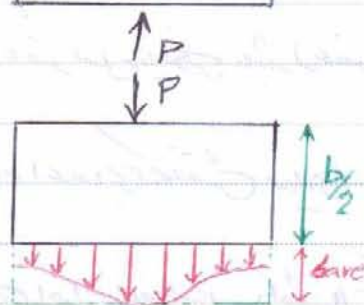
تغویز تنش

همیشه در طراحی ها سعی می شود از تغویز تنش در اعضا جلوگیری گردد.
بر اساس شکل های زیر مشاهده می شود که با درشت شدن از محل تاثیر نیرو عملاً در مقدار قائم از ارتفاع تنش حد اکثر هم می شود بصورتی که در مقطعی به حاصلی عرض مقطع از محل تاثیر نیرو توزیع تنش تقریباً بصورت یکنواخت در می آید.

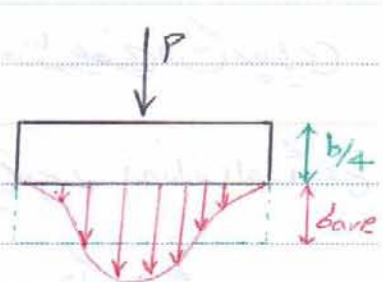
برای یک تنش حد اکثر (σ_{MAX}) ابتدا با استفاده از روابط مقدماتی مانند $\sigma = \frac{P}{A}$ تنش متوسط (σ_{ave}) بدست می آوریم و سپس آن را به ضریب تغویز تنش (K) ضرب می کنیم.



$$\sigma_{MAX} = \frac{1.1027 \sigma_{ave}}{\nu}$$



$$\sigma_{MAX} = \frac{1.1378 \sigma_{ave}}{K}$$



$$\sigma_{MAX} = \frac{2.1575 \sigma_{ave}}{K}$$

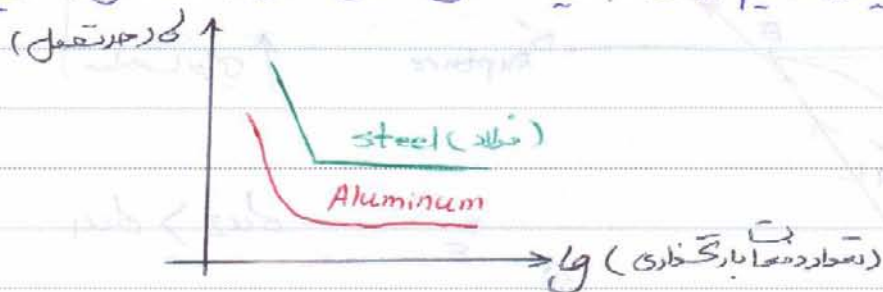
(تغویز تنش کمتر است)

آسیب پذیری خستگی

اگر ماده‌ای در حد الاستیک بارگذاری شود در حین محصوره نیز بارگذاری شود، کل تنش در آن به صفر می‌رسد و این حالت وقتی مدیج است که مقدار دفعاتی که این کار را انجام می‌دهیم کم باشد، اما اگر تعداد دفعات بارگذاری و باربرداری را افزایش دهیم مصالح در تنش کمتر از تنش تسلطی می‌شکنند (مقاومت خستگی در بارگذاری - تنش).

در این حالت در محضری شکست رفتار مصالح شکل زیر منحنی رفتار مصالح تیر می‌شود، اصطلاحاً این پدیده را خستگی می‌نامند و برای مصالح مختلف نمودارهای برجسته و گوناگون تعداد دفعات بارگذاری

و تنش تسلطی رسم می‌شود، برای این اساس منحنی حوری (حد تحمل) تعریف می‌شود.



سخت شدن (تنش) (strain hardening)

عملی تحت اثر بار محوری انعطاف تحت بار قرار می‌گیرد، تا از حد الاستیک فراتر رود تغییر دارد تا به پلاستیک گردد، قبل از آنکه دوباره بار را به افزایش بار تسلطی بخار شود بار را برمی‌داریم.

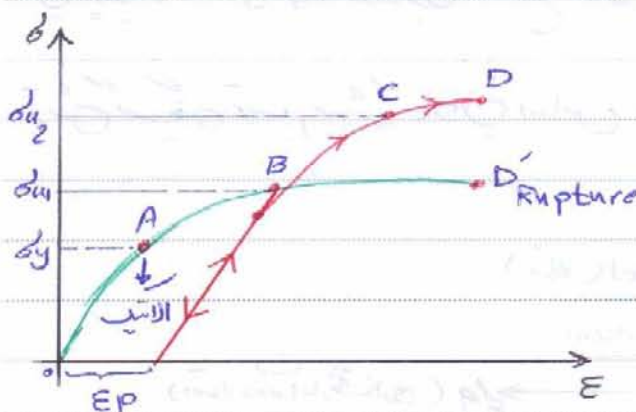
بنابر این منحنی در امتداد خطی مستقیم حوضی ناحیه الاستیک باز می گردد.

حال اگر مجدداً از نقطه برخورد با محور تنش بارگذاری را آغاز کنیم، منحنی در نزدیکی نقطه B منحنی می شود و نقطه تغییر تنش حد اکثر در آن جایابی شود و نهایتاً در نقطه A منحنی خواهد شد.

با مشاهده منحنی زیر به دو نکته مهم پی می بریم:

① وجود تنش پسماند موجب تحمل تنش حد اکثر بیشتر برای عضو می گردد.

② از قابلیت شکل پذیری عضو پسماند می شود و اصطلاحاً موجب سرد شدن عضو می گردد.



↓ شکل پذیری
↑ مقاومت برای
تنش پسماند

$$\sigma_{u2} > \sigma_{u1}$$

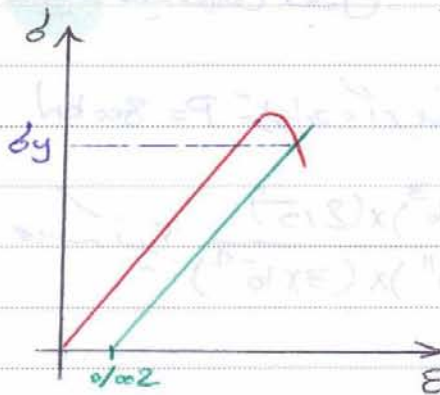
روش OFFSET

برای یافتن تنش حاصل از جاری شدن در معادله، از این روش استفاده می شود. برای ترتیب

که بر اساس کرنش معادل $\epsilon = 0.002$ کرنش حوضی حوضی ناحیه الاستیک خطی

از کرنش 0.002 رسم می شود که در نتیجه تنش محل تقاطع این خط و منحنی اصلی

کشش - تنش - تنش تسلیم (عاری شدن) در تفرقی میزند



(برای مصالح ترد که منتهی دانه را ندارد)

از این روش استفاده می شود

مسائل نامعین استاتی

اگر در سازه ای تعداد مجهولات سازه به همان تعدادهای تکیه ها و یا نیروهای داخلی اعضای باشد

از تعداد معادلات تعادل کمتر باشد، سازه اصطلاحاً نامعین استاتی (hyperstatic)

گویند.

درجهت نامعین برابر است با اختلاف میان تعداد مجهولات و معادلات

در سازه های مستوی (مصفی) 3 معادله تعادل و در فضایی 6 معادله تعادل داریم

که به کمک این معادلات و با استفاده از اصل جمع آثار می توان مجهولات را محاسبه کرد.

مثال - طول میل ای 2m می باشد - تغییر طول میل در اثر بار برابر 0.4mm می باشد

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0.4}{2000} = 0.0002$$

کشش محوری میل را محاسبه کنید؟

Shahab

55

مثال - میل فولادی به طول 2.15 m با سطح مقطع $3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ تحت بار محوری

$P = 800 \text{ kN}$ قرار دارد، اگر تغییر الاستیک میل برابر 200 GPa باشد، تغییر طول میل را

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} = \frac{(800 \times 10^3) \times (2.15)}{(2 \times 10^{11}) \times (3 \times 10^{-4})}$$

محاسبه کنید؟

$A = 3 \times 10^{-4}$
 $P = 800 \text{ kN}$
 $E = 200 \text{ GPa}$

مثال - یک استوانه توپر به قطر 50 mm و طول 900 mm تحت اثر نیروی کشش 120 kN

قرار دارد. مسطحی از این استوانه را به طول L از جنس فولاد و مسطح دیگر این استوانه

به طول L از جنس Al می باشد، طول ها را بدین گونه تعیین کنید که افزایش

طول میل در دو بخش یکسان باشد؟

$$\frac{E_{st}}{E_{Al}} = \frac{2}{0.7}$$

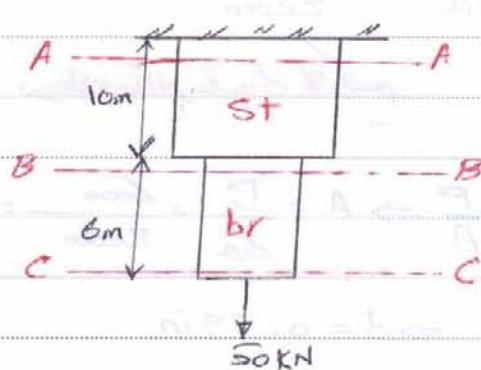
نسبت ضرایب الاستیسیته فولاد به Al

مثال - دو میله متقابل به هم بار 50kN را تحمل می کنند میله ی فوقای از فولاد با وزن مخصوص

محصول $\gamma_{st} = 7.7 \times 10^{-4} \text{ N/mm}^3$ و طول 10m و با سطح مقطع 6000 mm^2

می باشد و میله ی پائینی از جنس برنج با وزن مخصوص $\gamma_{br} = 8.25 \times 10^{-4} \text{ N/mm}^3$ و طول 6m

و سطح مقطع 5000 mm^2 تنش محوری عودا ترا در هر یک از میله ها می باشد؟



حل - باید وزن میله ها را هم در نظر گرفت

تنش در مقطع B-B بیشترین در مقطع

C-C می باشد زیرا علاوه بر نیروی 50kN وزن

میله نیز باین سطح مقطع افزایش یافته است.

متغیر از وزن میله ی پائینی عود در میله ی است

$$A_{st} = 6000 \text{ mm}^2 = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$W_{st} = 6 \times 10^{-3} \times 10 \times 7.7 \times 10^{-4} = 4620 \text{ N}$$

$$W_{br} = 5 \times 10^{-3} \times 6 \times 8.25 \times 10^{-4} = 2475 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \begin{cases} \text{(st) A-A} & \sigma_{A-A} = \frac{4.62 \times 10^3 + 2.475 \times 10^3 + 50 \times 10^3}{6 \times 10^{-3}} = 2.5 \text{ Mpa} \\ \text{(br) B-B} & \sigma_{B-B} = \frac{2.475 \times 10^3 + 50 \times 10^3}{5 \times 10^{-3}} = 10.5 \text{ Mpa} \end{cases}$$

بیشترین تنش در مقطع B-B در میله ی برنجی می باشد

Shahab

57

مثال - عضوی فولادی با مقطع دایره ملوح نماید که بتواند نیروی کششی 6000 lb را تحمل نماید

با منحنی استرس-تنش چهار برابر با $\frac{1 \text{ lb}}{\text{in}^2}$ باشد، فرض شود ضریب از اعضا افزایش قوی

معمول با $\frac{1}{16} \text{ in}$ نسبت به عضو با باریکتر از خود دارد، ضریب اعضای طراحی را پیدا

کرده، بار در تنش استرس-تنش تسلیم بین فولاد $\frac{1 \text{ lb}}{\text{in}^2}$ باشد؟ $\sigma_a = 22000 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$

حل: $\sigma_y = 26000 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$ $F.S = \frac{\sigma_y}{\sigma_a} = \frac{26000}{22000} = 1.64$

$$\Delta d = \frac{1}{16} \text{ in}$$

در طراحی باید با σ_a کار کنیم

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad (\text{مقطع دایره})$$

$$\sigma_a = \frac{P}{A} \Rightarrow A = \frac{P}{\sigma_a} = \frac{6000}{22000} = 0.273 \text{ in}^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow 0.273 = \frac{3.14 d^2}{4} \Rightarrow d = 0.59 \text{ in}$$

$$A = \frac{\pi (d + \frac{d}{16})^2}{4}$$

$$\sigma_a = ?$$

بنابر منحنی اگر قطر $\frac{1}{16}$ افزایش یابد

با افزایش $\frac{1}{16}$ قطر عضو فولادی با مقطع دایره سطح مقطع عضو افزایش یافته و در نتیجه

تنش محوری در عضو کاهش می یابد که $(\sigma_a = 19557 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2})$ با تقسیم 36000 بر (σ_a)

بر 19557 ضریب اعضای محاسب 1.84 بدست می آید که بیش از ضریب اعضای

دری که بزرگتر با 1.64 بدست می آید بنابراین قابل قبول است

مثال - میلای با جنس AL به طول 0.8 m و مدول الاستیک 70 GPa تحت اثر نیروی

محوری 36 kN قرار گرفته است. اگر تنش محوری مجاز برین میل 70 MPa باشد

تغییر طول مجاز 0.65 mm باشد، ابعاد مقطع این میل را طراحی نمایید؟

$$L = 0.8\text{ m}$$

$$E = 70\text{ GPa} \quad \delta a = \frac{P}{A} \Rightarrow A = \frac{P}{\delta a} = \frac{36 \times 10^3}{70 \times 10^6} = \frac{0.514}{10^3} \text{ m}^2$$

$$P = 36\text{ kN}$$

$$\delta a = 70\text{ MPa}$$

$$\Delta L_a = 0.65\text{ mm}$$

سطح عضو با توجه به تنش مجاز

A بالا سطح مقطعی است که برابر δa است

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} = \frac{(36 \times 10^3)(0.8)}{(70 \times 10^9) A} \Rightarrow A = 0.633 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$0.65\text{ mm}$$

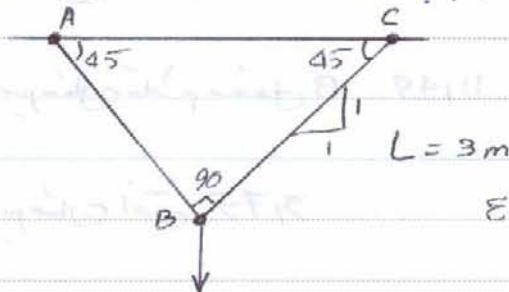
سطح عضو با توجه به تغییر طول مجاز

در این مورد A قطر را انتخاب می کنیم زیرا رابط $\delta a = \frac{P}{A}$ که نیز ما به تنش دیگری ارزش

مجاز دست خواهیم داشت

مثال - میل ها فولادی AB و BC چه سطح مقطعی داشته باشند تا تنش محوری ابعاد شده در آنها

از 200 MPa (δa) بیشتر نشود. اگر مدول الاستیک برابر با 200 GPa فرض شود تغییر مطلق



مادریم مفصل B را با توجه به شکل زیر محاسبه کنید؟

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F \cos 45 + F \cos 45 = 475\text{ kN}$$

$$2F \frac{\sqrt{2}}{2} = 475 \Rightarrow F = \frac{475}{\sqrt{2}} \Rightarrow F = 336\text{ kN}$$

نیروی در هر یک از میل ها



$$\delta a = \frac{F}{A} \Rightarrow 200 \times 10^6 = \frac{336 \times 10^3}{A}$$

$$\Rightarrow A = 1680 \text{ mm}^2 \quad \text{سقف مقطع مورد نیاز برای شش محار}$$

$$\delta_{BC} = \delta_{AB} = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} = \frac{(336 \times 10^3)(3)}{(200 \times 10^9)(1680 \times 10^{-6})} = \frac{3 \text{ mm}}{0.003 \text{ m}}$$

حال باید بررسی کنیم تغییرات B چه مقدار است.

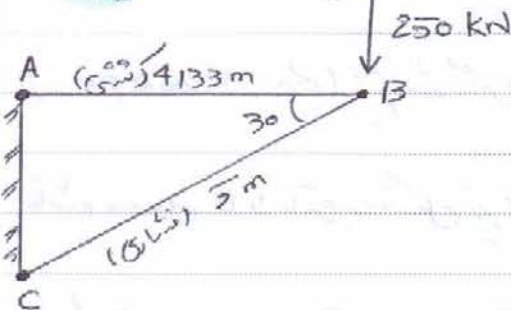
$$\cos 45 = \frac{\delta_{AB} (\text{فصل محار})}{\delta_B (\text{فصل})} \Rightarrow \delta_B = 4.24 \text{ mm}$$

مثال - در مبدی فولادی AB و BC با اتصال مفصلی به یکدیگر و به یک پایه وصل شده اند.

نیروی 250 kN مطابق شکل زیر بر سازه وارد شده است. در مبدی تنش تسلیم برابر 350 MPa

باشد و ضریب ایمنی در فشار برابر 3.5 در تنش برابر 2 باشد. سطح مقطع مبدی را

تعیین نمایید؟ تغییر مکان افقی قائم محفل B را حساب کنید در مبدی ضریب



الاستیک عضو برابر 200 GPa باشد.

تغییر مکان قائم محفل B 11.49

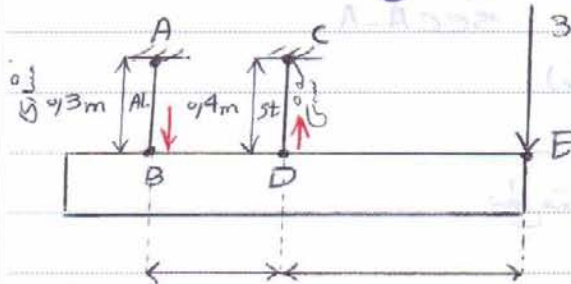
تغییر مکان افقی 3.75

سطح مقطع برای عضو BC 5000 mm² و برای AB 2500 mm²

مثال - جسم صلب BDE بر روی دو میله AB و CD به سبب دو محمل قرار دارد.

میله AB از جنس آلومینیم با مدول الاستیک 70 GPa و سطح مقطع 500 mm^2 و میله

CD از جنس فولاد با مدول الاستیک 200 GPa و سطح مقطع 600 mm^2 قرار دارد.



جای نقاط B، D و E را مشخص کنید؟

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 30 \times 0.6 = F_{CD} \times 0.2$$

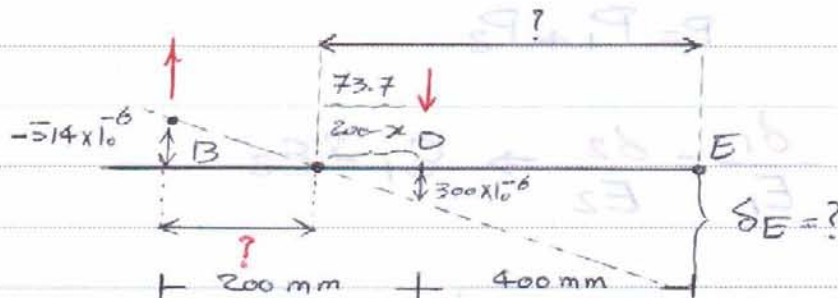
$$\Rightarrow F_{CD} = \frac{30 \times 0.6}{0.2} = +90 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow 30 \times 0.4 = -F_{AB} \times 0.2$$

$$\Rightarrow F_{AB} = \frac{30 \times 0.4}{0.2} = -60 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \delta_{AB} = \frac{(-60 \times 10^3) (0.3)}{(70 \times 10^9) (500 \times 10^{-6})} = -514 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \delta_{CD} = \frac{(90 \times 10^3) (0.4)}{(200 \times 10^9) (600 \times 10^{-6})} = 300 \times 10^{-6} \text{ m}$$



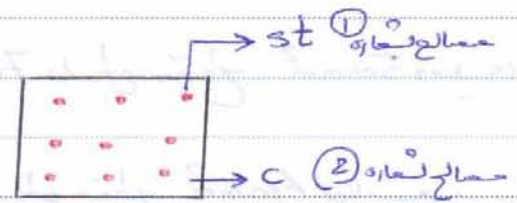
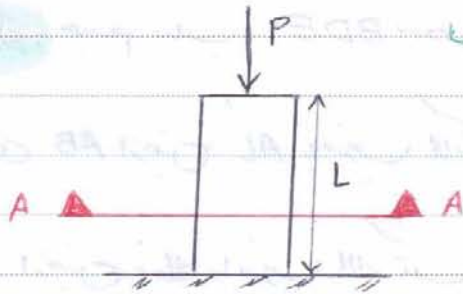
$$\frac{x}{-514} = \frac{200-x}{73.7} \Rightarrow x = 12613 \text{ mm}$$

Shahab

61

$$\delta_E = \frac{73.7}{473.7} = \frac{0.3}{\delta_E} \Rightarrow \delta_E = 1.928 \text{ mm}$$

ا. عنای محوری مشتمل از > مصالح مختلف



seca-A

(مزیب الاستیته) $E_1 > E_2$ (مزیب الاستیته st)

$A_1 = \sum A_i$ سطح مقطع بخش فولادی (مسا) (مسا) (مسا)

$A_2 =$ مساحت بخش بتنی

$P_1 =$ سهم مصالح شماره 1 از نیروی P

$P_2 =$ سهم مصالح شماره 2 از نیروی P

در استیون مصالح داریم:

$$\delta_1 = \delta_2 \Rightarrow \frac{P_1 \cdot L}{E_1 \cdot A_1} = \frac{P_2 \cdot L}{E_2 \cdot A_2}$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$\frac{\delta_1}{E_1} = \frac{\delta_2}{E_2} \Rightarrow \epsilon_1 = \epsilon_2$$

$$\delta_1 E_2 = \delta_2 E_1$$

رابطه (I) شماره

$$P = P_1 + P_2 \quad \text{حال از رابطه ی}$$

$$P = \delta_1 A_1 + \delta_2 A_2$$

طریق روابط فوق را در E_1 ضرب می کنیم :

$$P \cdot E_1 = \delta_1 A_1 E_1 + \delta_2 A_2 E_1$$

$$A_2 \delta_1 E_2$$

$$P \cdot E_1 = \delta_1 (A_1 E_1 + A_2 E_2) \Rightarrow \delta_1 = \frac{P \cdot E_1}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$$

$$\delta_2 = \frac{P \cdot E_2}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$$

معادلات مشابه داریم :

$$n = \frac{E_1}{E_2} \quad \text{نسبت ضریب الاستیسیته است به بین (ضریب الاستیسیته تر به نرم تر)}$$

برای فولاد و بتن n حدود ۱۵ است

بازنویسی :

اگر از E_1 حاکم و تسلیم

$$\delta_1 = \frac{P \cdot E_1}{E_1 (A_1 + \frac{A_2}{n})}$$

$$\delta_2 = \frac{P \cdot E_2}{E_2 (A_1 \cdot n + A_2)}$$

$$\delta_1 = n \delta_2$$

مثال - ستون چوبی با مقطع مربع با ابعاد $20 \times 20 \text{ cm}^2$ توسط صفحات فولادی با ضخامت

1 cm مطابق شکل زیر تقویت شده است. بار محوری 70 ton بر این ستون وارد می‌شود. است.

میزان ارتجاعی فولاد و چوب به ترتیب $2 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و $10^5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ است.

اولاً تنش عمود در فولاد و چوب تحت اثر بار محوری مقایسه کنید؟

ثانیاً در صورتی که تنش مجاز فولاد و چوب به ترتیب $1350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و $80 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد، بار محوری



حداکثر چه قدرتی می‌تواند بپذیرد؟ ($P_{\max}$)

(i) فولاد مصالح لغزنده (ii) چوب مصالح لغزنده

$$\epsilon_1 = \frac{P}{A_1 + \frac{A_2}{n}} \quad n = \frac{E_1}{E_2} = 20$$

$$\Rightarrow \frac{70 \times 10^3}{80 + \frac{400}{20}} = \frac{70 \times 10^3}{80 + 20} = 700 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\epsilon_2 = \frac{P}{nA_1 + A_2} = \frac{70 \times 10^3}{20 \times 80 + 400} = 35 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

(i) اثر تنش در فولاد به مقدار مجاز برسد

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{sta}} = 1350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$1350 = \frac{P}{80 + 20} \Rightarrow P = 135000 \text{ kg} = 135 \text{ ton}$$

(2) اگر تنش در جلوب به مقدار مجاز برسد

$$\sigma_2 = 80 = \frac{P}{2000} \Rightarrow P = 160000 \text{ kg} = 160 \text{ ton}$$

تحمل این تیر 135 ton می باشد اگر مقدار در تنیم تا 135 ton فولاد جاری می شود

پس جلوب هم جاری می شود و به مقدار 60 ton می رسد

مثال - یک تیر فولاد به طول 10 متر و مقطع مربع با ابعاد $30 \times 30 \text{ cm}^2$ باید بار محوری

68 ton را تحمل نماید اگر تنش مجاز بتن برابر با $60 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و تنش مجاز فولاد $1350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد.

تعداد میلبردها لازم به قطر 16 mm را که باید در سطح مقطع تیر تعبیه شود را

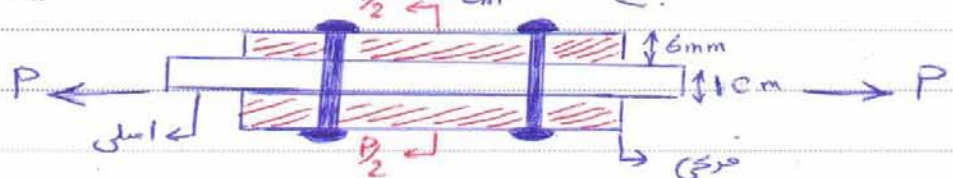
$$E_c = 14 \times 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, E_{st} = 21 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

نسبت میلبردها را حساب می کنیم پس بتن را تقسیم بر مقدارهای تنیم تا مقدار در تنیم

مثال - در اتصال شکل زیر تعداد برچ ها لازم در صورتی که محاسب نماید اگر قطر برچ ها 18 mm

تخت است صفحات اصلی 1 cm و ضخامت تخته 6 mm باشد. نیروی P برابر

15 ton و تنش مجاز برشی برچ 4 برابر $1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و تنش مجاز کششی برابر $2500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ در نظر گرفته شود؟



Shahab

$$P = 15000 \text{ kg}$$

$$d = 18 \text{ mm}$$

$$Z_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_a = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

حل: تنش کششی در صفحات اصلی:

$$\sigma_p = \frac{P}{A} = \frac{15000}{n(118 \times 1)} \Rightarrow \frac{15000}{2500 \times 18 \times 1} \Rightarrow \boxed{n=4}$$

$\swarrow$ ارتفاع صفحات اصلی $\swarrow$ تعداد ورق ها لازم $\swarrow$ عرض ورق

مختبر تنش کششی در صفحات فرعی (تثقیف)

به دلیل $\frac{P}{2}$

$$2500 = \frac{15000/2}{n \times 18 \times 0.6} \Rightarrow n = \frac{7500}{2500 \times 18 \times 0.6} \Rightarrow \boxed{n=3}$$

تعداد ورق ها



مختبر تنش برشی در ورق: تعادل به برش ورق دارد

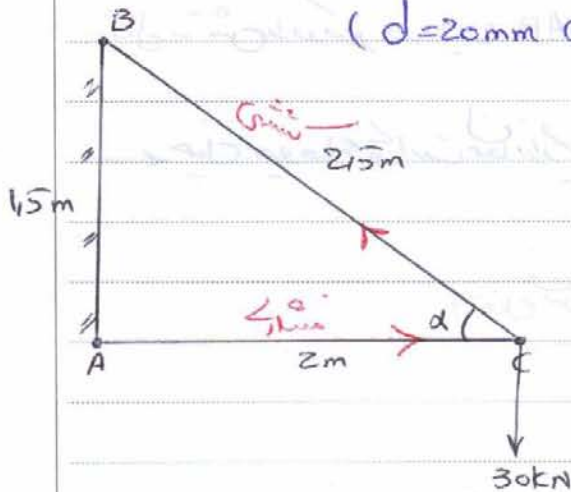
$$Z_a = \frac{P/2}{n \times (\frac{\pi d^2}{4})} \Rightarrow 1000 = \frac{7500}{n(514 \times \frac{18^2}{4})}$$

$$\Rightarrow \boxed{n=3}$$

تعداد ورق ها

با در نظر گرفتن ورق ها، اصابت کرد بنا بر این به 4 عدد ورق نیاز داریم

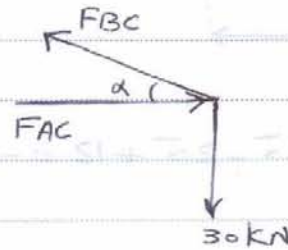
مثال - شش اعضا را حساب کنید. (مقطع اعصاب تری) $(d = 20 \text{ mm})$



حل:

$$\sin \alpha = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{2.5} = \frac{4}{5}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BC} \sin \alpha = 30 \text{ kN}$$

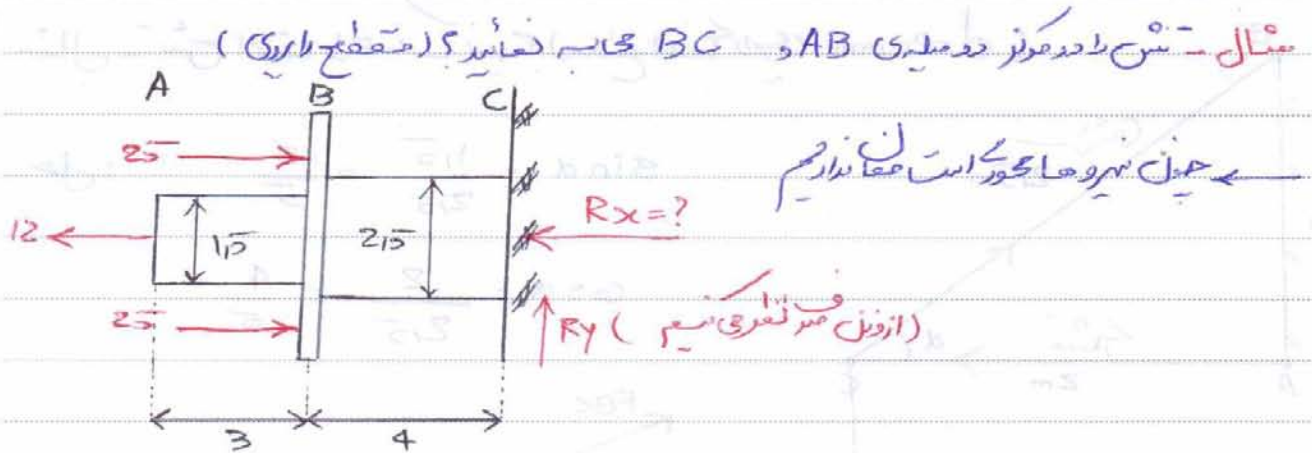
$$F_{BC} = \frac{30}{\sin \alpha} = \frac{30}{\frac{3}{5}} = \frac{5 \times 30}{3} = 50 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AC} = -F_{BC} \cos \alpha$$

$$F_{AC} = 50 \times \frac{4}{5} = -40 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \begin{cases} \rightarrow \sigma_{BC} = \frac{50 \times 10^3}{314} = 159 \text{ N/mm}^2 \\ \rightarrow \sigma_{AC} = \frac{-40 \times 10^3}{314} = -127 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

$$A_{BC} = A_{AC} = \pi r^2 = 314 \times 10^2 = 314 \text{ mm}^2$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -25 - 25 + 12 = -R_x \Rightarrow R_x = -38$$

$$R_x = 38$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{12 \times 10^3}{\pi \left(\frac{15}{4} \right)^2}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{-38 \times 10^3}{\pi \left(\frac{215}{4} \right)^2}$$

مثال - میلر با سطح مقطع 850 mm^2 مطابق شکل تحت اثر نیروی کشش 60 kN قرار گرفته است.

تنش عمود بر برش را روی صفحه با زاویه 30° در سه جهت به مقطع محور طولی میلر را

محاسبه کنید.

در این تنش عمود و حرارت تنش برشی را در میلر محاسبه کنید و جهت این دو را مشخص کنید.



$$G_{\theta} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta = \frac{60 \times 10^3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{850}$$

حل:

$$Z_{\theta} = \frac{P}{2A} \sin 2\theta = \frac{60 \times 10^3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \times 850}$$

$$G_x = \text{تنش محوری در راستای میل} = \frac{60 \times 10^3}{850}$$

چون در هفت راستای محور یونی $\theta = 0$ و 90° کانتر عظیم است پس $G_{\max} = G_{\theta}$

$$Z_{\max} = \frac{P}{2A} = \frac{60 \times 10^3}{2(850)}$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\sin 2\theta = 1$$

مصفای که برای بیشترین و کمترین تنش ها عمودی و قائم بر سطح اصلی نامیده می شوند

در مصفات اصلی تنش های برشی برابر صفر خواهند بود

تغییر طول در سازه فولادی دایره‌ای و داخلی

~ ~ ~ ~ ~

$$\delta f_{st} + \delta f_{cu} = 0.18 \text{ mm} = 0.018 \text{ cm}$$

در سازه فولادی دایره‌ای

$$\frac{P \times Z_0}{(2 \times 10^6)(A)} + \frac{P \times Z_0}{(10^6)(A)} = 0.018$$

$$\frac{P}{A} \left(\frac{Z_0}{2 \times 10^6} + \frac{Z_0}{10^6} \right) = 0.018 \Rightarrow K = \dots$$

نسبت کشش به دایره فولادی

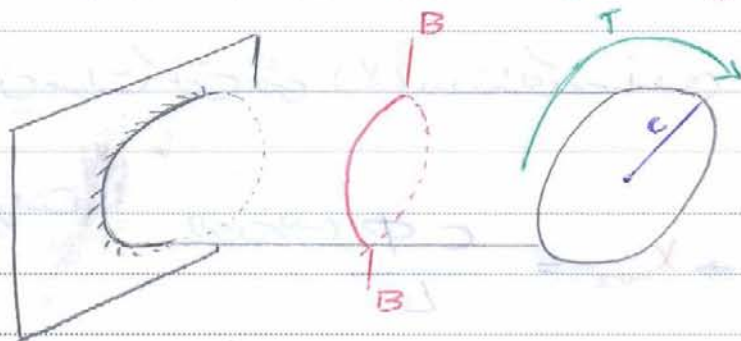
(Torsion)

پیچش

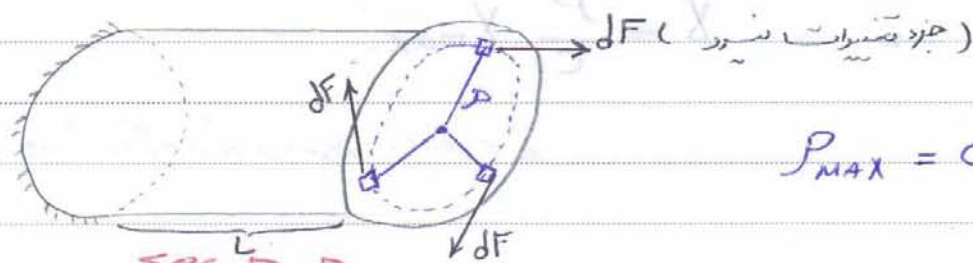
نش در محورها:

از بهترین کاربردها اعضای تحت پیچش می‌توان به محورها آنها مانند میل گاردان اشاره کرد.
 برای اعضای تحت پیچش مقاطع دایره‌ای توپر یا توخالی مناسب‌ترین می‌باشند زیرا این مقاطع در
 پیچش لجهوت مسطح باقی می‌مانند و اعوجاج پیدا نمی‌کنند. متغیر سطح مقطع عضو است که در محورها معمول
 بر اساس این خاصیت شیب می‌شود که توزیع تنش و تنش کششی لجهوت خطی می‌باشد.
 در شکل زیر مدله‌ای که تحت اثر پیچش T می‌باشد را در نظر بگیرید. در نقطه B مقطع
 عمود بر محور این مدل می‌زنیم

در مقطع B باید براندیت اورنیوها dF دایره با T باشد پس خواصم داشت:



C: شعاع مقطع دایره‌ای



$$P_{MAX} = C$$

Shahab

73

$$\int p \cdot dF$$

↓
تشریح

$$dF = \tau \cdot dA$$

↓

$$dA = 2\pi r \cdot dr$$

محیط دایره

$$\tau = F/A$$

$$\rightarrow F = \tau \cdot A$$

$$dF = \tau \cdot dA$$

$$T = \int_0^R p \cdot \tau \cdot 2\pi r \cdot dr$$

$$T = 2\pi \int_0^R \tau r^2 \cdot dr$$

بهترین مقطع برای پخش مقطع دایره شکل می باشد و کاملاً نسبت به تقاطع مرکزی

تعداد دارند پس از دایره بهترین مقطع مربع خواهد بود و همان مقدار نسبت به

مستطیل دارد. برای این اساس بهترین شکل برای سون ها در ساختمانها دایره و پس مربع خواهد بود

اگر طول میل برابر با شعاع مقطع برابر با r باشد، مقطع به میزان ϕ پهنه باشد

در این صورت گزشت برشی (لا) در نقطه ای که به نام r از محور مجاور محور دارد

برابر است با:

$$\lambda = \frac{P\phi}{L} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{C\phi}{L} \quad (\text{از جن زاویه})$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{P}{C} \lambda_{max}$$

2 که به بخش برشی در محور می باشد

بر اساس اصول مهندسی قبل و با توجه به قانون هوک برای تنش برشی $(\tau = G \cdot \gamma)$

خواهیم داشت:

اگر فرض کردیم G ضرب کنیم

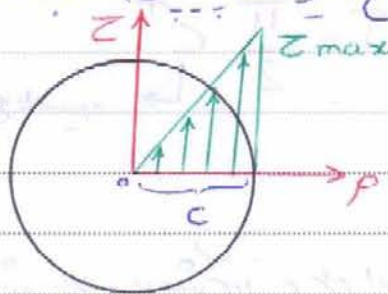
$$\gamma \cdot G = \frac{\rho}{c} \cdot \gamma_{max} \cdot G$$

$$\tau = \frac{\rho}{c} \tau_{max}$$

یعنی نقطه ای که در لبه دور است $\rightarrow$ که این رابطه بیانگر این است که اگر در هیچ بخش از محور، از حد تناسب عبور کنیم، تنش برشی

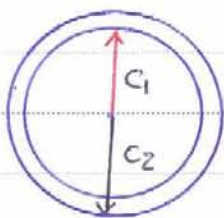
در هیچ کاردان (عضو یا مقطع دایره تحت برش) صورت نمی گیرد با فاصله هر از محور محل کاردان

توزیع تنش برشی τ در مقطع دایره ای تحت برش



تغییر می کند:

نکته: در یک محور دایره ای توخالی به شعاع داخلی C_1 و شعاع خارجی C_2



تنش برشی بصورت خطی از τ_{min} (تنش برشی در مرکز) در حصار داخلی مقطع

به τ_{max} (تنش برشی در لبه دور) در حصار خارجی مقطع می رسد بنابراین داریم:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}}$$

محاسبه میانی اینها در مقاطع دایره ای حصار نازک (تو خالی)

$$J = \frac{1}{2} \pi C_2^4 - \frac{1}{2} \pi C_1^4 = \frac{1}{2} \pi (C_2^4 - C_1^4)$$

75 $J = \frac{\pi}{2} C^4$

مضامع شکل نیز در اثر بدش در مقدار مضامع عمود بر محور طولی عضو می کشند زیرا در این

مضامع کشش بیش MAX می باشد

مضامع شکل نیز در کشش نسبت به کشش عمود بر آن می باشد

مضامع تورد

مضامع تورد تحت بدش در مقدار طولی و با محور طولی زاویه 45° می سازد چهار کشش

می کشند زیرا این مضامع عمود بر راستای کشش MAX هستند

مضامع تورد در کشش منصف آنرا برش هستند

برای طراحی محورها انتقال، باید مضامع را ایجاد مضامع کششی انتقال شوند که با انتقال

توان مورد نیاز در سرعت کشش بیش MAX آنرا برش می گذارند

توان مربوط به چرخش میله ای که نشانگر T را با سرعت زاویه ای W (رادیان) انتقال می دهد

برابر است با: $P = T \cdot W$
 سرعت زاویه ای $\rightarrow$ کشش دوری

$$W = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

دوره تناوب $\rightarrow$ $\leftarrow$ فرکانس (Hz)

توضیح: rpm (واحد دور در دقیقه)

$$rpm = \frac{1}{60 \text{ sec}} = \frac{1}{60} \text{ sec}^{-1} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30} \left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right)$$

پیدايش مقاطع غیر دایروی :

در مقاطع دایروی چه نوع وجه توخالی تحت اثر پدیش ، میدان شش طولی در مقطع به وجود نمی آید و تنها

شش برشی در مقطع خواهیم داشت

در مقاطع دایره ای و بیضی ، مقاطع طولی شکل مقاطع غیر دایروی که نبت به محور طولی مقطع متساوی

نداریم ، اگر در انتهای مقطع بافت از آنست که تحت اثر کسر پدیش T قرار گیرد شش طولی در مقطع

به وجود نمی آید

اگر بایک انتهای مقطع نابت باشد و توسط کلاهک برای اجازه پدیش و تغییر شکل آن فرستاده

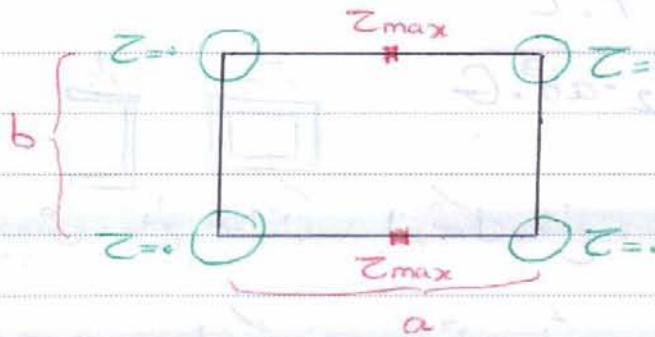
شده باشد و در انتهای دیگر را ببندیم ، در مقطع شش طولی به وجود نمی آید ، نبت در دو حالت

انواع در مقطع خواهیم داشت

نکته: اگر بایک مقطع مستطیلی بافت با ک مقطع زرد آن a و مقطع نوج آن b باشد

و تحت اثر کسر پدیش T قرار گیرد ، گوشه های مقطع مستطیلی دارای شش برشی مغزی باشد و در

اضلاع نزدیکتر برای بیشترین MAX خواهد بود



اگر ضرایب C_1 و C_2 که تنها وابسته به معادلات $\frac{a}{b}$ دارد در بی نهایت $\frac{a}{b} \gg 5$

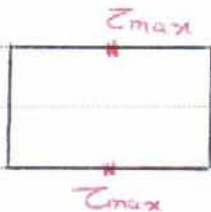
خواهیم داشت:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{3} \left(1 - 0.163 \frac{b}{a} \right)$$

تقریب: برای نسبت‌های بزرگ $\frac{a}{b}$ (یعنی نسبت‌ها بزرگ $\frac{b}{a}$) با تقریب خوبی خواهیم داشت:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{3}$$

برای این اساس بیشترین MAX که در معادله مستطیلی، در وسط اضلاع نزدیکتر رخ می‌دهد برابر



$$z_{max} = \frac{T}{C_1 \cdot ab^2}$$

است با:

برای مسائل صفحه 208 - 209

وزاویه برعکس برابر است با :

$$\phi = \frac{T \cdot L}{C_2 \cdot a b^3 \cdot G}$$



نکته: در برعکس مقاطع جدار نازک باز شکل مقطع مهم نمی باشد بلکه ابعاد مقطع یعنی

طول و ضخامت اهمیت دارد. اگر این ابعاد ثابت باشند - مقاطع جدار نازک باز با هر شکلی

ساخته شوند رفتار یکسانی از خود نشان می دهند.

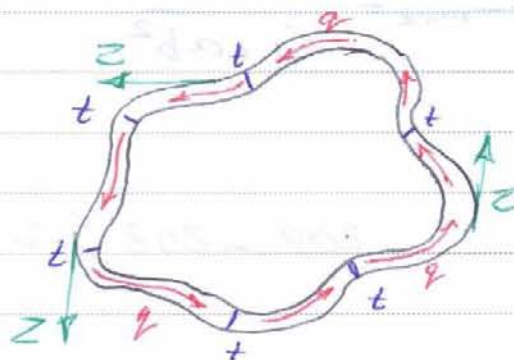
برعکس مقاطع جدار نازک بسته :

مداین مقاطع که مثلاً در شکل زیر نمایش داده شده است

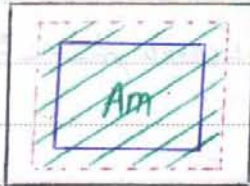
حاصل ضرب ضخامت برشی (ح) در ضخامت جداره (t) در سراسر مقطع معادلی ثابت می باشد

که این معادار ثابت را جدارین برش می گویند و با q نمایش می دهند

$$q = \sum t \cdot (جدارین برش)$$



اگر سطح محدود به خط مرکزی مقطع را A_m گوئیم



تنش برشی برابر است با:

$$\tau = \frac{T}{2 \cdot A_m \cdot t} \quad \left(\begin{array}{l} \text{تعداد جدار} \\ \text{تقاطع جدار} \end{array} \right)$$

در جدار نازک

$$\phi = \frac{T \cdot L}{4 A_m \cdot G} \int \frac{ds}{t}$$

وزان برشی آن

$$\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$

$$J = \frac{4 A_m}{\int \frac{ds}{t}} \quad \left(\begin{array}{l} \text{ممان اینرسی برشی} \end{array} \right)$$

در بحث مقاطع جدار نازک هر سطحی که داشته باشیم، ابعاد ضلع هر ضلع را جداگانه محاسبه می‌کنیم و در آخر با هم جمع می‌کنیم. تنش برشی هر قسمت را که از آن خواستیم با استفاده از ضلع است. **صلبیت برشی و مقاومت برشی کل** بدست می‌آید.

اگر K_1 را صلبیت برشی مقطع و K_2 را مقاومت برشی مقطع بدانیم و باین ترتیب

$$\tau_{max} = \frac{T}{K_2}$$

$$\phi = \frac{T}{K_1}$$

به دو رابطه:

برای مقاطع مختلف خواص را می‌توان:

1- مقاطع جدار نازک مستطی	2- مقاطع جدار نازک باز
1) $K_1 = \frac{GJ}{L}$	1) $K_1 = \frac{GJ}{L}$
2) $K_2 = 2 A_m \cdot t_{min}$	2) $K_2 = \frac{GJ}{L}$
3) $J = \frac{4 A_m}{\int \frac{ds}{t}}$	3) $J = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n a_i t_i^3$
	4) $K_2 = \frac{\sum_{i=1}^n a_i t_i^3}{3 t_{max}}$

Shahab

3 - مقطع دایره‌ای با شعاع R :

$$K_1 = \frac{GJ}{L} \quad J = \frac{\pi}{2} R^4 \quad K_2 = \frac{\pi}{2} R^3$$

4 - لوله‌ای با شعاع R و ضخامت t :

$$K_1 = \frac{GJ}{L} \quad J = 2\pi R^3 t \quad K_2 = 2\pi R^2 t$$

5 - مقطع دایره‌ای با شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 :

$$K_1 = \frac{GJ}{L} \quad J = \frac{\pi}{2} (R_2^4 - R_1^4) \quad K_2 = \frac{\pi (R_2^4 - R_1^4)}{2 R_2}$$

نکته: ضریب پخش مقطع (K_1) هم‌چون دهم دیسکون پخش پخش T می‌باشد.

مقاومت پخش مقطع (K_2) دارای دیسکون مکعب طول (L^3) می‌باشد.

نکته: بیشترین تنش عشاری MAX در لب استوانه مدور چهارضای تحت پخش (T)

و با ضخامت t و شعاع متوسط R به ترتیب برابر است با:

$$\sigma_{max} = \frac{T}{2\pi R^2 t}$$

ساعت میانی (Am)

معدل متوسط هم‌بو بیشترین تنش MAX و هم‌بو بیشترین تنش MAX مادی می‌باشد.

نکته: در پیش (مقاطع مدور) از پیش محوری و همچنین پیش ها در جهت شعاع به دلیل

ناخیز بودن صرف تصور شود (برپایه است در حالتی که مقطع حمل محور تقارن می باشد)

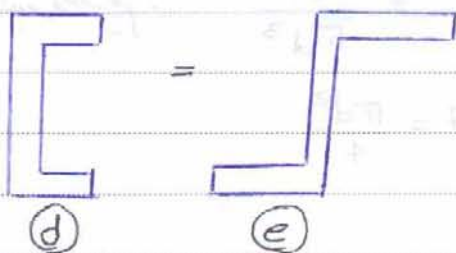
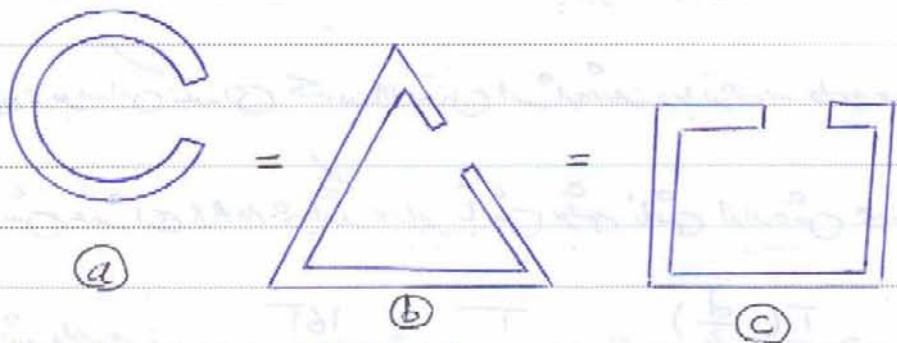
بنابراین پیش ها وارد بر ابعاد نمی نشینند و شش های مناری و شش MAX پیش ها اصلی بر اساس

موازی دایره موهر محاسب می شود.

مقادیر پیش ها اصلی در این حالت خاص برابر پیش می باشد.

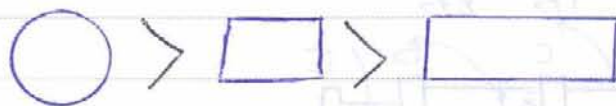
مثال: فرض کنید یک از مقاطع چهارضای زیر با فرض اینکه محوطه و تقارن است چهارضای برابر

باشد بیشتر است؟



خوبه همه با هم برابر است

مثال: فرض کنید یک از مقاطع زیر با فرض محوری سطح مقطع ثابت برای به مقطع برابر است؟



مثال - دقت یک محور شل شده از مواد تحت اثر تنش قرار گرفته باشند چه اندازه یک

کمیته می باشد؟ (مقطع دایره ای نیز داشته باشد)

حل: ترکها با زاویه 45° نسبت به محور طولی شکست می یابند زیرا مواد تحت تنش و مواد

شکل زیر تحت برش می شکند

مثال - حرکت کلی $T = F \cdot d$ به دو انتهای یک میله به قطر d و سطح مقطع A اعمال شود

MAX تنش کششی در میله چقدر خواهد بود؟ (معملاً یعنی برابر می باشد)

حل: بر اساس نکته ای که در بالا بیان اشاره شد و با توجه به دایره محور، تنش کششی MAX برابر

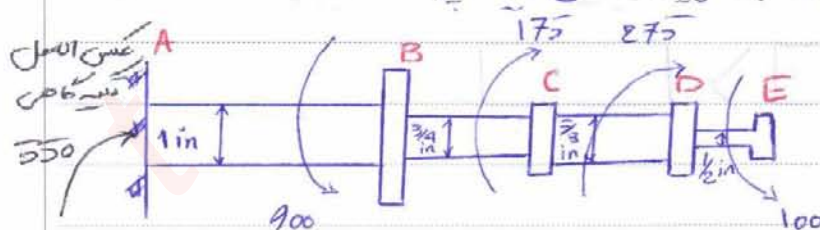
با تنش فشاری MAX می باشد زیرا بر اساس برشی ناشی از برش می باشد و در چنین مقطع تحت

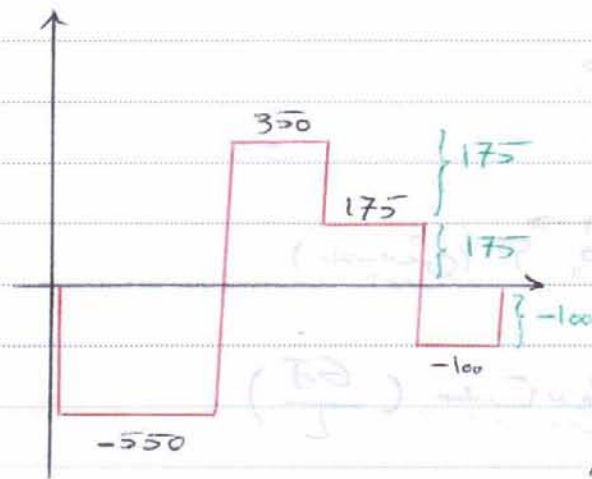
$$T_{max} = \frac{TC}{J} = \frac{T \left(\frac{d}{2} \right)}{\frac{\pi}{2} \left(\frac{d}{2} \right)^4} = \frac{T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

می باشد و داریم:

$$= \frac{4T}{Ad} \quad \text{if } A = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{بر حسب } A \text{ نوشته شده}$$

مثال - حرکت کششی برشی دارد مقطع زیری به غایب؟ (مقطع دایره ای نیز)





حل: همواره در ستر و صانع مکانی جابجایی

بزرگم رانیم از تلاش (نیروی که اعمال شده)

و جای خواصم با آن کار کنیم (مورد تقوا از آنها)

آنها را شمع می نماند

$$\bar{Z}_{AB} = \frac{T \cdot C}{J} = \frac{-550 \times \frac{1}{2} \text{ in}}{\frac{1}{2} (\frac{1}{2})^4} = 2810,12 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

$$\bar{Z}_{BC} = \frac{T \cdot C}{J} = \frac{350 \times \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} (\frac{3}{8})^4} = 4225,26 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

$$\bar{Z}_{CD} = \frac{T \cdot C}{J} = \frac{175 \times \frac{3}{16}}{\frac{1}{2} (\frac{3}{16})^4} = 3650,6 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

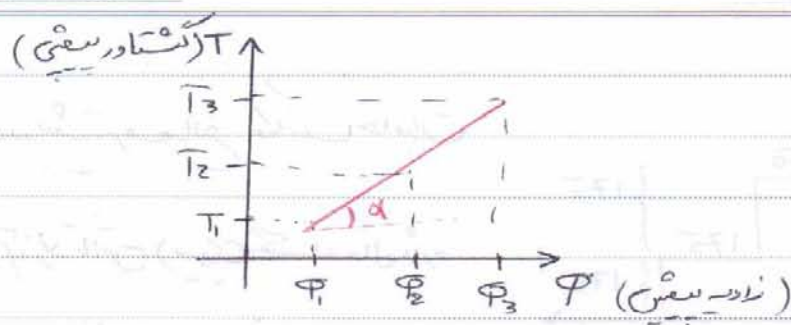
$$\bar{Z}_{DE} = \frac{T \cdot C}{J} = \frac{-100 \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} (\frac{1}{4})^4} = 4074,36 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

کاسه از شیشه‌های صلبیت بیشتری

میدان تحت بیش‌ترین حالت T_1 یا T_2 ... دارای دهم و چهار بیش‌ترین

بیش‌ترین رانیم P_1 و P_2 و P_3 و P_4 اندازه می گیریم پس از وصل کردن این چهار

نقطه در منفی بیش‌ترین - زیاد بیش‌ترین - نسبت این منفی برابر است با صلبیت بیش‌ترین



$$\left(\frac{GJ}{L} \right) \text{ ممان پیچی} = \tan \alpha \text{ (شیب خط)}$$

توجه: اگر مانند مثال قبل نتوانی ممان یا خطوط متعارفات دنبال هم داشته باشی و نتوانی در یک

پیچی متعارفات بدی آنها را اعمال کرده باشی زاویه پیچی کل را می توانی با جمع کردن نسبت

زاویه ها بدستی می آید.

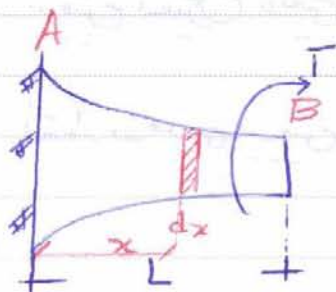
$$\Phi_{\text{Total}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{T \cdot L}{J \cdot G} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{T}{\left(\frac{GJ}{L} \right)}$$

ممان پیچی

در این روابط گشتاور پیچی باید با علامت مربوط به خود وارد روابط شود یعنی دایره کشم مربوط به

پیچی رسم شود و هر مثبت که پیچی مثبت بود با علامت $+$ و هرگاه منفی بود با علامت $-$

مثال: مقدار پیچی در نقطه ای نهایی را می بینیم؟ (Φ_B)

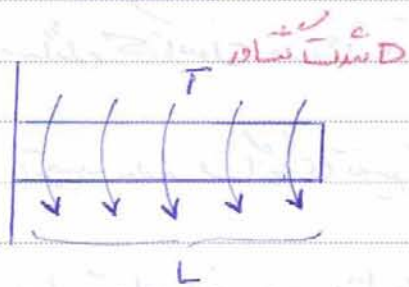


چون مربوط به نقطه است

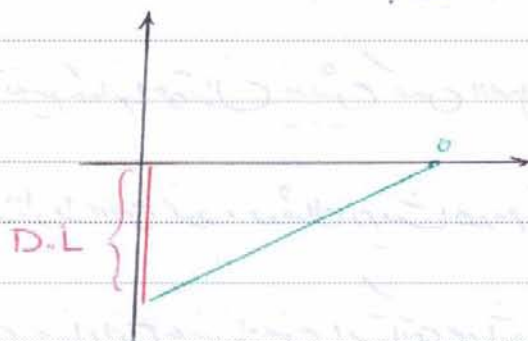
$$\Phi = \int d\Phi = \int \frac{T dx}{GJ(x)}$$

ممان پیچی

مثال - زاویه پیچش را برای حالتی که بر روی سیم زیر با طول L و تنش D و پیچش θ در طول

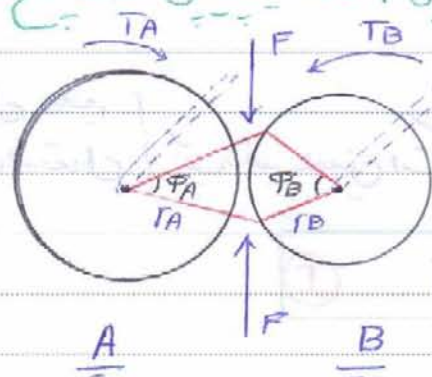


سیم اعمال شده باشد را محاسبه کنید؟



$$\theta = \frac{1}{GJ} \int T dx = \frac{1}{GJ} \int D L dx$$

رابطه میان مقدار پیچش (تغییر زاویه پیچش) در دو سطح دایره دیگر



$$\theta_A \cdot r_A = \theta_B \cdot r_B = \text{cte}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_A = F \cdot r_A \\ T_B = F \cdot r_B \end{array} \right\} \frac{T_A}{T_B} = \frac{r_A}{r_B}$$

بنابراین:

زاویه پیچش در هر دایره ها با شعاع جدار دایره متناسب دارند

پیچش شفت با شعاع شفت متناسب دارند

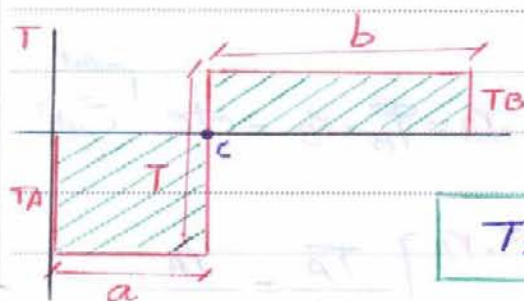
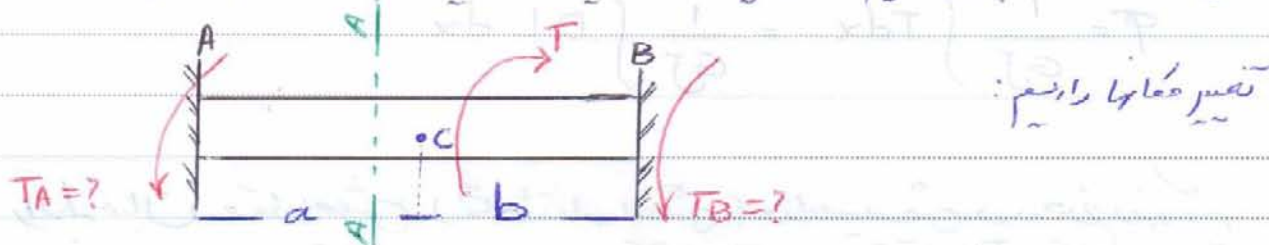
جرقه ها و نشست های نامعین استاتیکی ← از روابط سازگار تغییر مکانها

مسائلی که تاکنون مورد بحث قرار گرفته اند، معین استاتیکی بودند اما در مورد نشست ها نامعین

بناچار به روابط سازگاری تغییر مکانها می توانیم پیش کس العمل ها نسبت به طی راه بعضی

روابط متعلق عضو مورد نظر را بررسی نمود، در مثال زیر مشاهده می شود:

یک مهارس و دو محمول داریم: بنابراین عضو نامعین استاتیکی می باشد. بناچار به رابطه سازگاری



دو محمول داریم
یک مهارس متعلق یک رابطه نامعین استاتیکی

$$T = T_A + T_B \quad \text{I}$$

رابطی سازگار تغییر مکانها:

$$\phi_{A/B} = \phi_{A/C} + \phi_{C/B}$$

چون در سگرتاری باشد $\phi_{A/B} = 0$ است

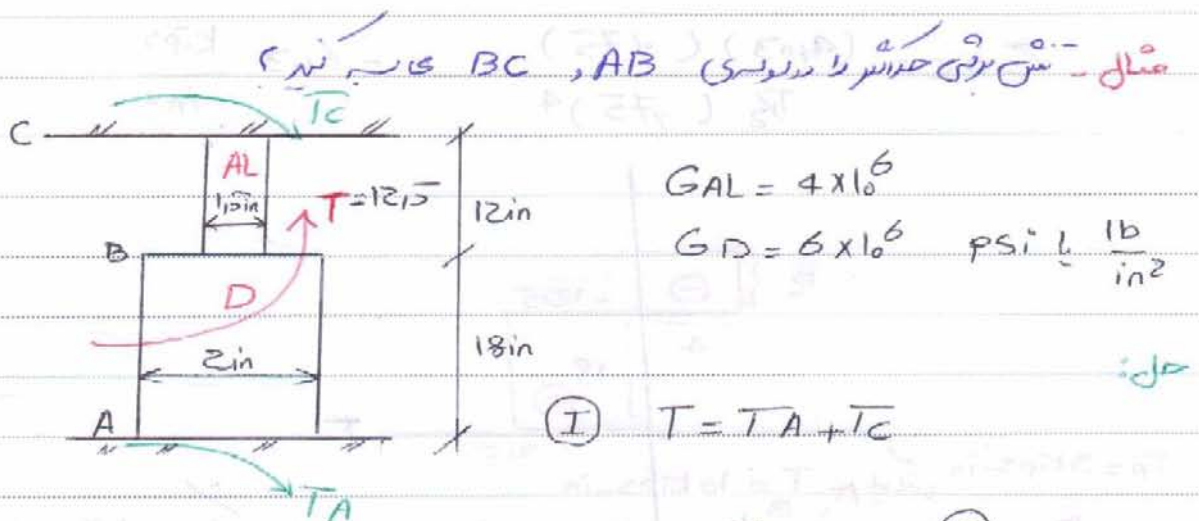
$$\phi_{A/B} = \phi_{A/C} + \phi_{C/B} \quad \leftrightarrow \quad 0 = \phi_C - \phi_C$$

$\phi_C - \phi_A$ $\phi_B - \phi_C$
 منفی مثبت
 (یعنی A نسبت به B) (یعنی B نسبت به A)

$$\Rightarrow 0 = \frac{T_A \cdot a}{GJ} - \frac{T_B \cdot b}{GJ} \Rightarrow T_A \cdot a - T_B \cdot b = 0$$

$$\Rightarrow T_A \cdot a = T_B \cdot b \quad \textcircled{II}$$

حل از رابطه (I) و (II) می توان $T_A, T_B, \dots$ را بیابیم



$$\textcircled{I} \quad T = T_A + T_C$$

$$\Rightarrow 12.5 = T_A + T_C \quad \textcircled{I}$$

$$\phi_{A/C} = \phi_{A/B} + \phi_{B/C} \Rightarrow 0 = \phi_B - \phi_B$$

$$J = \frac{\pi}{2} R^4 \rightarrow J_{AC} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1.5}{2} \right)^4, \quad J_D = \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{2} \right)^4$$

نابرابری می توانیم:

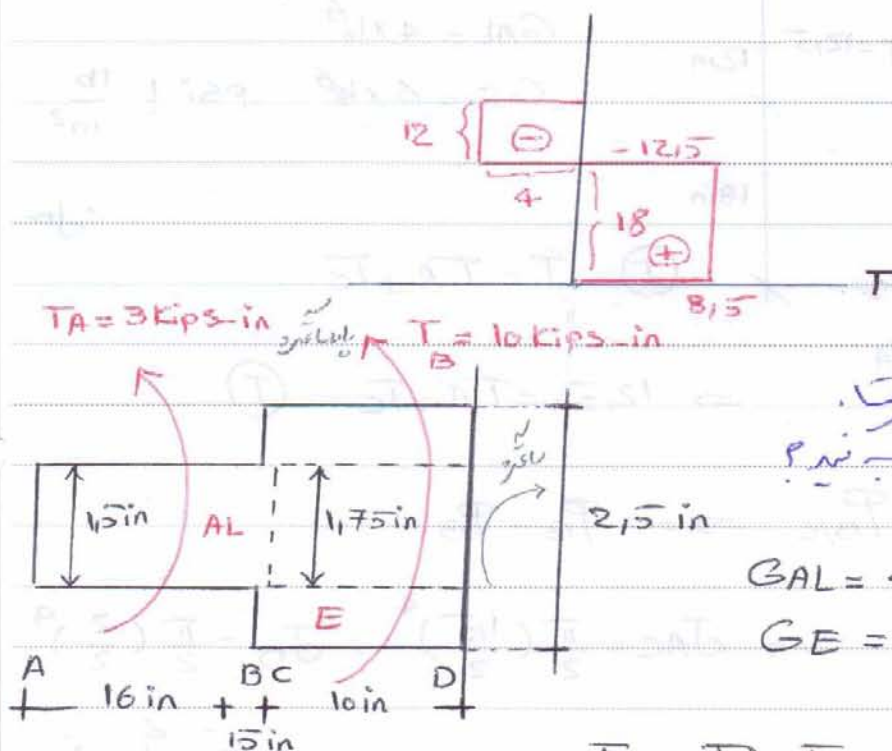
$$0 = \frac{T_A \cdot 18}{(6 \times 10^6) \left(\frac{\pi}{2} \right)} - \frac{T_C (12)}{(4 \times 10^6) \left(\frac{\pi}{2} \times \left(\frac{1.75}{2} \right)^4 \right)} \quad \textcircled{II}$$

$$\text{I and II} \rightarrow \begin{cases} T_C = 4103 \text{ kip-in} \\ T_A = 815 \text{ kip-in} \end{cases}$$

با جابجاری T_C و T_A در معادله $Z = \frac{T_C}{J}$ MAX را می یابیم:

$$Z_{AB} = \frac{(815) \left(\frac{2}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} = 5141 \frac{\text{kips}}{\text{in}^2}$$

$$Z_{BC} = \frac{(4103) (1.75)}{\frac{\pi}{2} (1.75)^4} = 6103 \frac{\text{kips}}{\text{in}^2}$$



از C مقطع چهار باز است. سوال - زاویه ی تقعر چقدر را حساب کنید؟

$$GAL = 4 \times 10^6$$

$$GE = 6 \times 10^6$$

$$T_D = T_A + T_B \Rightarrow T = 10 + 3 = 13 \text{ kips-in}$$

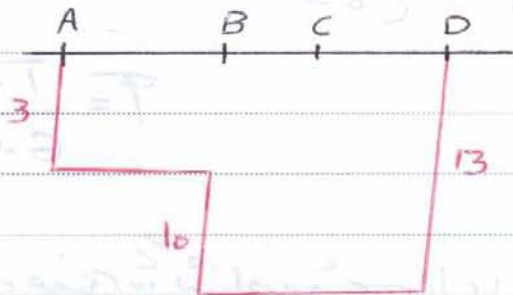
$$T_{A/D} = T_{A/B} + T_{B/C} + T_{C/D}$$

$$\tau_{A/B} = \frac{3(16)}{(4 \times 10^6)(\pi/2 \times (175)^4)}$$

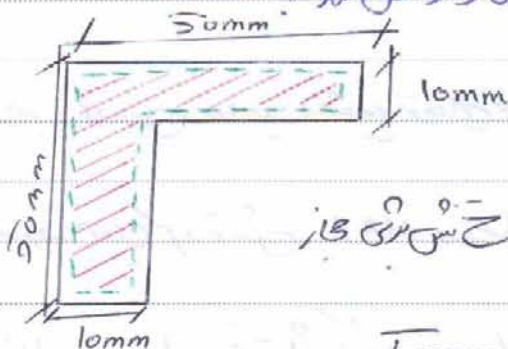
$$\tau_{B/C} = \frac{13(15)}{(6 \times 10^6)(\pi/2 \times (125)^4)}$$

$$\tau_{C/D} = \frac{13(10)}{(6 \times 10^6)(\pi/2 \times (125)^4 - (\frac{175}{2})^4)}$$

شعاع خارجی
شعاع داخلی
مقطع توخالی



مثال - اگر عضوی با مقطع حداثی با ضخامت 10 mm و تنش برشی مجاز 25 Mpa داشته باشیم، این الف حداثی چه مقدار برشی را می تواند تحمل کند؟



$$\tau_{max} = ?$$

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{2A_m t}$$

$$\tau_{max} = 2Z A_m t$$

$$A_m = 7581.875 \text{ mm}^2$$

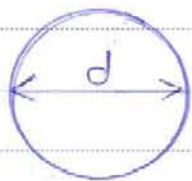
نکته مهم: در این نوع مسائل اگر خواست مقطع چهار نازک، مختصر بود، برای هر قسمت باید

جوابنامه حساب شود و از خواست همان قسمت در محاسبات استفاده شود و نهایتاً پاسخ با جمع

جمع شوند
$$\tau = \frac{T \cdot L}{G \cdot 4 A m^2} \left(\frac{ds}{t} \right)$$

سوال: اگر خواصیم با مصالحی با تنش مجاز 60 MPa - عصبی که استاندارد پیشی تعادل یا

$300 \text{ N} \cdot \text{m}$ عاوانی نیم d را در حالت $\frac{1}{2}$ از تنش غایب؟



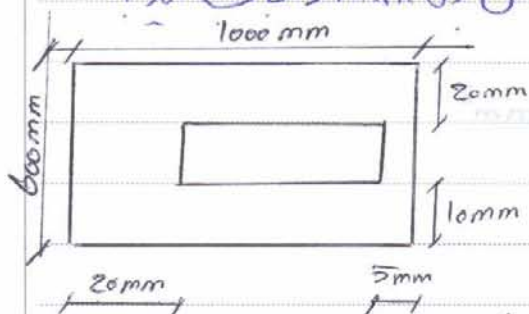
$C_1 = 0.208$

$C_1 = 0.248$

توضیح: بر اساس خواصیت مقطع تو خالی می توان در مصالح مصرفی بزرگ مقابله با تنش پیشی

صرفه جوی کرد تنش MAX در وسط فیلد نزدیکتر در اعضای مشوری رخ می دهد (نقطه به ضلع تو خالی)

سوال: مقطع زیر تحت اثر کشش پیشی 12 N/m قرار دارد تنش بیشی MAX را مابین نند؟



حل: در مقاطع چهار نازک، جریان بیشی q ثابت

می باشد و چون $q = t \cdot \tau$ است، تنش بیشی در نقطه A

حداکثر می باشد که خواصیت (t) حداقل باشد. بنابراین بیشی بیشی در حدار BD اتفاق می افتد

و لازم است واحدها را به kg و cm تبدیل کنیم

$$q = Z \cdot t \Rightarrow Z = \frac{q}{t} = \frac{T}{Z A_m \cdot t} = \frac{12 \times 10^5}{Z (A_m) (0.15 \text{ cm})}$$

$$A_m = (1000 - \frac{3}{2} - \frac{20}{2}) \cdot (600 - \frac{20}{2} - \frac{10}{2}) = 577687.5 \text{ mm}^2$$

$$= 57761.875 \text{ cm}^2$$

مثال - یک محور انتقال (دندنی شریکشی) از 6 مربع به قطر 25 mm که در محیط دایره

به قطر 200 mm قرار دارد تشکیل شده است. اگر این اتصال تحت اثر شریکشی 20 kN.m

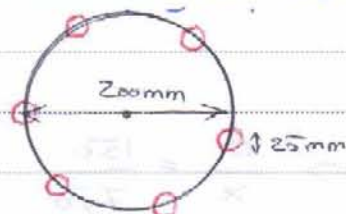
قرار داشته باشد، تنش بزرگ اجزای دندره در مربع ها را محاسبه کنید

$$T = 20 \text{ kN.m}$$

$$n = 6$$

$$d = 25 \text{ mm}$$

$$r = 200 \text{ mm}$$



حل - باتوجه به تنش: $\sigma = \frac{T}{Z}$
 $Z = n \cdot p \cdot r$
 $p = \frac{1}{2} \cdot d$
 $r = \frac{1}{2} \cdot D$

$$T = n \cdot p \cdot r$$

$$20 \times 10^3 = 6 \cdot P \cdot (12.5 \times 10^{-3}) \Rightarrow P = \frac{20 \times 10^3}{6 \times 12.5 \times 10^{-3}} = 266.66 \times 10^3 \text{ N}$$

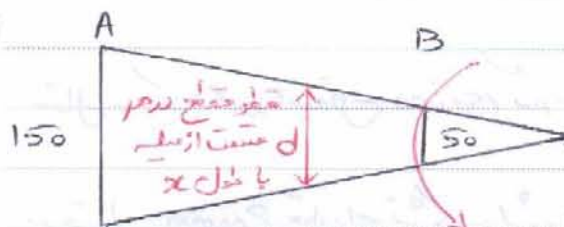
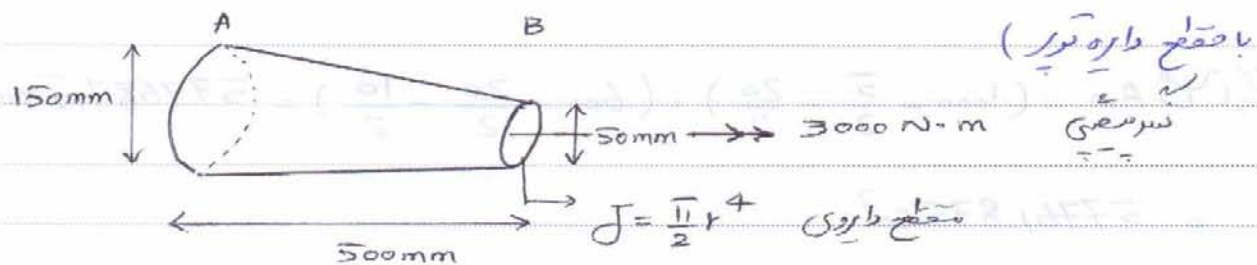
$$\sigma = \frac{P}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{266.66 \times 10^3}{\pi (0.0125)^2} = 53157 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

Shahab

93

مثال - محور فولادی با ضریب ارتجاعی برشی 1.84×10^5 تحت بشت $3000 \text{ N}\cdot\text{m}$

لبه‌ها شکل زیر قرار دارد، زاویه‌ی بشت آنها را در این رابطه پیدا کنید (ماده غیر منبسط)



$$\frac{x}{50} = \frac{500+x}{150}$$

$$\Rightarrow x_1 = 250 \text{ mm}$$

Section



مثلث

$$\frac{750}{x} = \frac{150}{d} \Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{150}{750} \Rightarrow d = \frac{x}{5}$$

$$r = \frac{x}{10}$$

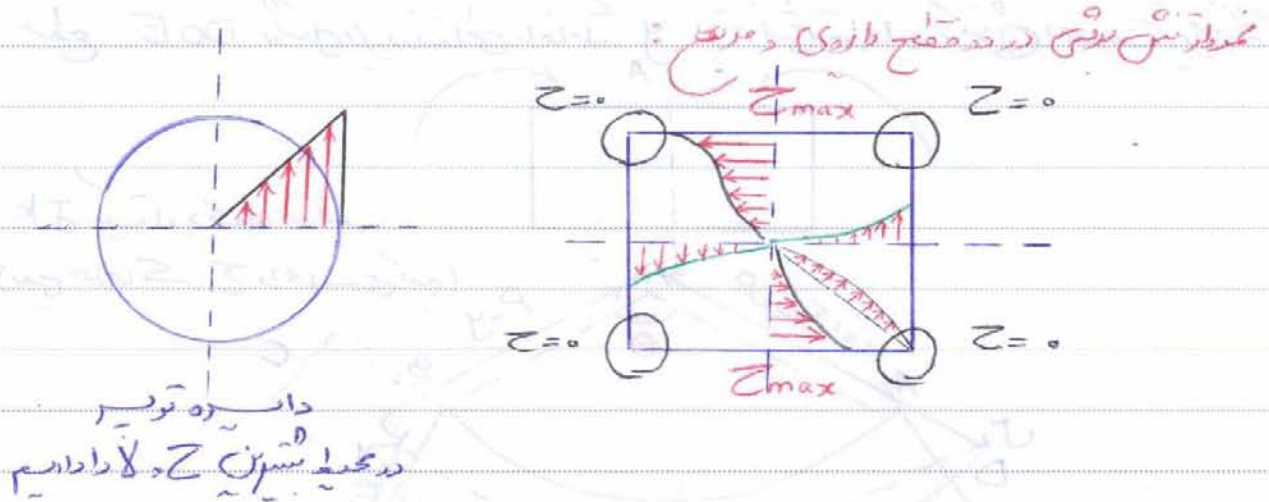
$$J = \frac{\pi}{2} r^4 \Rightarrow J = \frac{\pi}{2} \left(\frac{x}{10} \right)^4$$

$$\phi = \int_{x_B}^x \frac{T \cdot dx}{G \cdot \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{x}{10} \right)^4 \right)} = \int_{250}^{750} \frac{3000 \cdot dx}{1.84 \times 10^5 \left(\frac{1.57 x^4}{10000} \right)} = 4.67 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\frac{R}{2\pi} = \frac{D}{360} = \frac{6}{400}$$

نسبت واحد

زاویه



(Flexure)

خمش

خمش الاستیک :

اعضای خمشی در خمش محض :

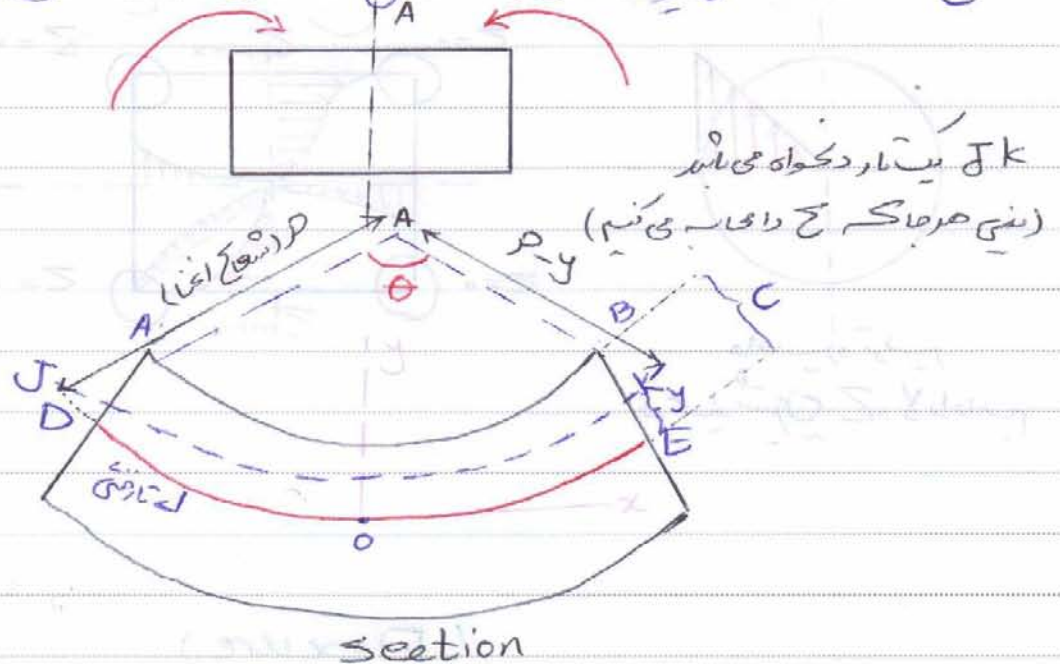
نصب لول در عضو که در محض کوبش ها عسادی و مختلف دارد بر یک صفحه
موازی را در ، عضو تحت خمش محض نامیده می شود .

این عضو به قدم سازی از راره به شعاع انحنای r ختم می شود

در خمش محض سطحی موازی با وجه بالا ریاس عضو وجود دارد که در آن

که x منفرجه باشد ، این سطح ، سطح خنثی نامیده می شود .

سطح DOE در شکل زیر در تقاطع با محله 4 از فرضیات موارد دارد: $\frac{1}{2}$ است از هر یک می شود



بازرسانه دنیای با فاصله های از آثار خشی: $\epsilon x = \frac{d}{c} \epsilon_{max}$ $\rightarrow \epsilon x = \frac{d}{c} E \epsilon_{max} \rightarrow \delta x = \frac{d}{c} \delta_{max}$

Year. Month. Day. Subject.

این رابطه بیان می کند که در اول سطح مقطع حول محور خشی آن مقطع باید صرف
باید نه عبارت دیگر:

در عرضی که در معرض خشی محض قرار دارد تا زمانی که تنش در محدوده

الاستیک می باشد، محور خشی از مرکز دوار مقطع می گذرد.

مركز اغنا
« تا وقتی تنش ها در ناحیه الاستیک چند محور خشی هر مقطع عرضی از مرکز دوار می گذرد »

تنش خشی دنیای که به فاصله های از محور خشی می باشد برابر است با:

فاصله نقطه تا محور خشی $\rightarrow$ $\leftarrow$ تنش خشی

$$\delta = \frac{M \cdot y}{I}$$

I (مقاومت انیسی مقطع)

نکته: هرگاه تنش خشی مثبت باشد، تنش خشی بالا محور خشی (y > 0) کششی خواهد بود.

بود یعنی باینس تا زمانی که (y < 0) تنش خشی، کششی خواهد بود.

وقتی تنش خشی M منفی باشد، تنش خشی برعکس حالت فوق خواهد بود.

با توجه به رابطه $\delta = \frac{M \cdot y}{I}$ داریم:

$$\delta_{max} = \frac{M C}{I} = \frac{M}{S}$$

(اساس مقطع یا معدل مقطع)

$$\rightarrow S = \frac{I}{C}$$

Shahab

$$\epsilon_m = \frac{c}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_m}{c} \xrightarrow{b=E \cdot \epsilon} \frac{1}{\rho} = \frac{b}{E} = \frac{b}{E \cdot c}$$

Year. Month. Day. $\frac{Mc}{I} \rightarrow \frac{Mc}{I} \times \frac{1}{E \cdot c} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I}}$ Subject.

3 (این مقطع) تنها به شکل هندسی مقطع دایره است.

در بخش محض اشخاص انحنای بخش مقطع دایره می توان به صورت زیر بیان کرد:

معادله ای برای مقطع دایره $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I}$ انحنای

در مقطع تحت بخش کششی در یک طرف و بخش فشرشی در طرف دیگر از معادله می باشد.

در قسمتی که کشش فشرشی می باشد، متارها طولی مقطع افزایش طول دارند و بجای

آن برعکس عرض مقطع کاهش می یابد در قسمتی که کشش فشرشی می باشد

متارهای طولی مقطع کاهش طول دارند و بجای آن برعکس عرض مقطع افزایش می یابد.

آن برعکس عرض می شود که تحت بخش مقطع عرضی به صورت دایره باشد $\rho' = \rho$



مختوم مقطع عرضی

هم شود

محور انحنای تیر باشد از بخش در مرکز انحنای مقطع عرضی در بالا و پایین محور فشرشی قرار دارند

در یک طرف تار فشرشی می باشد

بخش اشخاص فشرشی هر غایب فشرشی مقطع عرضی می باشد و فشرشی دایره ای می باشد می شود

پس داریم:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m'} \quad \text{همدلی دانه‌ای}$$

خشش اعضای مذوب:

اگر عضو مذوب در تنش در معرض خشش، از دو یا چند عاده با ضریب الاستی متفاوت ساخته

شده باشد، پیوستگی تنش همخوان برقرار می‌باشد.

چون مقطع یکپارچه رفتار می‌کند، ولی با توجه به اینکه تنش برابر حاصل ضرب مدول یانگ

در کرنش می‌باشد نتیجه می‌شود که:

در محل اتصال اعضا پیوستگی تنش برقرار نیست، برای بررسی رفتار استیون اعضا که از دو

مصلع مختلف ساخته شده اند اگر نسبت ضرایب الاستی در مصلع برابر با $n = \frac{E_2}{E_1}$

باشد، بر اساس شکل‌های زیر نهایی مصلع با ضریب ارجاعی E_2 - n برابر می‌شود.

و آنگاه مقطع جدید را با عنوان مقطع E_1 که لایه دارای ضریب الاستی E_1 می‌باشد

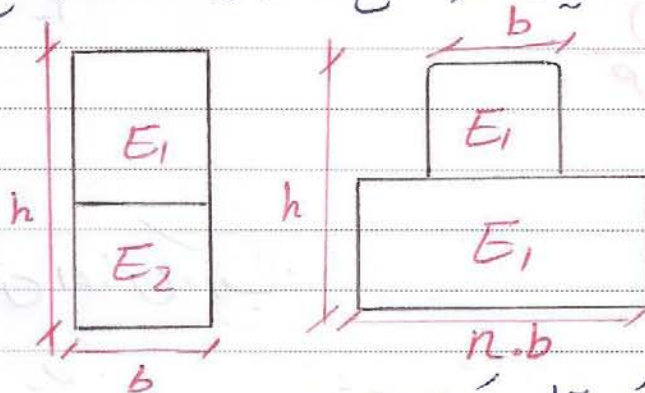
مورد بررسی قرار می‌دهیم. بنابراین δ در این گونه مصلع از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \delta_1 = E_1 \epsilon x \rightarrow \delta_1 = \frac{E_1 y}{m} \quad \text{و} \quad \delta_2 = E_2 \epsilon x \rightarrow \delta_2 = \frac{-E_2 y}{m} \end{aligned}$$

$$dF_1 = \frac{E_1 y}{m} \cdot dA \quad \text{حال نیروها را بر یک محور از سمت چپ‌های دوقطبی به مساوی A:}$$

$$dF_2 = \frac{E_2 y}{m} \cdot dA$$

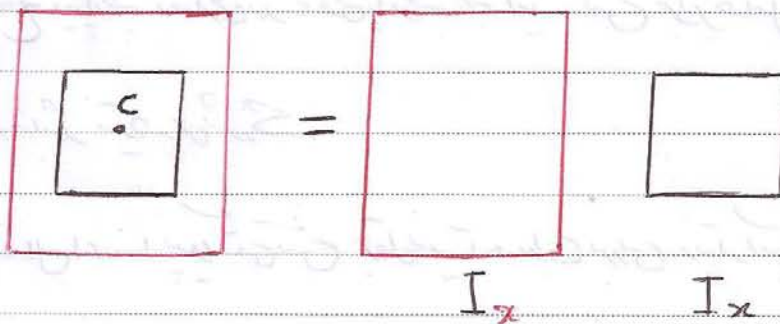
توضیح: بزرگ این مقطع جدید باید موقعیت مرکز سطح و محور ثقلی که از مرکز سطح مقطع



عبور می کند را محاسبه کرد.

محاسبه مرکز ثقل مقطع نسبت به مصالح

نکات: اگر یک مقطع چهار ضلعی داشته باشیم I (مقاومت انیژسی) آنیژنه محاسبه می شود:



و در آخر معادله انیژسی سطح ضرب در بازه و غیر هم می نیمد اعطاء انیژسی کل را می دهد.

محورهای متعامد:

در حالتی که محورهای M در مقطع دارد می شود باید آن را در راستای محورها اصلی تجزیه کرد و تنش ها
محورهای متعامد حول محورها اصلی را باید بر هم جمع کرد.

می دانیم که محورها اصلی محورها هستند که I_{yz} در آنها صفری باشد و تنها در صورتی محور
تنش بر محورهای متعامد M منطبق می شود که نسبت در امتداد یکی از محورها اصلی مقطع باشد.

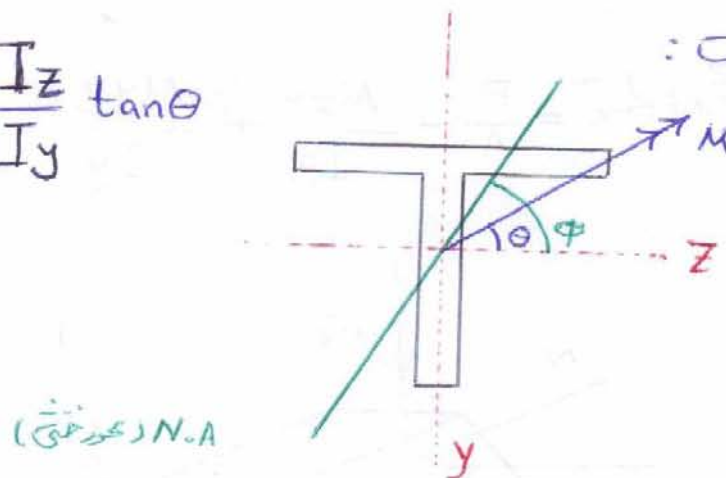
بنابراین که مقطعی در محور متعامد داشته باشد، محورها اصلی مقطع همواره محورها متعامد می باشد.
در n ضلعی ها متعامد، تمام محورها I_{yz} از مرکز مقطع می نرود محور اصلی می باشد و یکی برآورد محور
متعامد و ذخیره از مرکز مقطع، معادل I_{yz} صفری باشد.

و معادل I_{yz} مقطع حول محوری که از مرکز مقطع بگذرد مقدار یکسانی می باشد.

در شکل زیر که محورهای M زاویه θ با محور اصلی Z می سازد، اگر زاویه ϕ با محور Z ها θ

باید خواص داشته باشد:

$$\tan \phi = \frac{I_z}{I_y} \tan \theta$$



با توجه به نسبت I_z و I_y در رابطه فوق نتیجه می شود که:

ϕ و θ هم علامت دارند

اگر $I_z > I_y$ باشد پس $\tan \phi > \tan \theta$ می باشد و ترتیب $\phi > \theta$ خواهد بود.

اگر $I_y > I_z$ باشد لغرض $\phi > \theta$ است.

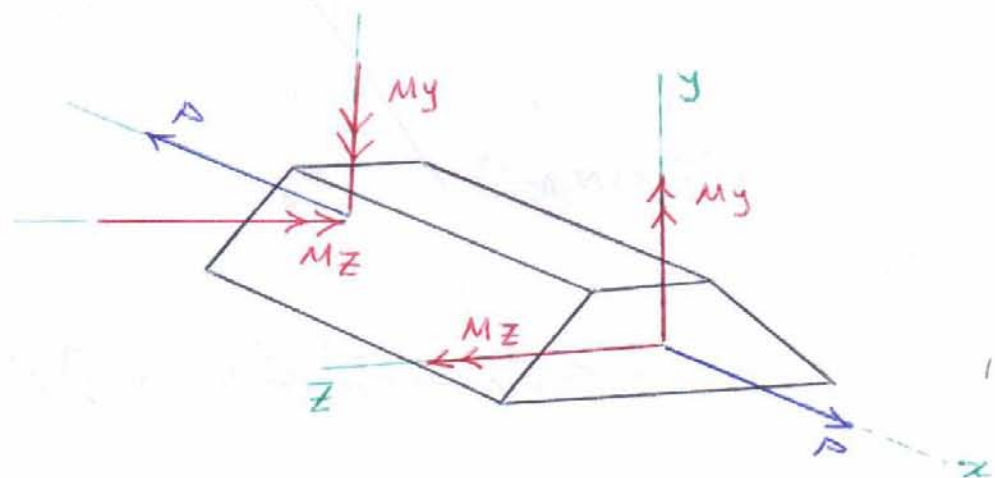
پس معادله محور خشی (N.A) بین برار گشتشی M و محورها اصلی متناظرا ϕ انحرافی Minimum خواهد دارد.

$$I_y \tan \phi = I_z \tan \theta$$

حالت نلی!

بازننداری روی مقطع، مطابق شکل تحت نیروی محوری P و گشتشی M_z و M_y می باشد، برای محاسبه تنش خشی در نقطه ای به مختصات (y, z) روی مقطع داریم:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$



در شکل فوق محورها y و z ، محورها اصلی مقطع می باشند.

رابطه فوق بیان می کند که توزیع تنش در مقطع خشی می باشد.

در محاسبه تنش محسوب (Sx) باید در تعیین علاقه حرکت از نرم ها تنش وقت شود زیرا حرکت از این بخش به سمت به جهت بار یا نیرو می تواند مثبت یا منفی باشند.

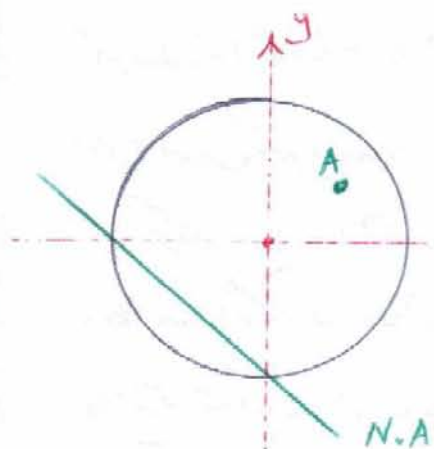
اگر معادله عموماً برابر منفی باشد معادله خط راستی بدست می آید که معادله محاسبه محور خشی می باشد، چون در محور خشی تنش در تمام نقاط برابر منفی است.

$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} \quad (\text{مؤهل *})$$

$\begin{matrix} \text{P تنش +} \\ \text{P تنش -} \end{matrix}$

هستی مقطع:

در مقطع اگر بار محوری P در نقطه A اعمال شود، تار خشی بصورت نشان داده شده می باشد.



- ← اگر A در ربع اول باشد، تار خشی در ربع دوم خواهد بود.
- ← اگر A در ربع دوم باشد، تار خشی در ربع چهارم خواهد بود.
- ← اگر بار P از مقطع دور شود، تار خشی به مرکز مقطع نزدیک می شود.
- ← اگر بار P دقیقاً در مرکز قرار شود، تار خشی به بی نهایت می رود.

نکته: در معادله مؤهل *، علاقه تنش قائم ناشی از P، M_y و M_z می باشد که با توجه به اصل

اجمع آثار صواباً جمع می شوند و معیار مثبت بودن یا منفی بودن هر بخش علاقه تابع تنش یا فشاری

بودن تنش محوری اعمال شده توسط حرکت از بخش می باشد.

وقتی جمع تنش ناشی از نیروهای همگنی، مجاز می باشد:

اولاً توجیب تنش از تنش حد مناسب مصالح فراتر نرود.

دوماً تغییر شکل ها ناشی از نیرو M_y تنش ناشی از M_z باعث تأثیر قرار نگیرد و برعکس.

توجه: در مسائل برای یافتن تارفتی کافی است یک دایره‌ای منفرجه رسم.

اگر بار P از نقطه‌ای A به طرف مرکز مقطع حرکت کند، نقطه‌ای وجود دارد که با اعمال بار P در آن نقطه تارفتی بر مقطع معادل می‌شود.

تعریف: «همسری مقطع»

مجموعه نقطه‌ای که اگر بار در آنجا وارد شود، تارفتی بر مقطع معادل می‌شود سطح را همسری می‌نامند به اینها همسری مقطع می‌گویند.

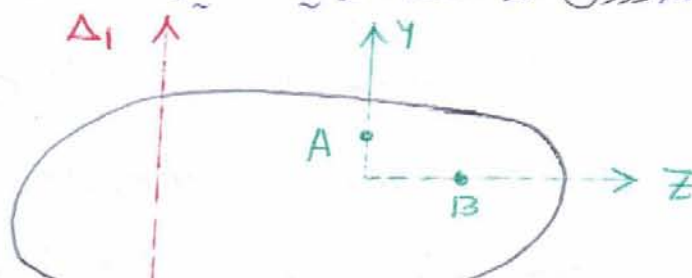
اگر بار همسری مقطع وارد شود، تنش در مقطع تغییر علامت نمی‌دهد.

همسری مقطع از همبستگی همسری مقطع می‌باشد و ثابت خواهد بود و مشخص می‌شود که چگونه محاسبه می‌شود.

اگر مطابق شکل بار محوری P در A وارد شود، محورفتی Δ_1 در بار در B وارد شود محورفتی Δ_2 می‌باشد. در این صورت اگر در نقطه‌ای روی پاره خط AB وارد شود محورفتی از نقطه C یعنی محل تلاقی Δ_1 و Δ_2 عبور می‌کند، زیرا اگر بار P در هر نقطه روی پاره خط AB اعمال شود می‌توان آن را با دو بار مطای در A و B معادل کرد که تحت اثر همدیگر اثراتشان در نقطه‌ای C منفرجه می‌باشد. و از مجموع آثار دو حالت نتیجه می‌شود که در نقطه‌ای C تنش برابر منفرجه می‌باشد.

و با توجه به اینکه تنش در تمامی نقاط محورفتی منفرجه می‌باشد، محورفتی از C خواهد گذشت. وقتی بار از A به سمت B حرکت کند، محورفتی که خط Δ_1 می‌باشد محل نقطه‌ای C بصورت پارسه‌شده در آن می‌آید تا اینکه بار در B وارد شود محورفتی بر خط Δ_2 منطبق می‌شود.

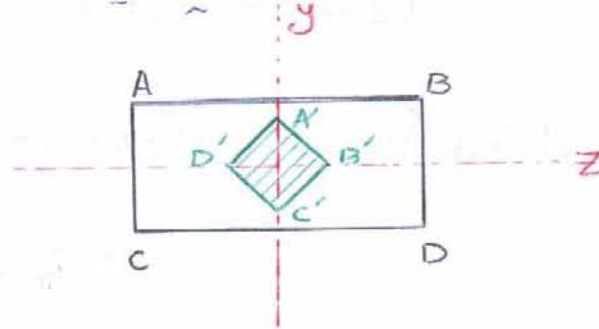
پس اگر تارفتی حول یک نقطه در آن کند، نقطه اثر نیروی نظیر آن تارفتی بر یک خط راست داخل مقطع حرکت می‌کند.



چند نکته مهم در بحث مسطحه مقطع:

① اگر نیروی P موازی مسطحه دارد شود تنش ها در یک رأس محیط مقطع متمرکز شود و اگر نیرو در یک رأس خاصه مقطع وارد شود تنش ها در یک مقطع محیط مقطع متمرکز شود.

مثال - در مقطع مستطیلی بر حسب آن لوزی شکل خواهر بود، بنابراین اگر نیرو در نقطه A و B وارد شود تنش در نقطه D برابر متمرکز شود، در حالی که اگر نیرو دقیقاً در نقطه A وارد شود، تنش در مقطع CD متمرکز خواهد بود.



② اگر بار تنش حول یک نقطه دور باشد - نقطه اثر نیرو تغییرات ناگهانی بر روی یک خوار است حرکت می کند

③ اگر بار تنش بر روی محورها تقارن محسوب باشد، نقطه اثر نیرو تغییرات بر روی هم محور تقارن و در مرکز است و مقطع خواهر بود.

4 الی 7 در محاسبه کپی شده

خشش الاستیک:

در خشش الاستیک برای هر بار تنش در اعضای σ با ضریب ϵ از ناخشش مقدار دارد رابطه زیر را

می رود:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

طبق قانون هوک با ضرب ضریب الاستیک در تنش مقدارش $(\sigma = E \cdot \epsilon)$ بدست

می آید.

دلی در حقیقت پلاستیک تنها رابط $\epsilon = \frac{\gamma}{\sigma}$ مدائن است و دیگر قانون هوک برقرار نمی باشد

زیرا برخلاف کشش، تنش نمی تواند تنش تسلیم (σ_y) تجاوز نماید.

برای درست آوردن تنش در تار از مقطع می توان کشش آن را با کشش تسلیم $\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}$

مقایسه کرد. اگر کشش کمتر از کشش تسلیم بود $(\epsilon < \epsilon_y)$ می توان از قانون هوک تنش آن تار را

می به کرد ولی اگر کشش بزرگتر از کشش تسلیم بود $(\epsilon > \epsilon_y)$ تنش آن تار برابر مقدار پلاستیک است

منزب شکل (shape factor)

یکی از پارامترهای مهم در حقیقت پلاستیک، منزب شکل مقطع می باشد که تنها از خصوصیات

مقطع است و ربطی به نوع مصالح و ربطی ندارد.

نسبت گشت پلاستیک شدن مقطع (M_p) به گشت جاری شدن (M_y) را با توجه به روابط زیر برابر با منزب

مدل مقطع پلاستیک (Z) به مدل مقطع الاستیک (S) را فریب شکل گویند

$$\rightarrow S = \frac{I}{c}$$

Shape Factors

$$S.F = \frac{M_p}{(yield) M_y} = \frac{Z \times \sigma_y}{S \times \sigma_y} = \frac{Z}{S}$$

مثال - یک مقطع مستطیلی در شکل زیر مفروض است، چون این مقطع حول محور $(X-X)$

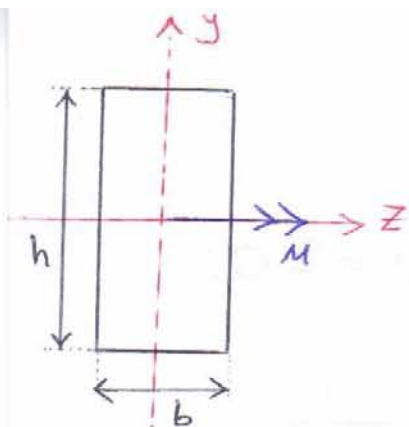
متقارن است پس محور خشی در حقیقت تغییر نمی کند. در حقیقت پلاستیک تارهای بالا محور خشی جاری شود

و تنش کششی $\sigma_k +$ دارد و تارهای پایین محور خشی نیز جاری شده و دارای تنش فشاری $\sigma_k -$ می باشد.

برای نیروها در بالا و پایین محور خشی برابر $\sigma_y \frac{bh}{2}$ می باشد که در مرکز سطح مستطیل های به عرض b

و ارتفاع $\frac{h}{2}$ اثر می کند. پس عاملی برای نیروهای کششی و فشاری $2 \times \frac{h}{4} = \frac{h}{2}$ خواهد بود

پس داریم:



$$M_p = F \times d = \left(\frac{bh}{2} \cdot \delta y \right) \times \frac{h}{2}$$

$$= \frac{bh^2}{4} \cdot \delta y \Rightarrow z = \frac{bh^2}{4}$$

محل مقطع پلاستیک

$$S = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

$$S.F. = \frac{z}{S} = \frac{\frac{bh^2}{4}}{\frac{bh^2}{6}} = 1.5$$

یعنی همواره ضریب شکل مقطع مستطیلی برابر ۱.۵ می باشد.

اگر مقطع تحت تنش پلاستیک نباشد به محور خمش نامعقار باشد، دیر محوری از مرکز سطح مقطع نمی آید، بلکه مقطع را به دو بخش با مساحت مساوی تقسیم می کند.

اگر ماده ای در مرکز سطح مساحت مساوی شده ی کششی و فشاری برابر d باشد ضریب پلاستیک مقطع برابر

$$M_p = \left(\frac{\delta y A}{2} \right) d$$

است.

شعشع است که در حقیقت حول محور خمشی مقطع نیز، ضریب شکل برابر ۱.۵ می باشد. برای یک مقطع کششی که دارای اجزای مختلف به سطح مقطع A_i می باشد و ماده ی مرکزی سطح این اجزا تا محوری d_i باشد - یا توجه به آنکه در بخش پلاستیک مقدارش در تقارن تارها - مقطع ثابت و برابر d می باشد داریم:

$$MP = Z \cdot \delta y \Rightarrow Z = \frac{MP}{\delta y}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{\delta y \sum A_i y_i}{\delta y} \Rightarrow Z = \sum A_i y_i = \sum Q_i$$

$$\begin{aligned} MP &= \sum F_i y_i = \sum (A_i \delta y) \cdot y_i \\ &= \delta y \sum A_i y_i \end{aligned}$$

توجه: عمل تقطیع الاستیک برابر می شود با جمع معاد استاتیکی اجزای مختلف مقطع در بالا و پایین محور خنثی (میانگین جرمی خنثی و فشاری مقطع)

توجه: جهت Y یا Z باید با علامتی که در سطح محور خنثی می باشد همواره مثبت است. و نباید بزرگ افزاری واقع در پایین محور خنثی علامت آن را منفی در نظر گرفت.

نکته: مندریب لنگل برخی از مقاطع برابر است با:

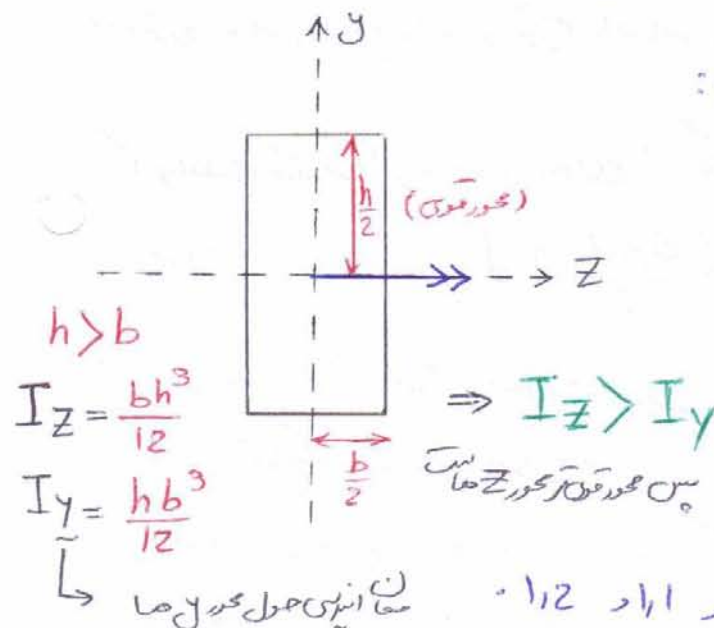
۱- مقطع مربع و مستطیل برابر ۰.۵۱۵

۲- مقطع لوزی برابر ۰.۲

۳- دایره و بیضی حدود ۰.۱۷

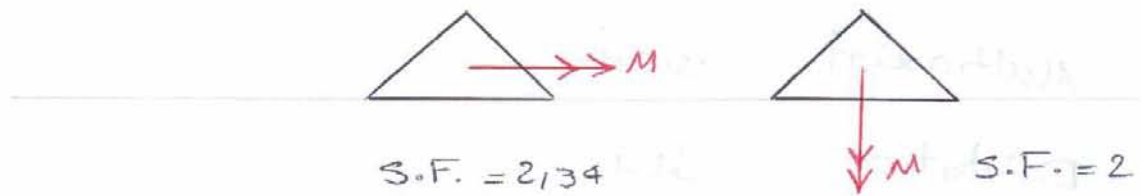
۴- لوله ای (دارای چهار نازک) $\frac{4}{\pi}$

۵- مقاطع I لنگل در محس حول محور قوی برابر ۰.۱۲



در محس مقطع I لنگل حول محور ضعیف (تا تأثیری ندارد) در دو حال مقطع مانند دو مستطیل رفتار می کند و مندریب لنگل برابر ۰.۱۲ می باشد.

6- درشت مساوی الباقی نسبت به محور عمودی مندرج شکل 2 تا 2,34 است



بطوریکه هر دو تفرع مصالح حول محور عمودی مندرج باشند، مندرج شکل برتر است و مطلوب است از عناصر
فرضی یک مقطع درخت استفاده کرد و مقطع دارد مندرج شکل ها پلاستیک به غیر قابل برشت می باشد
نمودین:

مقطع با کمترین مندرج شکل بهینه ترین مقطع می باشد

پس برای هر دو مقطع [شکل استفاده می شود در این مقطع مندرج شکل 1 تا 12
می باشد و در نتیجه اختلاف M_p با M_y حداقل است.

بارهای:

از داخل می ها عطا نمی شود

معرفی چند کلمه:

Torsion ^{پیچش} bending ^{خم شدن} Flexure ^{خم شدن}

Torque ^{گشتاور} twist ^{پیچش} Fruss ^{خم شدن}

yield criteria ^{معیار تسلیم} thin-walled ^{دارای دیوار نازک} Timber ^{چوب}

unloading ^{بار برداری} Load ^{بار} loading ^{بارگذاری}

uniaxial ^{یک محوری} indeterminate ^{نامعین} determinate ^{معین}

deflection ^{انحراف} incompressible ^{غیر فشرده}

centroid ^{مرکز جرم} deformation ^{تغییر شکل}
 counter ^{پاد ساعتگرد} clock wise ^{ساعتگرد} centric loading ^{بارگذاری مرکزی}
 Cantilever Beam ^{تیر طره (کنسل)}

روش تغییر شکل سازگار

(در برخی از موارد، برای محاسبه خم، شیب تیرها، عکس العمل تغییر یافته مورد استفاده قرار می‌گیرد)
 هر سازه نامعین را می‌توان با حذف مقیود اضافی موسوم به تیرهای زاید یعنی آن تعداد مؤلفه‌ها
 نیرو که مانع از بر حداقل یک تعادل استاتیکی سازه می‌باشد، به یک سازه معین و
 پایدار تبدیل نمود.

سازه معین و پایداری که پس از روش مقیود اضافی حاصل می‌شود، سازه اولیه نامیده می‌شود.
 در این صورت سازه اصلی تعادل خواهد بود با سازه اولیه که تحت اثر محوری بارهای اصلی
 و نیروهای زاید مجهول قرار گرفته است.

پس از آن باید محارلات یکسان بودن شرایط هدری در سازه‌های ادبی و سازه حامل را در نقطه اثر نیروها زاویه نوشت، این محارلات را محارلات سازگاری گویند.

می‌توان به همان مقدار نیروهای زاویه همپول محارله‌ی سازگاری نوشت آورد و به این ترتیب نیروی زاویه را با محل دستگاه محارلات چند همپولی نوشت آمده، تعیین کرد. این روش را روش تغییر شکل سازگار گویند که می‌تواند برای تحلیل هرنوع سازه تحت اثر بارگذاری یا نشست تکیه‌گاه‌ها تحلیل شود و چه تحت اثر تغییر درجه حرارت.

در حد مسائل مقاومت مصالح و تحلیل سازه در مقطع کارشناسی باید بدان استقاده از این روش اصل جمع آثار مبرور را باید که این مسئله مستقیم حل می‌شود و یا با روش تغییر شکل مصالح تحلیل شده سازه می‌باشد. در این صورت محارله در تغییر شکل تیر خفی می‌باشد که برای تیر شیب و خمیر تیرها (لغزش‌ناخال) جمع آثار تیرها می‌باشد.

طراحی شفت‌ها انتقال قدرت:

منتظور از طراحی شفت تعیین مشخصات شفت از نظر طول، قطر و نوع مصالح آن می‌باشد تا بتواند بیش‌ترین مورد انتقال بعد از این طراحی شفت داشته به در مورد می‌باشد:

① مقدار بیش انتقال ② ابعاد شفت به لحاظ طول و قطر اولیه

چون مصالح بسیار مهم است.

اگر شفت بیش T را با سرعت زاویه ω منتقل کند، توان یا قدرت انتقال یافته توسط شفت برابر است با:

$$P = T \cdot \omega \quad (\text{توان})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

آنها که انتساب مصالح نسبت به دما را در اختیار طراح می باشد بنابراین مدل ارتجاعی برشی آن (G) مشخص می باشد و همچنین تنش برشی مجاز آن نیز مشخص خواهد بود، بر این اساس تنش حد اکثر را برابر تنش برشی مجاز در نظر گرفته و داریم:

$$P = T \cdot \frac{W}{(2\pi f)}$$

if $\tau_{max} = \tau_{all}$ (تنش برشی مجاز)

$$\Rightarrow \tau_{all} = \frac{T \cdot C}{J} \Rightarrow \begin{cases} J = \frac{\pi}{2} C^4 \\ \frac{J}{C} = \frac{T}{\tau_{all}} \end{cases}$$

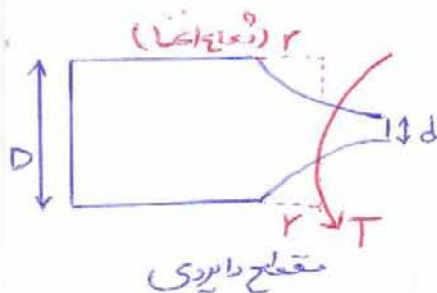
$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} C^3 = \frac{T}{\tau_{all}} \rightarrow C = \sqrt[3]{\frac{2T}{\pi \tau_{all}}}$$

شعاع شفت طلای شده

حد اکثر شعاع مورد نیاز برای شفت جهت آیه بتواند بر تنش T را بر اساس توان P بدست آمده است محاسبه نمود به صورتی که می شود و طول شفت نیز برای آیه بتواند زادی از تنش برشی مجاز τ_{all} تعبیت از می به می شود:

$$P_{max} = P_{all} = \frac{T \cdot L}{GJ}$$

$$L = \frac{P_{all} \cdot G \cdot J}{T}$$



تغییر تنش در شفت ها محدود:

اگر در طول شفت متوازن ثابت ماقبل مجاز تنش برشی حد اکثر ناشی از برش نیز در طول میله ثابت می باشد

اما اگر در بخشی از طول میله قطر مقطع آن تغییر کند تنش برشی حد اکثر نیز تغییر خواهد کرد و در محل تغییر قطر تنش برشی لغزناهایی افزایش می یابد که این مسئله را تغییر تنش در شفت ها محدود کنید

محدار تنش برشی حد اکثر با توجه به مفهوم تدریج تنش

بر اساس مشغله سطح کوچکتری به
من شود

$$\tau_{max} = k \frac{T \cdot C}{J}$$

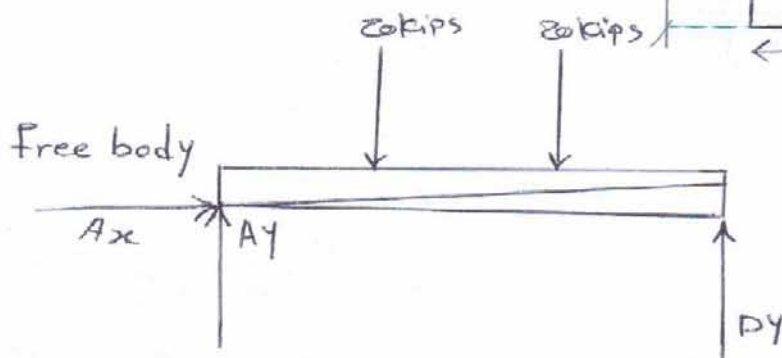
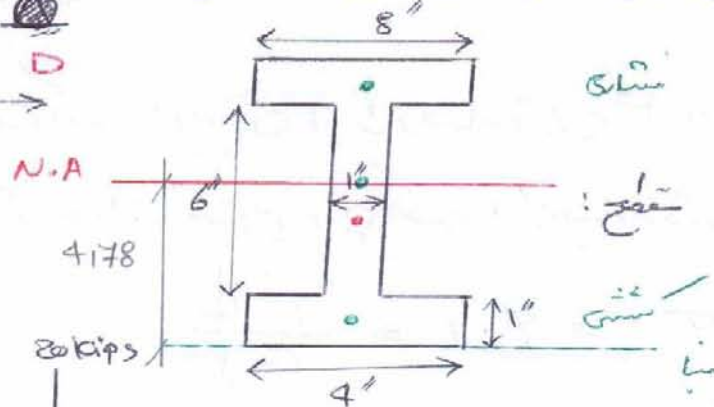
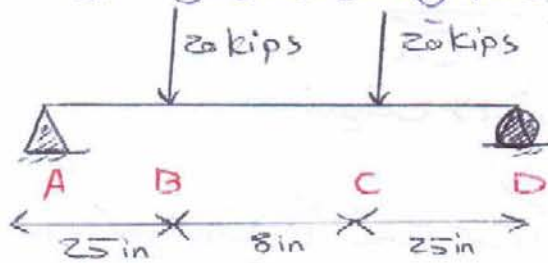
← منطبق با تدریج تنش

$$\begin{cases} k \propto \frac{d}{D} \\ k \propto \frac{r}{d} \end{cases}$$

حلقه خالص (برگشت نیرو)

اگر عضو را داشته باشیم که این عضو در دو انتهای خود تحت تأثیر دو نیرو مساوی ولی مختلف العزلت قرار داشته باشد که در یک صفحه قرار دارند، اصطلاحاً گوییم که این عضو تحت اثر حلقه خالص است.

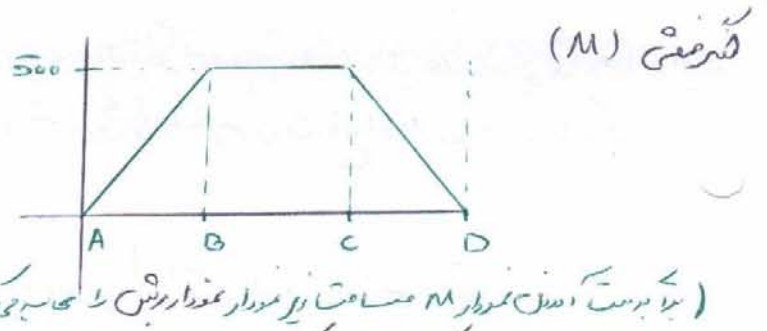
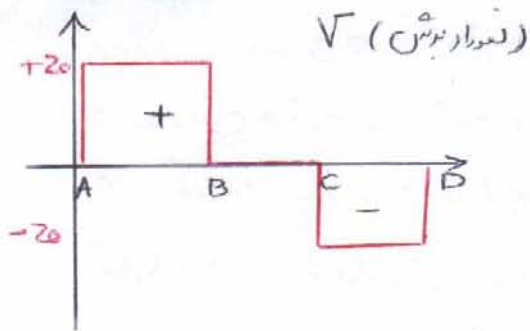
مثال - تنش در حال حد اکثر منبری کششی را حساب کنید؟



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Ay = 20 \text{ kips}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 20 \times 25 + 20 \times 33 - Dy \times 58 = 0 \Rightarrow Dy = 20 \text{ kips}$$



(برای رسم گرافیک نمودار M مسافت از محور بار برش را می‌سازیم)

برای می‌سازیم نقش هندسه در فشار کشش باید از جدول

M (شرخشی) بر اساس مطالب فوق از دایره آزاد شرخشی می‌سازیم و از آنجا که مایل به دورترین

تأثیرش از مرکز می‌باشد بعد از تعیین محل محور خشی بعد از بر روی می‌سازیم

با استفاده از مقطع I شکل 3 را می‌سازیم

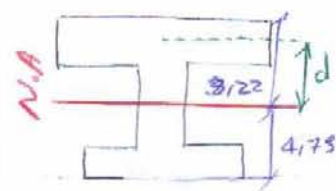
$$\bar{y} = \frac{A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2 + A_3 \bar{y}_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{8 \times 1 \times 7.5 + 6 \times 1 \times 4 + 4 \times 1 \times 9.5}{8 \times 1 + 6 \times 1 + 4 \times 1} = 4.78 \text{ in}$$

دورترین تأثیرش از مرکز

دورترین تأثیرش از مرکز

$$\sigma_{\max} = \frac{(500)(8 - 4.78)}{I}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{(500)(4.78)}{I}$$



$$I = \frac{8 \times 1^3}{12} + (8 \times 1) \left(\frac{3.22}{2} - 4.78 \right)^2 + \frac{1 \times 6^3}{12} + (6 \times 1) (0.78)^2$$

برای قسمت فوقانی برای قسمت سفلی

$$+ \frac{4 \times 1^3}{12} + (4 \times 1) (4.78 - 9.5)^2 = 155.2 \text{ in}^4$$

برای قسمت پایینی

155.2 را در جدول فوق جایگذاری می‌کنیم

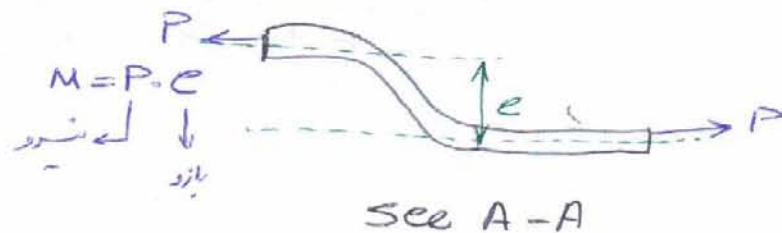
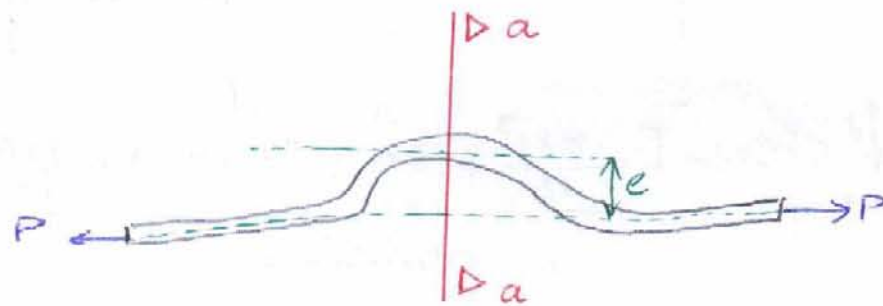
اگر مقطع از عضوی که تحت اثر تنش جانم می باشد در تقاطع گیریم، ابتدا باید نیروهای داخلی ابعاد شده، این تنش در مقطع میزان شود به عبارتی نیروهای داخلی در مقطع ابعاد شده باید تیری برابر گتر M ابعاد کنند تا تعادل برقرار شود.

مطاردی که به لحاظ جهت گترها در این تنش می پذیریم تعاداً قرارداد استاتیکی می باشد. تنش جانم لغو می به مدت رخ می دهد اما تحت کشش آن اجتناب ناپذیر است، در تنش جانم یکی از نیروهای اساسی این است که

عضو مورد تقواری مدغی تعادل باشد و گتر تنش بر این صغه تعادل اعمال شود.

تعیین:

اگر گتر خارج از صغه تعادل در مقطع اعمال شود تنش ابعاد شده را تنش بچ یا نامقابل گویند در این تنش تنش در یک صغه لغو می ها در تیر می تواند وجود داشته باشد. لغو میال در مقطع $A-A$ علاوه بر بار محوری تیر تنش نیز اعمال می شود (تنش عریب)

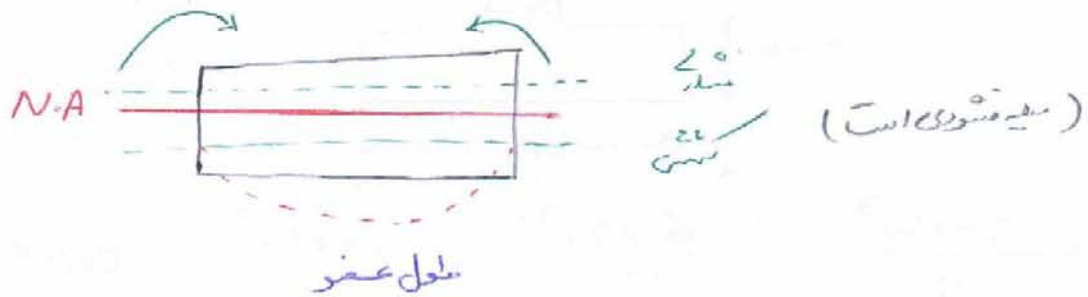


نکته: در تنش جانم تنش برشی در عضو ابعاد نمی شود چون نیروهای داخلی لغو می کششی رفتار می کنند تنش ابعاد شده در مقطع ناشی از تنش جانم از نوع تنش عمودی می باشد. (از نوع کششی باشد و هیچ نوع ح ندارد)

توجه: تعیین توزیع تنش، در تنش خالص یک مثلث نامعین استاتی می باشد که علاوه بر روابط تعادل در تنش خالص لازم است، روابط برابری بین تغییر شکل ها نیز استفاده شوند

غرضیات اساسی تنش خالص (در اعضا دارای صفحه تعادل)

- ① صفحات مستوی بعد از اعمال تنش همچنان مستوی باقی می مانند
- ② از آنجا که در تنش خالص تنش σ_x در طول عضو ثابت می باشد، اعضا در تمام نقاط مقطع یکسان خواص لوردیفی عضو بعد از قوس از بار در می آید. تارهای فوقانی
- ③ تارهای فوقانی (مکشی) مطابق شکل زیر بزرگتر تحت فشار و تارهای تحتانی تحت کشش می مانند



- ④ از آنجا که تنش ابعاد شده از توزیع تنش عمودی (مکشی) چهار برابر تنش که در راستای طول عضو اعمال می شود σ_x می باشد بنابراین در تارهای بالای کامش طول در تارهای پایینی افزایش طول داریم.
- ⑤ بین تارهای بالای و پائینی تارهای وجود دارد که تنش در آن تار برابر منفرجه باشد یعنی بعد از تغییر شکل طول آن ثابت باقی مانده است، این تارها را تارهای خنثی می نامند.
- ⑥ تحت تنش خالص در محوره های کشش های کوچک بر روی می شود، یعنی قانون هوک صادق خواهد بود و ما در محوره های الاستیک خواهیم بود.
- ⑦ در تنش خالص بعد از تنش نرمال (مکشی) در طول یکای عضو حالتی تنش ها از جمله σ_x و σ_y و σ_z و τ_{xy} و τ_{yz} و τ_{zx} همگی برابر با صفر می مانند

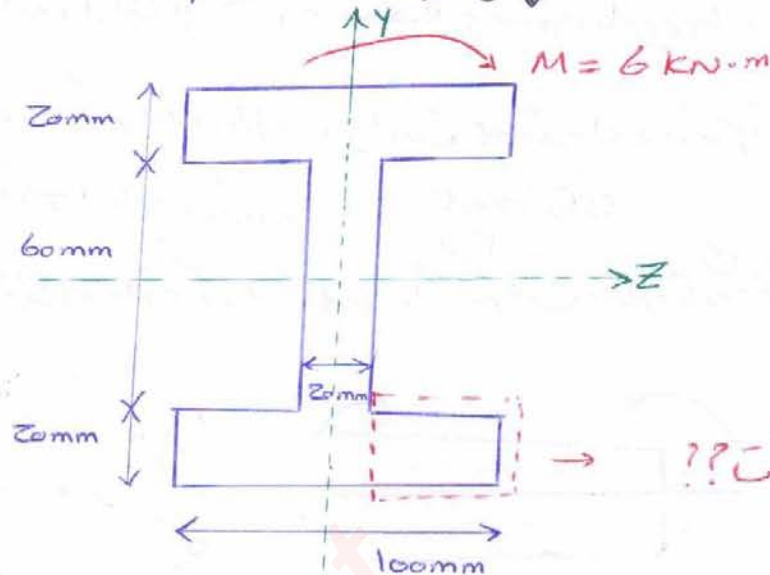
نکته: سربالایه بخش معادله انیشتین

در طراحی تیرها درایه طولی اعضا سازه برای طرح عرضی عضو باید سطح مقطع ثابت
 در هر ارتفاع عضو بیشتر شود مقدار عین انیشتین آن افزایش می یابد بنابراین مقدارش عدد انیشتین

$$A = cte$$

آرایش کاهش می یابد

$$\uparrow h \rightarrow I \uparrow \quad \sigma = \frac{Mc}{I} \rightarrow \sigma \downarrow$$



سوال -

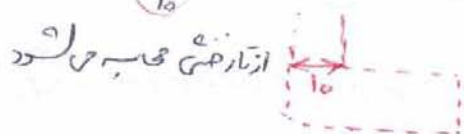
$$I_y = \frac{20 \times 100^3}{12} + \frac{60 \times 20^3}{12} + \frac{20 \times 100^3}{12} = 20104 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\sigma_x = \frac{M_y(z)}{I} \quad \text{شیع در این قسمت مقدار محاسب}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \Rightarrow F = \sigma \cdot A \Rightarrow dF = \sigma \cdot dA = \frac{M_y \cdot z}{I_y} (20) dz$$

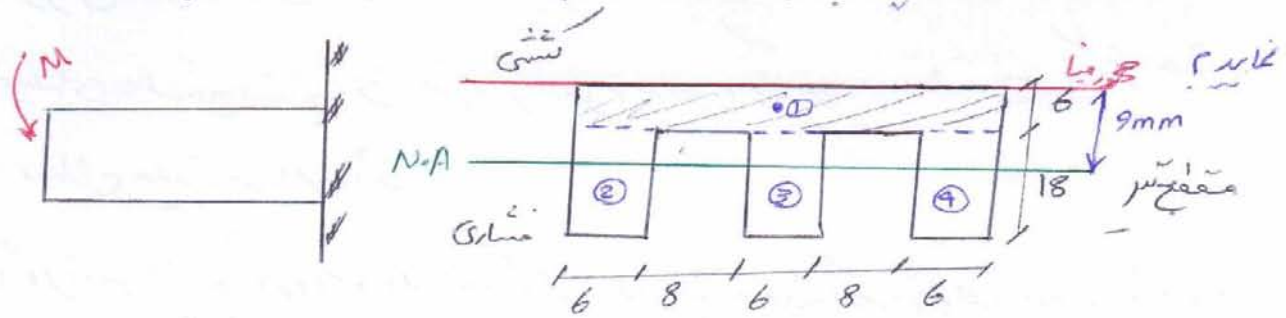
$$dF = \frac{6 \times 10^3 \times z \times 20 \times dz \times 10^{-6}}{20104 \times 10^{-6}}$$

$$F = \int_{-50}^{50} dF = 7118 \text{ kN}$$



سوال شود ←

مثال - حداکثر تنش قابل اعمال بر پیر رزبرو با تنش فشاری مجاز 150 Mpa و تنش کششی مجاز 120 Mpa را بیاب.



$$\sigma_{call} = 150 \text{ Mpa} = \frac{N}{\text{mm}^2}$$

حل:

$$\sigma_{tall} = 120 \text{ Mpa} \quad A_1, \quad A_{2,3,4}, \quad J_{2,3,4}$$

$$\bar{y} = \frac{(6 \times 34) \cdot \frac{6}{2} + 3 \times (6 \times 18) \cdot (6 + \frac{18}{2})}{6 \times 34 + 3(6 \times 18)} = 9 \text{ mm}$$

« اگر مرکز سطح هم تا تار کشی فاصله داشته باشد Ad^2 عرب می شود »

$$I_z = \frac{6^3 \times 34}{12} + (6 \times 34) \cdot (9 - 3)^2 + 3 \times \left(\frac{6 \times 18^3}{12} + (6 \times 18)(6)^2 \right)$$

$$= 33048 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_c = \frac{Mc}{I} \Rightarrow 150 = \frac{Mc \times 15}{33048} \Rightarrow Mc = 330480 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_t = \frac{Mt}{I} \Rightarrow 120 = \frac{Mt \times 9}{33048} \Rightarrow Mt = 440640 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

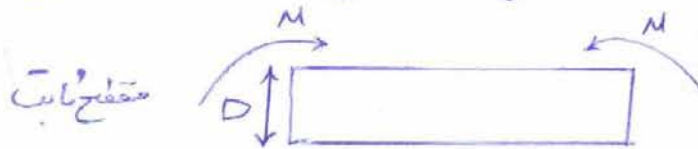
$$M = \min(M_c, M_t) \quad \text{مقدار تنش که می تواند تحمل کند}$$

$$M = 330480 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

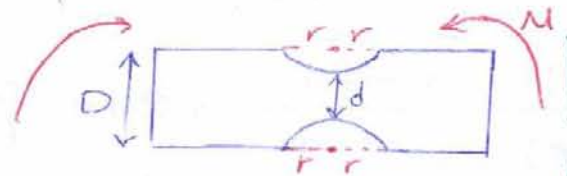
تغییرش ناشی از خمش

اگر پهنای یا سطح مقطع ثابت است و آن خمش حاصل می‌گردد، مقدارش کمتر خمش در طول میله ثابت می‌ماند

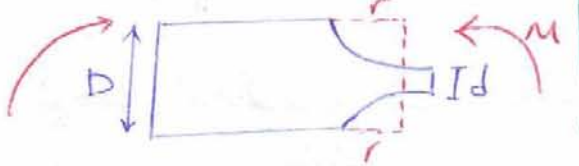
اما اگر تغییر مقطع ناشی از تغییر ابعاد شود در محل تغییر مقطع تغییرش ایجاد می‌شود، تغییر مقطع معمولاً به‌وسیله از دو صورت زیر می‌باشد



$$\sigma_{max} = \frac{MC}{I}$$



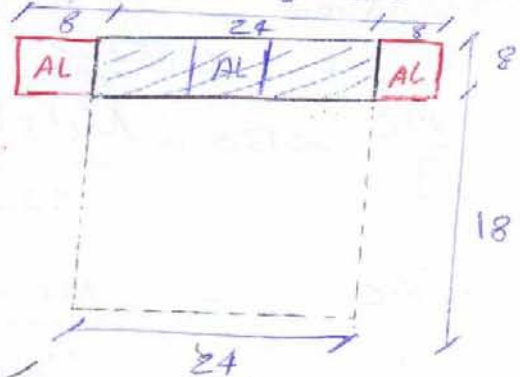
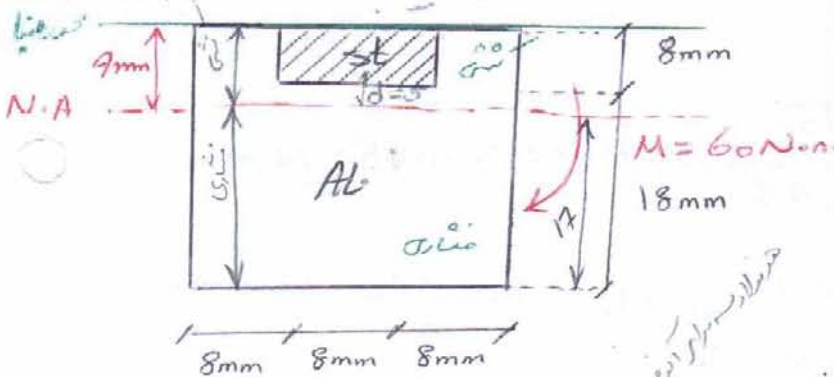
$$\sigma_{max} = k \frac{MC}{I}$$



$$k \left\{ \begin{array}{l} \propto D/d \\ \propto r/d \end{array} \right.$$

$$E_{st} = 210 \text{ GPa}$$

$$E_{AL} = 70 \text{ GPa}$$



بعد از محاسبه I و I_{st} می‌توانیم

$$n = \frac{E_{st}}{E_{AL}} = \frac{210}{70} = 3 \text{ (برابر)}$$

$$\bar{y} = \frac{(8 \times 40) \times 4 + (24 \times 18) \times 17}{8 \times 40 + 24 \times 18} = 9 \text{ mm}$$

$$I_Z = \frac{40 \times (8)^3}{12} + (40 \times 8) \times 5^2 + \frac{24 \times (18)^3}{12} + (24 \times 18) \times 8^2$$

$$= 1041 \times 10^3$$

$$st: \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{max} = \frac{3 \times 60 \times 9}{1041 \times 10^3} \end{array} \right.$$

$$AL: \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{tmax} = \frac{60 \times 9}{1041 \times 10^3} \\ \sigma_{cmax} = \frac{60 \times 17}{1041 \times 10^3} \end{array} \right.$$



$$\tan \phi = \frac{I_1}{I_2} \underbrace{\tan \tilde{\theta}}_{\sqrt{3}}$$

$$I_y = \frac{(40)(100)^3}{12} = 3.33 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

این مثل

$\left\{ \begin{array}{l} \text{ناروسه } M \text{ با محور } Z \text{ ها} \\ \text{ناروسه } \phi \text{ با محور } Z \text{ ها} \end{array} \right.$

Θ

Φ

زادریه تارخشی با محور Z ها: Φ

$$e_c = \frac{My \cdot z}{I_y} + \frac{Mz \cdot y}{I_z} = \frac{64715 (50 \times 10^{-3})}{I_y} + \frac{375 \times 20 \times 10^{-3}}{0.533 \times 10^{-6}} = 231 \text{ mm}$$

تقریباً سیرجیت ارباب ننداری کے مختلف قراردادوں، درمقاتح مختلف ان ننداریوں کے ساتھ

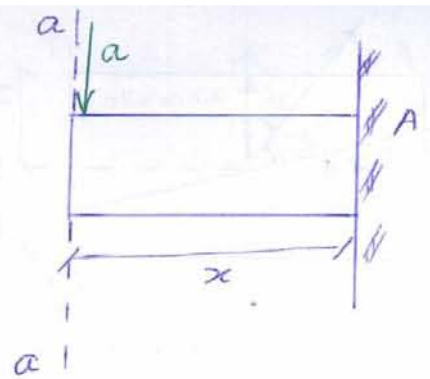
در فصل قبل نش‌ها ناشی از تیر خفشی M را مورد بررسی قرار دادیم و در این فصل هدف این است که نش‌ها ناشی از اعمال تیرهای بر مقطع وارد می‌شود را توزیع نش‌های تیر را در مقاطع مختلف محاسبه کنیم.

قرار داد انتخاب شهردار بدینسان

سوال - اگر یک تیر همراه مانند شکل در عرض شود مقدار بیش و کم در هر مقطع و نحوه (a-a) که به عاملی α از آرایش سرد و افت است برابر است با :

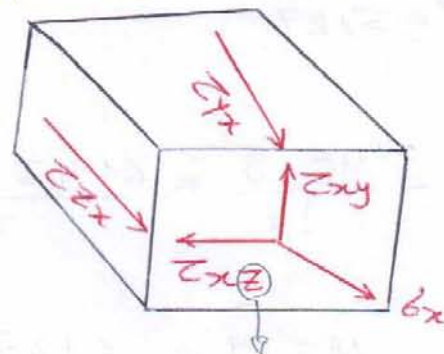
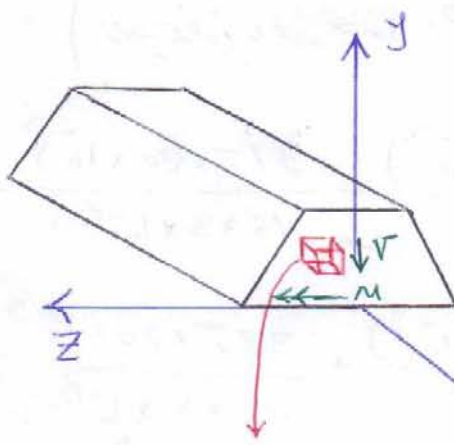
$$V = P \cdot x$$

$$M = P \cdot x$$



اگر مقطع سیر را سطحی شکل در نظر بگیریم و الفاسی را نگاه داریم مقطع آنجا یک نیم دایره الفاسی
مؤلفه‌ش می‌تواند وجود داشته باشد.

2 مؤلفه‌ش برشی و یک مؤلفه‌ش کشش قائم



در جهت محور z ها و عمود بر صفحه x ها

شش‌ها باید شش معادله زیر را ارضا نمایند:

$$1 - \int b_x dA = 0$$

$$4 - \int z_{xy} dA = -V$$

$$2 - \int b_x \cdot y dA = 0$$

$$5 - \int z_{xz} dA = 0$$

$$3 - \int b_x \cdot z dA = 0$$

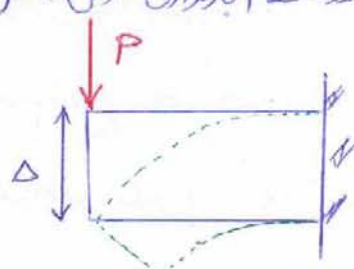
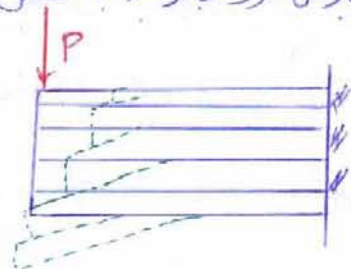
$$6 - \int \sqrt{z_{xy} \cdot z} \cdot dA - \int \sqrt{z_{yz} \cdot y} \cdot dA = 0$$

- در روی محور I (صفحه تقابل) برش افقی برابر عمود باشد شش عمودی x که در اثر نیروی M ایجاد شود

و چنانچه نیروها داخل ناشی از x می‌باشد باید به لحاظ تعادل قاعده‌ش نیز برابر M ایجاد شود

- اما شش‌ها z_x و z_y ناشی از نیروی برشی اعمال شده بر مقطع می‌باشد، بزرگترین شدن مؤلفه‌ش

در هنگام آبارز ناری عرضی تنش‌ها برشی طولی نیز ایجاد می‌شود. به گونه‌ای که شکل زیر می‌توان مشاهده کرد:



همانگونه که در شکل دیده می‌شود اگر بار P در انتهاست کنترل اعمال شود، الوارها به راحتی ترک می‌خورند و تغییر صورت شکل تغییر شکل می‌دهد. همچنین این حالت در اثر اعمال بار P بر سطح الوارها تنش برشی ایجاد می‌شود که چون عاملی برای معالیه با این ندارد هم به راحتی باعث ایجاد تغییر شکل می‌شود.

اگر این الوارها را توسط میخ‌های به هم متصل کنیم بعد از اعمال بار P اجازه هیچگونه لغزشی در الوارها داده نمی‌شود پس در این حالت کل تنش برشی ایجاد شده توسط میخ‌ها تحمل می‌شود.

بنابراین در اثر اعمال بار قائم توزیع تنش برشی در مقطع ایجاد می‌شود که در راستای مکان بر مقطع دیگری در مقدار طولی که به علت آن تنش برشی روی سطح عمود بر هم اثر می‌تواند به لحاظ مقدار با هم مساوی اند.

تعیین برش در یک مقطع افقی:

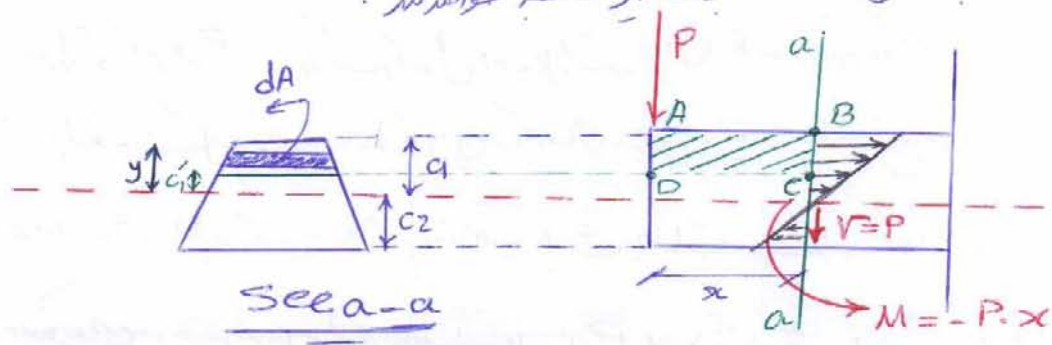
در اثر اعمال بار قائم تنش برشی مکان بر مقطع و تنش برشی در مقدار طول تولید می‌شود که مقدار این تنش با هم برابر است.

در این تنش‌ها در این توزیع تنش برشی در مقدار قائم می‌باشد.

از آنجا که این مسئله یک مسئله ناهمبستگی است می‌باشد، علاوه بر رابطه تعادل رابطه سازگاری نیز تغییر مکانها نیز مورد نیاز می‌باشد و از طریق تغییر مکانهای برشی در مقدار قائم کارهای می‌باشد.

در اینجا بجای یافتن تنش برشی قائم تنش برشی در مقدار طول می‌باشد و از رابطه دیفرانسیل تنش برشی معادله بر مقطع استفاده می‌کنیم.

که البته این فواید بابت تقریب همراه می باشد که در محدوده کارهای مهندسی قابل قبول خواهد بود.
 برای یافتن برشی طولی مقطعی A, B, C, D که بین انتهای تیر در مقطع a-a می باشد
 با بررسی نیروها وارد بر آن و با فرض اینکه برشی در مقطع a-a موجود و برابر با: $M = -P \cdot x$
 می باشد نشانه که لغزیدن از محاسبه خواهد شد.



$$\delta x = \frac{M \cdot c}{I} = \frac{(-P \cdot x) y}{I}$$

نیروها وارد بر مقطع A, B, C, D لغزیدن از محاسبه

(1) نیروها افقی (H) که در انتهای تیر طولی ایجاد می شود، نیروی P که عملاً سرپی از P می باشد

مقطع AD می باشد

نیروی ناشی از توزیع تنش قطعی در ضلع BC

و برین داخلی V در مقطع BC خواهد بود

با نوشتن رابطه $\sum F_x = 0$ داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \int \delta x \cdot dA + H = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-P \cdot x}{I} \int_{c_1}^a y dA + H = 0$$

$$Q = \bar{y} \cdot A = \int y \cdot dA$$

گرمای لطف

بنابر این برای جریان برقی داریم

$$q = \tau \cdot t = \frac{V \cdot Q}{I}$$

①

①

Q: تعداد لایه ها مقطعی که می خواهم برش دارم محاسبه کنیم

از رابطه I و II نتیجه می شود:

$$\tau \cdot t = \frac{V \cdot Q}{I} \Rightarrow \tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$$

مکان این برش نسبت به محور عمود بر امتداد برش
مکانیت در مقطعی که می خواهم برش بزنم را بدست آوریم

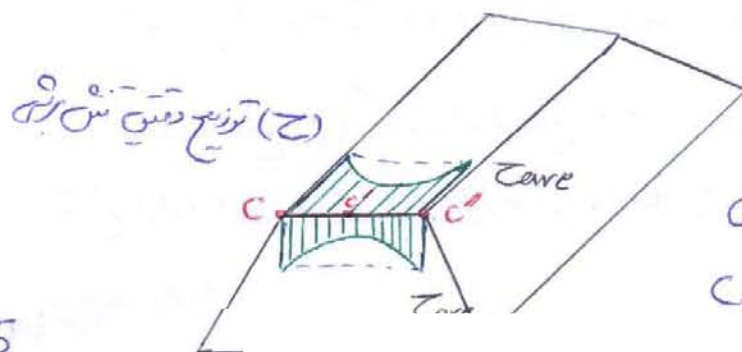
تقریباً که در بلاک آن اشاره شده، اگر مقطع زیر را در تقریباً هم در سطح نشان داده شده محاسبه کنیم
نسبت برش را محاسبه کنیم، همانطور که در محل اشاره شده در این مقطع
یکت نسبت برش در طول و یکی در برابر و همان بر مقطع و عدد دارد

اگر در این مقطع با تئوری الاستیک به طور دقیق توزیع تنش برشی را محاسبه کنیم، شکل آن، همان
خواهد شد در صورتی که با اصول بدیهه برای تمام نقاط روی یک خط نشان داده شده است
کلیات آن هم باید که این موضوع بیان این است که در طول این مقطع با حالتی مشخص
از بار خنثی مقدار میانگین برش می دهد که دارای تقریب می باشد.

نکته: اگر در تئوری الاستیک عرض کوچتر یا صادی $\frac{1}{6}$ ارتفاع مقطع باشد دو نقطه C و C به هم
همین نزدیک می شوند و در میانه دقیق نیز به یک توزیع تقریباً متساوی می رسیم که در این حالت
اصولاً میانگین تنش برشی در نقاط C و C هم قرار $\frac{1}{18}$ می شود

مختل هندسی فوق که مقدار میانگین تنش برشی

را می دهد



$C \rightarrow \tau_{min}$

$C \rightarrow \tau_{max}$

توزیع تنش برشی ناشی از بارگذاری عرضی در مقطع یک تیر مستطیل شکل

مستطور از بارگذاری عرضی، بارگذاری می باشد که در ابتدای طول یک عضو و محدود بر آن صورت می گیرد به عبارت دیگر بارگذاری ابعاد گسترده و نیروی برشی در مقاطع مختلف می نماید.

اگر در مقطعی از یک تیر که دارای شکل مربع - مستطیل می باشد در اثر بارگذاری عرضی نیروی برشی V ایجاد شده باشد می خواهیم با استفاده از اصول دینیت آمده بود که توزیع تنش برشی را در مقدار τ_{ave} محاسبه کنیم :

$$\tau_{ave} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{A} \left(\frac{C_2 - Y_2}{C_2} \right)$$

بنابراین در مقاطع مستطیل شکل با توجه به منحنی منحنی :

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{A}$$

هر چند که در نقاط مشخص شده نمی باشد از این معادله می توانیم

تنش برشی میانگین نسبت به حقوق، بصورت نسبی تغییر می کند.

نکته: همیشه در مقطع مربع مستطیل تنش برشی MAX روی محور Y رخ می دهد

مقدار تنش برشی در لبه ها مقطع به علت وجود لُغ آزاد برابر صفری باشد

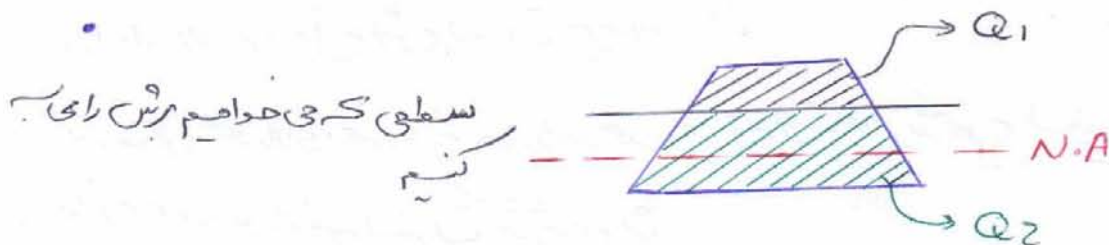
یک دلیل دیگر برای آنکه تنش برشی در مقطع مربع مستطیل روی محور Y MAX می شود این

است که مقدار Q در این مقطع حد اکثر خواهد بود - اما این قانون کلی نیست مثلاً در مقاطع مثلثی

یا لوزی شکل تنش برشی MAX روی محور Y رخ می نماید

نکته: در یک مقطع Q در اثر اول لُغ (بالای محور آن مقطع با کنترل لُغ (Q) پایین آن

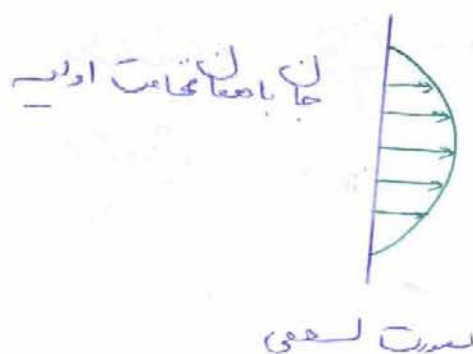
مقطع از لحاظ عددی مساوی ولی مختلف علامت می باشد



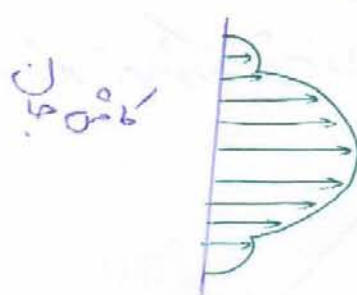
در پهنای t $\Rightarrow \frac{V \cdot Q_1}{I \cdot t} = \frac{V \cdot Q_2}{I \cdot t} \Rightarrow Q_1 = Q_2$

در پهنای t $\Rightarrow \frac{V \cdot Q_1}{I \cdot t} = \frac{V \cdot Q_2}{I \cdot t} \Rightarrow Q_1 = Q_2$

در پهنای I شکل در صورتی که ضخامت جان را کاهش دهیم تنش برشی افزایش می یابد:



شکل لعی



شکل سعی

* مقدار بار در رسم جریان برش در مقاطع جداگانه

اگر در I شکل لبعوت در دو طرف منبسط باشد هنگامی که تنش برش V واقع شود

اگر تنش از این سر را در نظر بگیریم طبق موارد فوق یک تنش برشی طولی وجود دارد و یک تنش برشی عمادی که ما مقدار V را در نظر می گیریم و آن را در تنش برشی عمادی قرار داریم.

مقدار جریان برش در مقطع $a-a$ از رابطه $q = \frac{VQ}{I}$ می شود که در آن V نیروی

برشی، I معادل اینرسی مقطع و Q گزیند سطحی می باشد که خارج از مقطع $a-a$ دارد و می شود

* جهت این جریان برشی اگر عدد بر استهای طولی رسم شود و این کار برای تمام مقاطع انجام شود شکلی

حاصل می شود که عملاً نحوه توزیع نیروی برشی را در مقطع نشان می دهد و به آن دیگر رسم جریان برشی گفته می شود.

مقدار دهنه جریان برش لغزشی در حلاله می شود

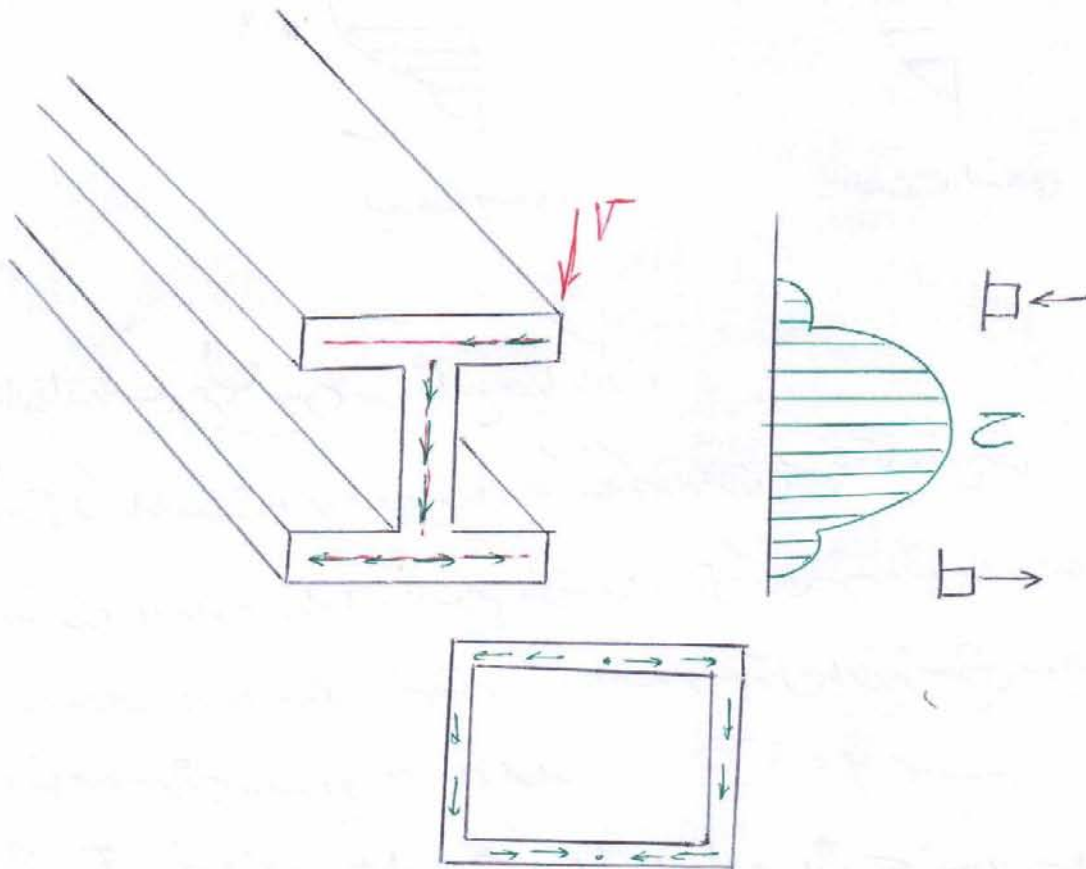
در سطوحی که بالای محور غشی قرار دارند جهت جریان برش بر روی سطح لغزش می باشد که جریان برش عمود بر مقطع دهنه لغزش می باشد.

برای خطوطی که پائین محور غشی قرار دارند جهت جریان برش بر روی سطح لغزش می باشد که عمود بر مقطع دهنه لغزش می باشد و در جهت دارد کردن منسار بران می باشد

توجه: در رسم جریان برش در مقاطع نازکی صدق می باشد که نیروی برشی در صفحه تقارن دارد شود

برای حالتی آبشار می شود برش در مقدار محور تقارن مقطع است

$$q = \frac{VQ}{I}$$
 شده باشد



محاسبه تنش برشی در بارگذاری عرضی در مقاطع مرکب (باید با چند مصالح مختلف)

اگر بخواهیم مثال مقطع از دو ماده با ضریب الاستیک E_1 و E_2 تشکیل شده باشد و تحت برش V قرار گرفته باشد عیناً مثل بحث قبلی عاده اگر به عنوان مثال قرار دارند و مقطع معدل را با توجه به $n = \frac{E_2}{E_1}$ معدل می‌نیم (محاسبه می‌نیم) پس محل محور خنثی که از محور سطح می‌گذرد با توجه به مقطع معدل شده محاسبه می‌شود.

در هر مقطع که خواستیم تنش برشی را محاسبه کنیم Q (کنترل سطح) مورد نیاز را از مرکز مقطع معدل محاسبه می‌نیم و داریم:

$$\tau = \frac{V Q_c}{I_e t}$$

تنش ناشی از بارگذاری قائم:

اگر بعضی در حالت کشی تحت بارها مختلف قرار داشته باشند اگر مقطع از جسم انتخاب شود در این مقطع معلومی است نیروی محوری، نیروی برشی، گشتاور خمشی و تغییراتی ابعاد شود به عبارتی می‌توانیم تمام مؤلفه‌های تنش را با هم داشته باشیم. بر اساس اصل جمع آثار عوامل تنش‌ها ناشی از هر یک از نیروها داخل می‌شود که در این با توجه به جهت تنش‌ها، تنش‌های هم‌نام را با هم جمع می‌کنیم و تنش‌های متضاد را کم می‌کنیم. این امر باعث می‌شود که قابل اجماع باشد:

① بزرگترین تنش‌ها از تنش‌های در تناسبات مصالح استخراج می‌شود

② مقطعی که در تقویتی ترسیم به محل اعمال بار نزدیک باشد (به واسطه بحث تمرین)

③ تغییر شکل‌های ناشی از یک مؤلفه تنش در محاسبه مؤلفه‌های دیگر تنش به تأثیر داشته باشد

$$q = \frac{VQ}{I} \quad \text{میزان برش}$$

بر اساس فرمول $\tau = \frac{VQ}{It}$ ، τ_{ave} را می دهیم در یک مقطع مستطیلی تحت اثر برش قائم

V ، این تنش برشی توزیع تنش برشی در مقطع عرضی مستطیلی به شکل می باشد و تنش برشی در محل محور خنثی

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \left(\frac{V}{A} \right) \quad \text{می باشد و مقدار آن ۵۰٪ بزرگتر از تنش برشی متوسط می باشد}$$

نکته: در مقاطعی که پهنای ثابت می باشد (مثل مقاطع مستطیلی شکل) بزرگترین تنش برشی باید معادل استاتیکی، محاسبه شود.

و در محل محور خنثی خواهر لود که معادل استاتیکی محاسبه می باشد

در مقاطعی که پهنای تغییر می کند سبب به نوع مقطع می تواند محل تنش برشی محاسبه شود و منطبق بر محور خنثی باشد یا نباشد.

مثلاً در مقاطع دایره ای و بیضی محل تنش برشی محاسبه روی اقطار مقطع (که محور خنثی نیز می باشد) می باشد.

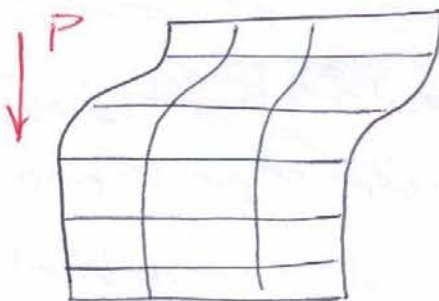
اعداد مقاطع شش یالویی شکل محل تنش برشی محاسبه بر محور خنثی مقطع منطبق نمی باشد

تذکره:

در سازه ها با فاصله تیر از رد یا چند مصالح مختلف می توان از رابطه $\tau = \frac{VQ}{It}$ استفاده کرد به طوری که I و Q

بر اساس مقطع تبدیل شده اما t از پهنای واقعی (تبدیل شده) می باشد می شود.

تفسیر شکل برشی ناشی از تنش های برشی بدین روش است که تنش ها قائم بصورت تیر می باشد:



تفسیر شکل برشی به وجود آمده در تمام المان هایی که از محور خنثی به یک فاصله می باشند بیان خواهر لود
در یک صفحه به علت الزام یک بری سازگاری و تفاوت هایی وجود خواهد داشت

کسانی که می‌توانند بزرگ تعیین نشی ها و جریان برشی استناد کرد:

۱- در جاهای متقابل نیت به صفحه تقابل جریان برشی بیان می‌باشد
اگر محور قشی (N.A) نیز محور تقابل باشد نقاط متقابل نیت به این خط دارای جریان ها برشی مخالف
العامت می‌باشند پس بر محور قشی جریان برشی صفر می‌باشد

توجه: برای به وجود نیامدن پیشین حول محور عمودی عضویت بار عرضی باید بار در صفحه تقابل
باشد.

برای هر مقطع نقطه وجود دارد که آن نیروی برشی (بار عرضی) به آنجا اعمال شود این پیشین به وجود خواهد
آمد پس در مقاطعی که صفحه تقابل ندارند نیز می‌توان بدون به وجود آمدن پیشین بارگذاری عرضی
نمود این نقطه را اصطلاحاً مرکز برش نامند.

بزرگ بدست آوردن محل مرکز برش باید جریان برشی در مقطع را بدست آوردیم و نسبت آن را از بار جاری را
مساوی نشاند و ناشی از برش در مقطع برابر دهیم بعدی که هیچ نشانی در مقطع در مجموع وجود نداشته باشد

مؤثر برش:

در بارگذاری ناستقلال اعضا چهار تراز بر یک نقطه عضویت اثر برش ۳ بدون پیشین هم شود باید
نیروی برشی در نقطه ای وارد شود که مؤثر برش نقطه می‌شود

در واقع مؤثر برش نقطه ای می‌باشد که نیروهای پیشینی حاصل از تنش ها برشی توزیع شده در مقطع (ناشی از ۳)
عمل آن نقطه هم برابر می‌شود.

توجه: مرکز برش، مرکز پیشین هم نقطه می‌شود زیرا آن نیروی برشی، در مرکز برش اگر نه تقطع به پیشین نمی‌آمد
و پیشین تقطع منفرد خواهد بود

- جریان ها برشی در محل اتصال اجزاء مقطع چهار تراز بار حمایت پیوستگی می‌باشند به گونه ای که
جریان برش و دوری با جریان برش خرد می‌مباری می‌باشد

مثلاً اگر العنصر محل تلاقی جان دبال را در یک سیر تحت اثر برش به موازات جان در نظر بگیریم (چون $\frac{1}{2}$ جان به آن تعلق دارد) :

$$q_w = q_f + q_f = 2q_f$$

web flange

↑ ↑

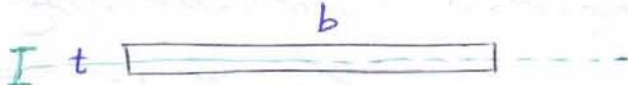
$$q_w = 2q_f \Rightarrow \tau_w \times t_w = 2\tau_f \times t_f$$

جریان برشی ناشی از برش متعاب مسیر به سمت هم جهت با نیروی برشی اعمال شده را می‌بیند. (اولی)
جریان برشی ناشی از برش یک جریان به سمت عقب باشد.

برای مقاطعی که آنها از اعضای افقی و عمودی تشکیل شده اند می‌توان فاصله مرکز برش تا یک محور مشخص را از رابطه:

$$e = \frac{\sum I_i \bar{x}_i}{\sum I_i}$$

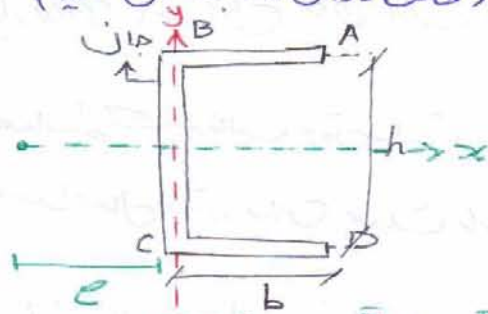
یعنی که I_i معادله اینرسی العنصر شماره i ام نسبت به تناظرش کل مقطع می‌باشد و $\bar{x}_i$ فاصله مرکز سطح العنصر شماره i تا مبدأ محور عمودیت تعریف می‌باشد.
در محاسبه معادله اینرسی (I) در مقاطع چهارضای به واسطه ناظر بودن مختصات نسبت به اینبار نیز یک محاسبه می‌شود.
مثال - اینرسی بخش‌های عمودی با محور فرضی منطبق بر Ad^2 و جبرداره d و t حذف می‌شود.
آرکانا فرضی فاصله راست



$$I_y = \frac{1}{12} b t^3$$

این چین هر چند کوچک به عنوان I_y نیز نامیده می‌شود.
نابراین I_y نیز نامیده می‌شود.

مثال - در مقطع ناودانی زیر مابین ناودانی را می بینید؟ (مقاومت ناودانی را ثابت فرض کنید)



$$e = \frac{\sum I_i \bar{x}_i}{\sum I_i}$$

$$e = \frac{I_{AB} \times \bar{x}_{AB} + I_{BC} \times \bar{x}_{BC} + I_{CD} \times \bar{x}_{CD}}{I_{AB} + I_{BC} + I_{CD}}$$

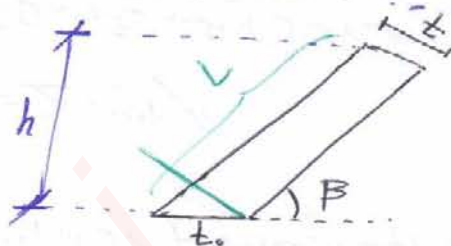
$$e = \frac{(bt) \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times \frac{b}{2} + \frac{th^3}{12} \times 0 + (bt) \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times \frac{b}{2}}{(bt) \left(\frac{h}{2}\right)^2 + \frac{th^3}{12} + (bt) \left(\frac{h}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{b^2 th^2}{4}}{\frac{bth^2}{2} + \frac{th^3}{12}} = \frac{b}{2 + \frac{h}{3b}}$$

نکته: در اعضا ضلع برنازی که یک محاسبه جریان و تنش برشی باید به دو مورد در آن توجه داشت:

۱- مساحت مقاطع شیب دار از حاصل ضرب مثلث خاصی (h) در مقاومت آن نسبت می آید

۲- در محاسبه معادله برشی و Q از مقاومت واقعی عضو شیب دار استفاده می شود



$$t_0 = \frac{t}{\sin \beta}$$

$$A = h t_0$$

$$Q = A \bar{y} = (h t_0) \left(\frac{h}{2}\right)$$

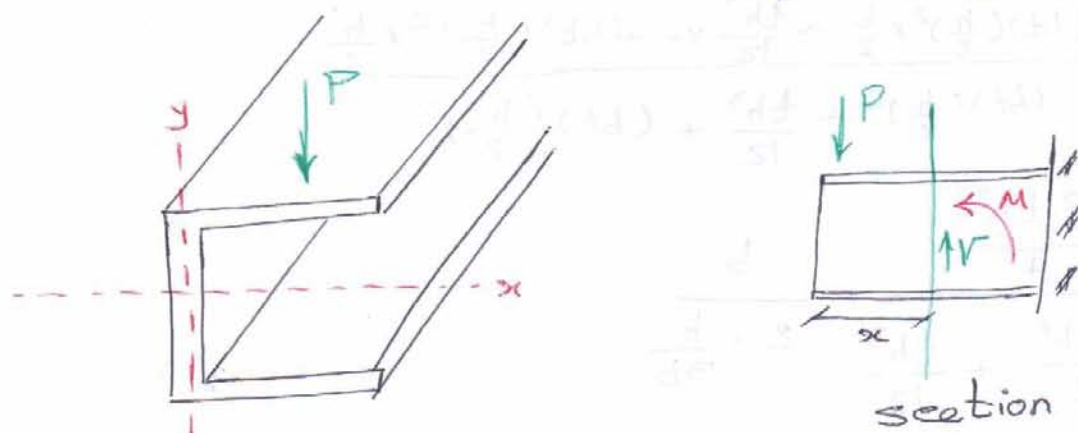
$$I = \frac{1}{3} t_0 h^3$$

بارگذاری نامتقارن جدار باز و محاسبه کرنش

همانطور که در مطالب فوق بحث شد، برش اجباری شده در بارگذاری غرضی در صفحه متوازن قائم

عناصر اعمال برش در این صورت رابطه ی :
$$\tau = \frac{VQ}{It}$$
 برقرار است

نمودار مثال در مقطع نادرین شکل زیر



$$M = -P \cdot x$$

$$V = -P$$

نشان اعمال بار P در مقطع نادرین - مقطع نادرین شکل هم علم شود و هم می بینید و چون مقطع ضعیف است
آرپوش نیست یعنی پیش قسم در آن به وجود می آید چرا که به شش نامتوازن بارگذاری غرضی نمی توان
از رابطه $\tau = \frac{VQ}{It}$ استفاده کرد.

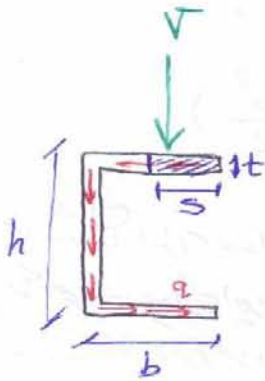
چرا که استاندارد از این مورد کلاً معنی شود سطح می شود که آیا در این مقطع هم توان تقه ای را پیدا کرد
که اگر بار P بر آن یا در آن استاندارد اعمال شود هیچ نخورد؟
پس اطلاعات این تقه را که به برش می گوئیم، برش از آن بندد یعنی در مقطع اجبار نمی شود.
در این دستاویزات برای ما می بینیم :

1- عضو باید مقدار الاستیک داشته باشد یعنی قانون هکسلی است

2- مقطع جدار باز باید یعنی همایش در برابر اجبارش قابل معزق تقه بران باشد (در مقاطع جدار باز)

معمولاً ابعاد و سطح را ملاک محاسبه قرار می‌دهند

برای محاسبه مرکز جرم، محل را فرض می‌کنیم



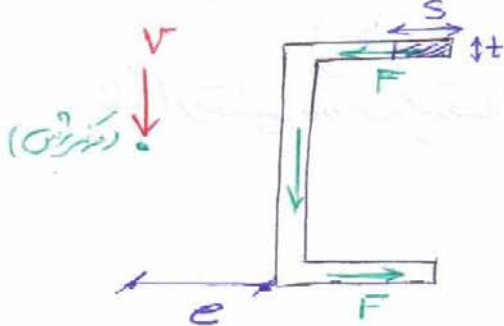
- ابتدا بکارش قائم شکل توزیع جرمش در مقطع رسم می‌شود

- با فرض به مثالی که در قبل حل شد (e محاسبه می‌شود)

نوعه:

مرکز جرم وابسته به ضخامت نیست یعنی در عودب نهایی t نباید وجود داشته باشد

برای محاسبه نیروی ایجاد شده در هر قسمت داخلی سطح S را در آن انتخاب می‌کنیم و عملاً باید این انتخاب در آن‌های قطعه مورد نظر انتخاب شود. بنابراین مقدار نیروی ایجاد شده در آن S برابر است با:



$$V \cdot e = F \cdot h$$

$$dF = q \cdot ds \rightarrow F = \int q \cdot ds$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V \left(s \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} \right) \right)}{I}$$

$$F = \int_0^b \frac{V \cdot t \left(\frac{h}{2} \right)}{I} \cdot s \, ds$$

بنابراین داریم:

$$F = \frac{V t h}{2I} \left(\frac{b^2}{2} \right)$$

داخلی را می‌بینیم

پس از محاسبه نیروی عمل مرکز جرم، فرض اعمال شده بر مقطع را باید در نقطه‌ای قرار دهیم که بیشترین تغییر شکل و تغییرات ناشی از نیروهای داخلی ایجاد کند

نکته: مرکز جرم خود مشخصات هندسی هر مقطع می‌باشد و به جنس مصالح و یا بار وارده هیچ‌گونه تبدیلی ندارد

$$V \cdot e = F \cdot h \Rightarrow V \cdot e = \frac{V \cdot t \cdot h}{2I} \left(\frac{b^2}{2}\right) \cdot h$$

$$e = \frac{t h^2}{2I} \left(\frac{b^2}{2}\right)$$

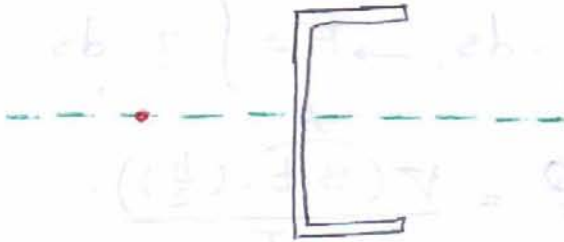
- در محاسبه اینرسی مقاطع چهار باز این فرمولاتی که مداری محور زنی چند فقط از Ad^2 و عدد دارد.
- بک محاسبه اینرسی در مقاطع غیر چهار باز اگر از اصطلاح منطبق بر محور زنی باشد بک محاسبه اینرسی حول آن **نات محل مرکز زنی** $\frac{1}{12}$ تبدیل به $\frac{1}{3}$ می شود.

۱- مقاطعی که از اتصال دو مقطع مستقل شکل بهم گرفته اند مرکز زنیشان در محل برخورد دو مستقل

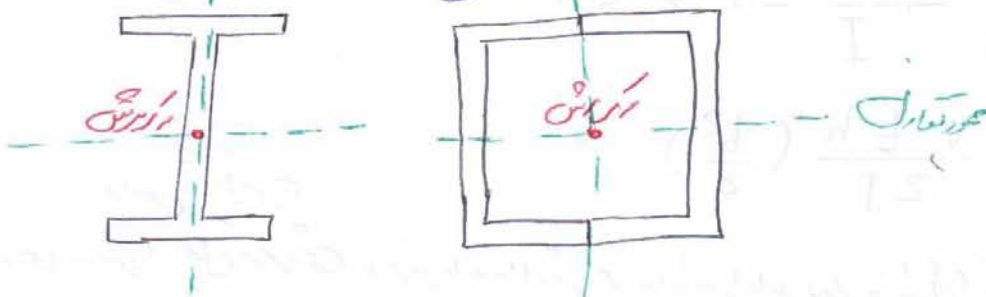


می باشد

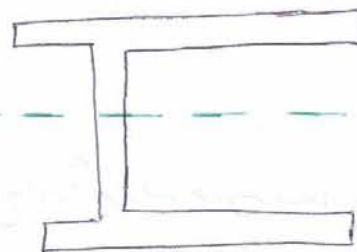
۲- اگر مقطعی دارای محور تعادل باشد مرکز زنی نقطه آردی آن محور تعادل می باشد



۳- اگر مقطعی دارد دو محور تعادل باشد مرکز زنی محل تقاطع دو محور تعادل می باشد

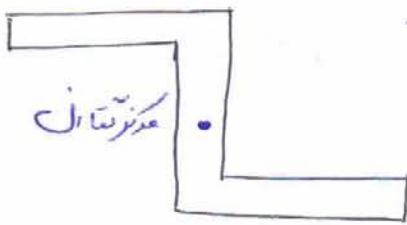


مرکز زنی به مرکز زنی آن می شود
یعنی e نتا گوشتی دارد.

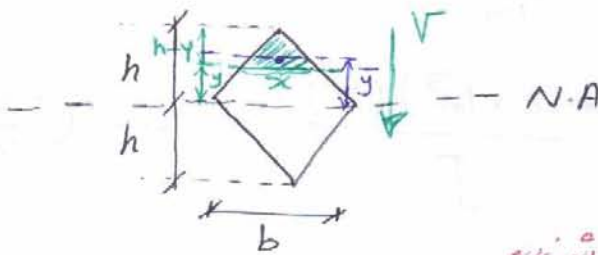


نکته:

اگر جسمی دارای مرکز ثقل باشد، مرکز ثقل صفای مرکز ثقل است.



مرکز ثقل



مثال - این - تعیین مرکز ثقل؟

تعیین k در رابطه $\tau_{max} = k \left(\frac{V}{A} \right)$

لا عاقله اگر صحت داشته باشد

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I t} \Rightarrow \tau = V \cdot \left[\frac{\left(\frac{x(h-y)}{2} \right) \cdot \left(\frac{h-y}{3} + y \right)}{2 \left(\frac{bh^3}{12} \right) \cdot x} \right] = \frac{V}{bh^3} (h-y)^2$$

از شرط داریم $\Rightarrow \frac{x}{b} = \frac{h-y}{h} \Rightarrow x = \frac{b(h-y)}{h}$

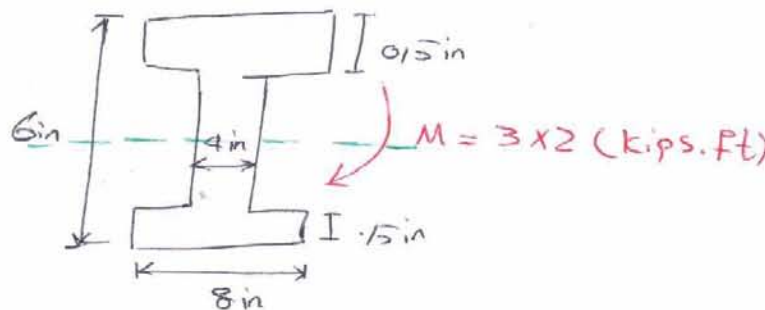
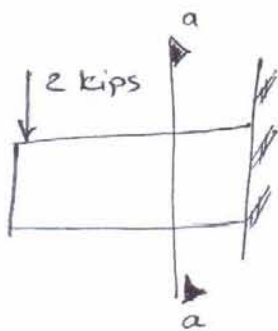
برای تعیین τ_{max} باید $\left(\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \right) \Rightarrow \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \Rightarrow$

$$A \cdot [-h - 2y + 2h - 2y] = 0 \Rightarrow \boxed{y = h/4}$$

* در رابطه $y = \frac{h}{4}$ جایگزین $\Rightarrow \tau_{max} = \frac{V}{bh^3} \left(\frac{3h}{4} \right) \left(\frac{3h}{2} \right)$

$$= \frac{9Vh^2}{8bh^3} = \frac{9}{8} \frac{V}{A} \Rightarrow k = \frac{9}{8}$$

? $\tau_{max} > \sigma_{max}$



$y_{max} = C = 3 \text{ in}$

$y_{-max} = C = 3 \text{ in}$

$$V = -P = -2 \text{ kips}$$

$$M = -P \cdot x = -6 \text{ (kips-ft)}$$

$$I = \frac{8(6)^3}{12} - \frac{2 \times 5^3}{12} = \dots (\text{in}^4)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{MC}{I} = \frac{(6 \times 12 \times 10^3)(3)}{I} = \dots \left(\frac{\text{Psi}}{\text{in}^2} \right)$$

$$Z_{\max} = \frac{(2 \times 10^3) Q}{I \cdot 4 \text{ inch}}$$

$$Q = (8 \times 1.5) \times 2.75 + (2.5 \times 4) \times 1.25$$

$\downarrow$
 مساحت مستطین
 مساحت مستطین
 مساحت مستطین